

# C2-C1-RCN-PURO-2021.2

## Previous messages

9 December 2021

**IM** **Igor Monárdez** 11:28  
 Visto que  $f(8) = 1$  e  $1 \leq y = 1$

**EO** **Eduardo Ochs** 11:28  
 Repara que aqui a gente tem uma convencao pra como desenhar bordas que pertencem ao conjunto - a gente usa linhas mais grossas - e outra pra desenhar bordas que nao pertencem ao conjunto - a gente usa linhas tracejadas...

4 11:28

Vou supor que todo mundo sabe representar graficamente subconjuntos do plano. Por exemplo:

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [1, 2) \text{ e } y \in [1, 2)\} =$$

2021-12-09 11:28:00

Voce nao usou nenhuma dessas duas convencoes 11:29

Alem disso o seu desenho da' a entender que os pontos com  $x < 7$  e os pontos com  $9 < x$  nao pertencem ao seu conjunto B 11:29

E que nenhum ponto com  $y$  negativo pertence ao seu conjunto B 11:30

Entao desconfio que as pessoas vao interpretar errado o seu desenho =( 11:31

Voce pode tentar refazer ele? 11:32

**IM** **Igor Monárdez** 11:33  
 Eu estou em duvida sobre usar as linhas tracejadas, no caso de B haveria alguma?

dúvida\* 11:33

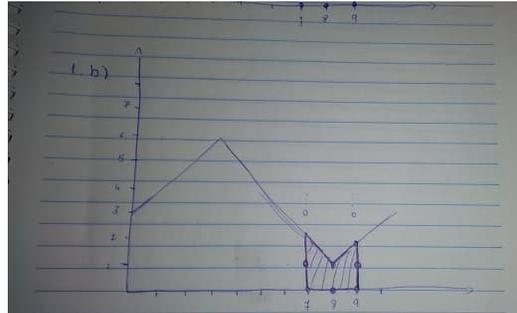
**EO** **Eduardo Ochs** 11:33  
 Posso nao contar agora? =(



**Igor Monárdez**

11:33

Ok kkkkkkk



11:35

Você diz para ser assim?



**Eduardo Ochs**

11:36

Voce ja' tentou fazer algum exercicio de representacao grafica de conjuntos junto com alguem, com os dois fazendo hipoteses e tentando debugar a solucao juntos?



**Igor Monárdez**

11:36

Não



**Eduardo Ochs**

11:37

Ok! Entao vou contar o truque. A gente comeca dando nomes pros conjuntos que a gente vai usar... por exemplo,

$$B = \{(x,y) \text{ in } \mathbb{R}^2 \mid G(x,y)\}$$

11:37

que e' o conjunto do enunciado do 1b

11:37

In reply to [this message](#)

11:38

e  $H_1$  - de "hipotese 1" - e' o conjunto descrito por esse desenho aqui.

Voce ta' afirmando que B e  $H_1$  sao iguais. Se a outra pessoa ve^ que nao sao ela pode apontar os problemas so' dizendo coisas como isso aqui:

11:39

"Testa o ponto (6,1)"

11:39

O ponto (6,1) pertence ao conjunto B?

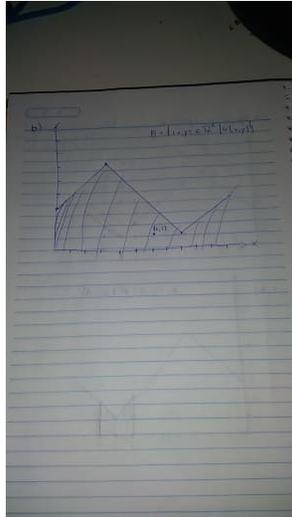
11:39

- IM** **Igor Monárdez** 11:39  
Não
- EO** **Eduardo Ochs** 11:39  
O ponto (6,1) pertence ao conjunto  $H_1$ ?
- IM** **Igor Monárdez** 11:40  
Acredito que não
- EO** **Eduardo Ochs** 11:40  
Isso!
- Entao tenta fazer um outro desenho que resolva esse problema 11:40  
e escreve do lado dele " $H_2 =$ "
- Pra indicar que o conjunto  $H_2$  e' o conjunto descrito por 11:41  
aquele desenho.
- IM** **Igor Monárdez** 11:47  
Perdão professor, não entendi muito qual seria o problema a ser  
resolvido pelo  $H_2$
- EO** **Eduardo Ochs** 11:47  
O  $H_2$  tem que conter o ponto (6,1)
- IM** **Igor Monárdez** 11:48  
Então  $H_2$  é  $G(x,y) - H_1$ ?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:48  
Nao, a gente esta' tentando fazer com que  $H_2 = B$
- A gente viu que  $H_1 \neq B$  11:49
- IM** **Igor Monárdez** 11:49  
Ahhhhh
- Dois minutos 11:49
- EO** **Eduardo Ochs** 11:49  
Ok! =)

IM

Igor Monárdez

11:55



Acredito que na primeira vez eu tenha interpretado errado a questão



Seria isso?

11:55

EO

Eduardo Ochs

11:55

Bem melhor! Esse e' o  $H_2$ , ne'?

IM

Igor Monárdez

11:55

Sim

EO

Eduardo Ochs

11:56

Entao testa o ponto  $(8, -1)$ . Esse ponto pertence ao conjunto B? E ao conjunto  $H_2$ ?

IM

Igor Monárdez

11:57

Acredito que pertença a B mas n pertença a  $H_2$

EO

Eduardo Ochs

11:57

Isso!!!! =)

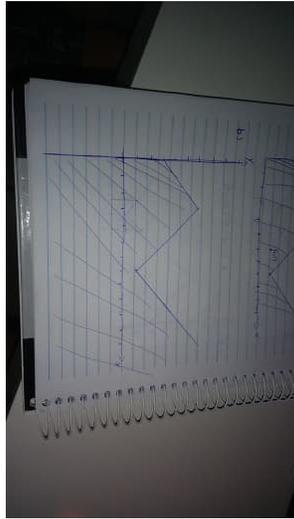
Entao tenta fazer um  $H_3$  que conserte isso

11:58

IM

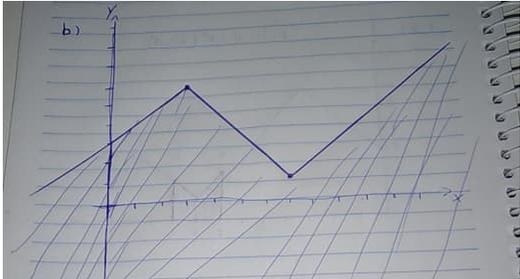
Igor Monárdez

12:02



H\_3

- EO** Eduardo Ochs 12:03  
Otimo! Agora testa o ponto  $(-1, 1)$  ☺
- IM** Igor Monárdez 12:03  
kkkkkkkkkkkkkkkk  
H\_3 não pega ele 12:03
- EO** Eduardo Ochs 12:04  
Isso!!! E outra coisa: testa o ponto  $(3,6)$ , que esta' sobre o grafico da f...  
Voce desenhou o grafico da f de um jeito ambiguo - voce nao usou nem uma linha tracejada nem uma linha continua mais grossa 12:05  
Entao a pessoa debugando esse desenho com voce poderia dizer algo como "nao consigo determinar pelo desenho se o ponto  $(3,6)$  pertence ao seu conjunto H\_3 ou nao" 12:06
- IM** Igor Monárdez 12:07  
Entendi  
Foi mais falha da caneta 12:07
- EO** Eduardo Ochs 12:07  
Ok!

- IM** **Igor Monárdez** 12:09
- 
- H\_4(espero que seja = b)
- EO** **Eduardo Ochs** 12:09
- SIIIIIMMM!!! 👍👍👍😊😊😊
- IM** **Igor Monárdez** 12:09
- 🙏🙏🙏🙏🙏🙏
- EO** **Eduardo Ochs** 12:09
- Beleza, entao agora voce aprendeu a debugar desenhos! =)
- EO** **Eduardo Ochs** 12:31
- O exercicio 2 do "Comentarios..." e' mais dificil do que os primeiros itens do exercicio 4 do PDF original
- IM** **Igor Monárdez** 12:49
- Professor, sobre a nota dos mini testes, já tem alguma ideia de lancamento?
- EO** **Eduardo Ochs** 12:49
- Opa
- Eu ja' corriji os MT1s mas esqueci de atualizar a pagina! 12:49
- <http://angg.twu.net/2021.2-C2.html> 12:50
- IM** **Igor Monárdez** 12:57
- O classroom será atualizado com as notas também?
- EO** **Eduardo Ochs** 12:57
- Nao, vou deixar so' na minha pagina

**IM** **Igor Monárdez** 12:58  
Ok

10 December 2021

**EO** **Eduardo Ochs** 11:00  
Oi!

**MC** **Matheus citeli** 11:00  
Bom dia

**EO** **Eduardo Ochs** 11:03  
Eu estou reorganizando todo o material sobre infs e sups, que são definidos de um jeito super complicado com um monte de operações infinitas, e fazendo figuras, mas isso ainda não tá pronto... vocês podem continuar fazendo os exercícios do "Comentários sobre o exercício 4"?

Bom dia! =) 11:03

16 December 2021

**EO** **Eduardo Ochs** 11:00  
Oi!!!!

**IM** **Igor Monárdez** 11:00  
Bom dia

**EO** **Eduardo Ochs** 11:00  
Então, eu refiz todo material sobre infs e sups! Tá aqui:

Opa, bom dia 11:01

**JM** **João Guilherme Mendes** 11:01  
bom dia

**MC** **Matheus citeli** 11:01  
Bom dia professor

**EO** **Eduardo Ochs** 11:02  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-ifs-e-sups.pdf>

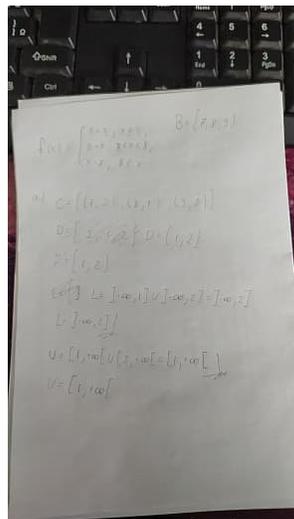
Bom dia todo mundo! 11:03

Entao, deem uma olhada e tentem fazer os exercicios. Vamos 11:08  
aproveitar que tem varias pessoas aqui pra fazer os exercicios que  
sao melhores de fazer em grupo... eu mostro pra voces como voces  
podem debugar as representacoes graficas uns dos outros.

**RS** **Ricardo Soares C2** 11:08  
Bom dia!

**EO** **Eduardo Ochs** 11:08  
Bd =)

**MC** **Matheus citeli** 11:49



Está correto?

1-a) 11:49

**EO** **Eduardo Ochs** 11:50  
Voce pode mandar uma foto cropada so' com a parte que importa?

**MC** **Matheus citeli** 11:50  
Ok

11:52

$a.) C = \{(7, 2), (8, 1), (9, 2)\}$   
 ~~$D = [2, 2]$~~   $D = [1, 2]$   
 $D' = [1, 2]$   
 ~~$L = [-\infty, 1] \cup [-\infty, 2] = [-\infty, 2]$~~   
 $L = [-\infty, 2]$   
 $U = [1, +\infty] \cup [2, +\infty] = [1, +\infty]$   
 $U = [1, +\infty[$

EO

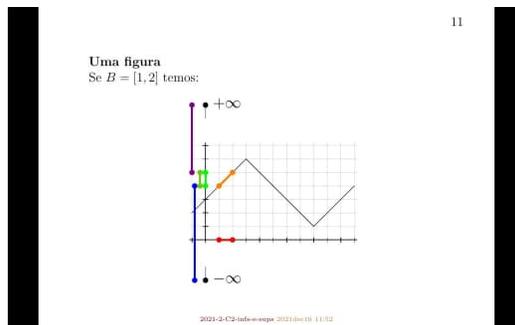
**Eduardo Ochs**

11:53

Opa

Vou te pedir duas coisas: 1) tenta usar sempre as notacoes que eu tou usando nos PDFs, ate' porque isso vai ajudar nas discussoes, como a que vai acontecer daqui a pouco... nesse caso usa  $[a,b)$  e  $(c,d]$  ao inves de  $[a,b[$  e  $]c,d]$

Segunda: representa esses conjuntos graficamente - como nessa figura aqui:



11:55

Faz isso - ou faz so' a representacao grafica - e ai' eu comeco a mostrar como a gente debuga representacoes graficas de conjuntos!

MC

**Matheus citeli**

11:57

Ok

EO

**Eduardo Ochs**

12:13

Acrescentei mais tres slides:

<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-infs-e-sups.pdf>

Vou postar screenshots deles

12:13

6

Traduzindo '∀' e '∃'  
Também dá pra gente traduzir pra pseudo-C expressões com '∀' e '∃'. Elas viram funções:

$$\forall a \in A. P(a) \rightsquigarrow \begin{array}{l} \text{for } (a \in A) \{ \\ \text{if } (\neg P(a)) \{ \\ \text{return F;} \\ \} \\ \text{return V;} \\ \} \end{array}$$
$$\exists b \in B. Q(b) \rightsquigarrow \begin{array}{l} \text{for } (b \in B) \{ \\ \text{if } (Q(b)) \{ \\ \text{return V;} \\ \} \\ \text{return F;} \\ \} \end{array}$$

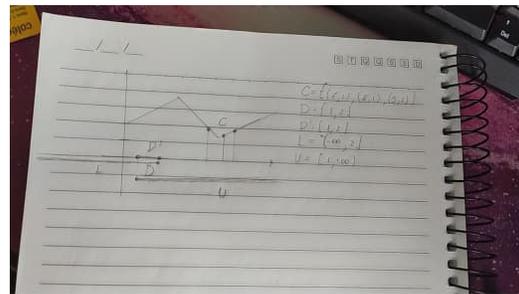
2021-2-C2-infs-e-sups 2021/06/10 12:11

12:13

MC

Matheus citeli

12:14



EO

Eduardo Ochs

12:14

13

**A definição de sup e inf**  
Aqui:

$$L = \{ l \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \mid \forall d \in D, l \leq d \}$$
$$U = \{ u \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \mid \forall d \in D, d \leq u \}$$
$$L : \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \rightarrow \{\mathbf{V}, \mathbf{F}\}$$
$$y \mapsto (y \in L \wedge \forall l \in L, l \leq y)$$
$$U : \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \rightarrow \{\mathbf{V}, \mathbf{F}\}$$
$$y \mapsto (y \in U \wedge \forall u \in U, y \leq u)$$
$$(\alpha \text{ é o inf de } D) \mapsto L(\alpha)$$
$$(\beta \text{ é o sup de } D) \mapsto U(\beta)$$

Isso é verdade mas é difícil de demonstrar:  
a)  $\forall D \subset (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ ,  $\exists \alpha \in (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ , ( $\alpha$  é o inf de  $D$ )  
b)  $\forall D \subset (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ ,  $\exists \beta \in (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ , ( $\beta$  é o sup de  $D$ )

...e é por isso que nós vamos poder tratar o sup e o inf como funções que recebem como input qualquer subconjunto de  $\mathbb{R}$  estendido e retornam como output algum elemento de  $\mathbb{R}$  estendido.

2021-2-C2-infs-e-sups 2021/06/10 12:11

Aaaah!

12:15

MC

Matheus citeli

12:15

In reply to [this message](#)

Os gráficos

EO

Eduardo Ochs

12:15

Lembra que o desenho vai fazer bem mais sentido se voce desenhar D, D', L e U no eixo vertical

E faltou voce desenhar o B... eu nao pus o B na lista das coisas 12:17 que era pra representar graficamente porque eu achei que tava implicito...

MC

Matheus citeli

12:17

Entendi

Sanou a minha dúvida Obrigado

12:18

Nos próximos vou representar no eixo vertical

12:18

EO

Eduardo Ochs

12:19

Primeiro truque pra debugar representacoes graficas: voce ainda nao tem certeza absoluta se os conjuntos C, D, etc que voce calculou e representou graficamente estao certos, entao poe um subscrito "1" em cada um deles... porque ai' eu vou poder fazer perguntas tipo:

O ponto 42 pertence ao conjunto D?

12:20

O ponto 42 pertence ao conjunto D\_1?

E se essas duas perguntas derem respostas diferentes a gente descobriu que  $D \neq D_1$

So' pra completar, o ultimo slide dos que eu digitei agora e' esse aqui:

12:24

14

**Exercício 4.**  
Seja  $D = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ .  
a) Calcule  $L, U, L, U, \inf(D)$  e  $\sup(D)$  e represente-os graficamente.  
b) É verdade que  $\inf(D) \in D$ ?  
c) É verdade que  $\sup(D) \in D$ ?

**Exercício 5.**  
Seja  $D = \{2, 3\} \cup \{4, 5\}$ .  
a) Calcule  $L, U, L, U, \inf(D)$  e  $\sup(D)$  e represente-os graficamente.  
b) É verdade que  $\inf(D) \in D$ ?  
c) É verdade que  $\sup(D) \in D$ ?

**Exercício 6.**  
Seja  $D = \mathbb{R}$ .  
a) Calcule  $L, U, L, U, \inf(D)$  e  $\sup(D)$  e represente-os graficamente.  
b) É verdade que  $\inf(D) \in D$ ?  
c) É verdade que  $\sup(D) \in D$ ?

**Exercício 7.**  
Seja  $D = \mathbb{R}$ .  
a) Calcule  $L, U, L, U, \inf(D)$  e  $\sup(D)$  e represente-os graficamente.  
b) É verdade que  $\inf(D) \in D$ ?  
c) É verdade que  $\sup(D) \in D$ ?  
d) É verdade que  $\inf(D) \leq \sup(D)$ ?

2021-2-12 info@exmp 2021/04/10 12:11

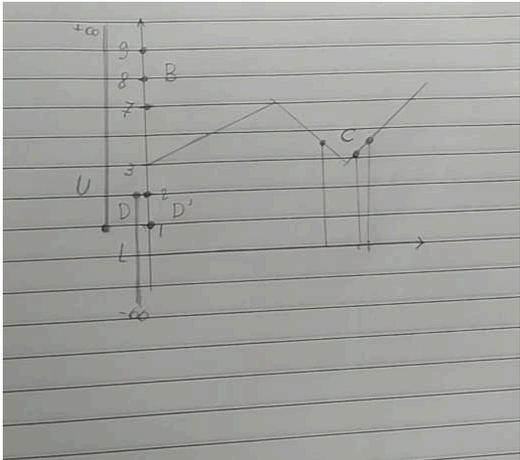
12:25

Daqui a pouco a gente vai ver como definir precisamente as operacoes "sup" e "inf" e a gente vai ver que elas dao resultados bem definidos - mas `as vezes elas dao uns resultados meio surpreendentes.

12:26

Ei Matheus, manda o desenho 🙄

12:35

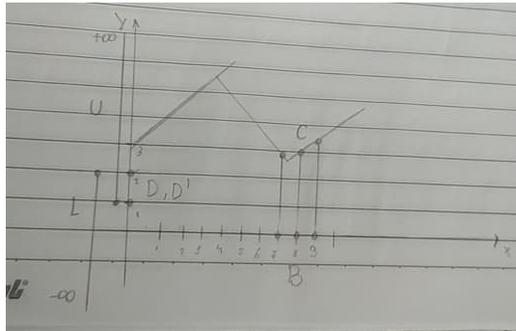
- MC **Matheus citeli** 12:35  
 Na vertical?
- EO **Eduardo Ochs** 12:36  
 Com D, D', L e U na vertical
- MC **Matheus citeli** 12:36  
 Ok  
 Vou fazer 12:36
- EO **Eduardo Ochs** 12:36  
 E com os subscritos
- MC **Matheus citeli** 12:43  

- Só n está em escala 12:43
- EO **Eduardo Ochs** 12:46  
 Hm, tem como voce fazer ele numa escala um pouco melhor? Por exemplo, D e D' deveriam ser exatamente o resultado da gente pegar os pontos de C e deslocar eles na horizontal ate' eles baterem no eixo y...  
 Outra coisa: voce acha que faz mais sentido desenhar os pontos de B no eixo x ou no eixo y? 12:46
- MC **Matheus citeli** 12:46  
 No eixo x por conta do C

**EO** Eduardo Ochs 12:47  
Sim!

**MC** Matheus citeli 12:47  
Mas pra mim vc queria tudo na vertical

**EO** Eduardo Ochs 12:47  
In reply to [this message](#)  
^ 🤔

**MC** Matheus citeli 12:53



**EO** Eduardo Ochs 12:53  
Manda o desenho pra gente começar a discutir como debuga ele fazendo tudo no olhometro!

Vish 12:54

7

Dois jeitos de visualizar  $(x, f(x))$   
Jeito burro:  
Em  $x = 2,5$  temos  
 $f(2,5) = 4 - (2,5 - 2)^2 = 4 - 0,5^2 = 4 - 0,25 = 3,75$ .  
Encontre o ponto  $y = 3,75$  no eixo  $y$ .  
Desenhe o ponto  $(2,5, 3,75)$ .

Jeito esperto/rápido:  
Encontre no eixo  $x$  o ponto  $x = 2,5$ .  
Suba esse ponto pra curva  $y = f(x)$  -  
você encontrou o ponto  $(2,5, f(2,5))$ !

O "jeito esperto" está explicado neste vídeo aqui:  
<http://www.youtube.com/watch?v=bbZfQmTfPCS#t=4m00s>  
Ele vai ser **MUITO** importante!!!!!!!

2021-2-C2-somas-1 20210611 19:05

Voce consegue fazer um desenho no qual o D e o D' sejam desenhados usando um "jeito esperto" como esse dai'? 12:56

Link pra esse slide: 12:56  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-somas-1.pdf#page=7>

Repara, cada ponto  $b \in B$  deveria gerar um ponto  $(b, f(b))$  no conjunto  $C$  e um ponto  $f(b)$  no conjunto  $D$ , e eles deveriam estar na mesma altura

Tou insistindo nisso porque os truques de debugamento que a gente vai usar daqui a pouco vai ser facéis de entender se toda subexpressao deles tiver uma representacao grafica clara

E bem mais difíceis de entender se a gente interpretar eles so' algebricamente

Mas deixa eu ja' te contar uns assim mesmo

Primeiro: do jeito que o seu conjunto  $L$  esta' representado nao da' pra ver so' pelo grafico se  $-\infty \in L$  e' verdade ou nao

Segundo: vou chamar o  $L$  que voce desenhou de  $L_1$  e vou chamar de  $L$  (sem subscripto) o dessa definicao daqui:

10

**Exercício 1.**  
Sejam  $B = \{7, 8, 9\}$ ,  $f$  a função do slide 8, e:

$$C = \{(b, f(b)) \mid b \in B\},$$
$$D = \{f(b) \mid b \in B\},$$
$$E = \{d \in \mathbb{R} \mid \exists b \in B, f(b) = d\},$$
$$F = \{d \in \mathbb{R} \mid [-\infty, +\infty] \cap [d, +\infty) \neq \emptyset\},$$
$$G = \{d \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \mid \exists d' \in D, d' \leq d\},$$
$$L = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \rightarrow \{[0, \infty)\}$$
$$y \mapsto \{y \in L \mid \exists w \in \mathbb{R}, w \leq y\}$$
$$U = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \rightarrow \{[0, \infty)\}$$
$$y \mapsto \{y \in U \mid \exists w \in \mathbb{R}, w \leq y\}$$

a) Calcule  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $G$  e  $U$  e represente-os graficamente.  
b) Calcule  $L(0)$ ,  $L(1)$ ,  $L(2)$ ,  $L(3)$ .  
c) Calcule  $U(0)$ ,  $U(1)$ ,  $U(2)$ ,  $U(3)$ .  
d) Represente graficamente  $L$  e  $U$  usando "infinitas" bolinhas pretas e brancas pra cada um.

Dica: preste atenção no que é mapeado e mapeado e nas fontes...  
 $L$ ,  $f$  e  $L$  são conjuntos completamente diferentes. Use uma pronúncia diferente pra cada um - por exemplo "elezio", "fizezio" e "de hoid".  
Pronuncie  $\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$  como "R estendido".

2021-2-C2-info@cepa.2021/04/10 12:11

O seu desenho diz que  $2 \in L_1$

Tenta calcular isso aqui:  
 $2 \in L$

(Se possível usando algum truque com bolinhas brancas e pretas)

Vou sair pra comprar almoco! Ate' amanha!



**Matheus citeli**  
Até



**Mateus**  
Oi professor

Haverá mais uma prova antes do recesso?

- EO** Eduardo Ochs 15:03  
Oi!
- Nao 15:03
- M** Mateus 15:04  
Obrigado, até amanhã
- EO** Eduardo Ochs 15:04  
Talvez um mini-teste, mas so'
- Ok! Te'! 15:04
- RS** Ricardo Soares C2 15:05  
Oi! Prof, nós aqui podemos mandar desenhos e discutir as coisas fora dos horários das aulas, certo? É que eu me enrolei com uns compromissos e sumi um pouco.....
- EO** Eduardo Ochs 15:06  
Pode sim!
- Considere-se incentivadissimo pra fazer isso! 15:06
- RS** Ricardo Soares C2 15:08  
Obg! :D
- RS** Ricardo Soares C2 15:29  
Dando uma olhada nas questões do PDF, eu vi uma coisa que é bem curiosa e que me lembrou de um livro que eu vi uma vez.
- A gente poderia considerar inf e sup como quantificadores sobre o conjunto D? 15:29
- EO** Eduardo Ochs 15:31  
Pela definicao de "quantificador" que eu conheco um quantificar e' algo que pode ser posto no lugar do "\_" em expressoes como essa aqui:
- $\_ a \in A. P(a)$  15:31
- RS** Ricardo Soares C2 15:32  
Ahhh, entendi. Será que dá pra a gente fazer alguma adaptação pro

predicado ser a nossa condição pra infs e sups?



**Eduardo Ochs**

15:33

Tenta escrever as suas ideias e hipóteses e se tiver alguma coisa que voce nao consiga resolver sozinho manda pro grupo!



**Ricardo Soares C2**

15:33

Ok!

É que, nesse livro, é apresentada uma teorianzinha de quantificadores que incluía o somatório e o produtório, bem como as funções min e max sobre os elementos de um conjunto X. Daí eu pensei: Será que dá pra fazer isso com os infs e sups tb? Temos aparentemente tudo, temos um conjunto, temos uma condição pra decidir sobre os elementos.....



**Eduardo Ochs**

15:37

13

A definição de sup e inf

Aqui:

$$L = \{ l \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \mid \forall d \in D, l \leq d \}$$
$$U = \{ u \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \mid \forall d \in D, d \leq u \}$$
$$L : \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \rightarrow \{\mathbf{V}, \mathbf{F}\}$$
$$l \mapsto (y \in L \wedge \forall l \in L, l \leq y)$$
$$U : \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \rightarrow \{\mathbf{V}, \mathbf{F}\}$$
$$u \mapsto (y \in U \wedge \forall u \in U, y \leq u)$$
$$(\alpha \text{ é o inf de } D) \leftrightarrow L(\alpha)$$
$$(\beta \text{ é o sup de } D) \leftrightarrow U(\beta)$$

Isto é verdade mas é difícil de demonstrar:

a)  $\forall D \subset (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}), \exists l \in (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}), (l \text{ é o inf de } D)$   
b)  $\forall D \subset (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}), \exists u \in (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}), (u \text{ é o sup de } D)$

...e é por isso que nós vamos poder tratar o sup e o inf como funções que recebem como input qualquer subconjunto de  $\mathbb{R}$  estendido e retornam como output algum elemento de  $\mathbb{R}$  estendido.

2021-2-C2-Info-empg 2021 (out 19) 12.11

Voce viu esse slide? O inf e o sup se comportam como funcoes...

...mas isso porque estamos em R estendido.



**Ricardo Soares C2**

15:40

Acho que entendi um pouco da essência do negócio kkkkk

Me lembro da vez em q me falou sobre conjuntos infinitos e tal



**Eduardo Ochs**

15:41

Mas tenta fazer os exercicios que pedem pra voce desenhar coisas



**Ricardo Soares C2**

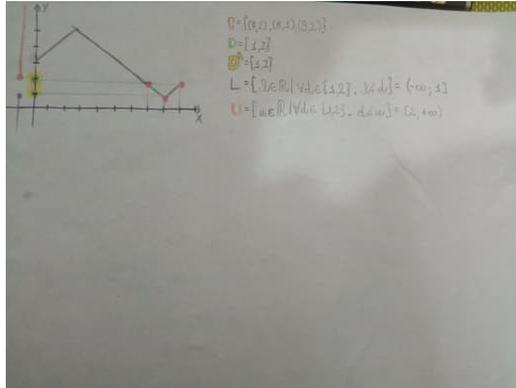
15:41

Eu tava fazendo, só me perdi um pouco kkkk

- EO** **Eduardo Ochs** 15:41  
Ok!
- RS** **Ricardo Soares C2** 15:47  
Prof, tem alguma diferença entre o D' e o D?
- EO** **Eduardo Ochs** 15:47  
Nao posso contar por enquanto =)
- RS** **Ricardo Soares C2** 15:48  
Ok kkkkkk

17 December 2021

- EO** **Eduardo Ochs** 11:01  
Oi!!!
- IM** **Igor Monárdez** 11:02  
Bom dia
- EO** **Eduardo Ochs** 11:03  
Hoje nós vamos tentar terminar os exercícios do PDF de infs e sups.  
Bom dia! 11:03
- As prioridades são 1) aprender a desenhar tudo e 2) aprender a 11:06  
desenhar os seus próximos desenhos e os dos outros. Os "calculem"  
dos exercícios na verdade são "calculem visualmente"...
- RS** **Ricardo Soares C2** 11:06  
Olá!
- Bom dia! 11:06
- EO** **Eduardo Ochs** 11:06  
Oi! Bd!
- ...então mandem os desenhos de vocês! 11:08
- RS** **Ricardo Soares C2** 11:41



A 1 fica assim, prof?

letra a

11:42

EO

**Eduardo Ochs**

11:42

SIM!!!!!!! 👍👍👍😊😊😊

Eu so' esqueci de por uma coisa no enunciado... era pras pessoas desenharem o conjunt B tambem

11:43

RS

**Ricardo Soares C2**

11:43

Vou adicionar aqui e pintar os pontos do eixo x que estão em B

EO

**Eduardo Ochs**

12:14

15

**Exercício 8.**  
 O slogan é “sup’s e inf’s dão as melhores aproximações por retângulos por cima e por baixo”. Neste exercício e no próximo nós vamos entender o que isso quer dizer.  
 Sejam  $f$  a função do slide 8,  $a = 2$ ,  $b = 10$ ,  $B = [a, b]$ .  
 a) Desenhe num gráfico só:  $f$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $B = [a, b]$ ,  $C$ ,  $D = F(B)$ ,  $\inf(F([a, b]))$ ,  $\min(f(a), f(b))$ ,  $\max(f(a), f(b))$ ,  $\sup(F([a, b]))$ .  
 Obs: quando escrevemos “ $D = F(B)$ ” na lista de itens ao invés de “ $D, F(B)$ ” isso quer dizer “é fácil ver que  $D$  e  $F(B)$  vão dar o mesmo resultado”.  
 Obs 2: a definição de  $F(B)$  está aqui:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-somas-2.pdf#page=5>

2021-2-C2-info-omega 20210617 12:11

EO

**Eduardo Ochs**

12:51

16

**Exercício 9.**  
O próximo slogan importante é este (duplo!):

“o retângulo  $\sup(F([a, b])) \cdot (b - a)$  é o retângulo mais baixo que está todo acima do gráfico da  $f$ , e o retângulo  $\inf(F([a, b])) \cdot (b - a)$  é o retângulo mais alto que está todo abaixo do gráfico da  $f$ .”

Sejam  $f$  a função do slide 8,  $a = 2$ ,  $b = 10$ .

a) Desenhe num gráfico só:  $f$ ,  
 $\sup(F([a, b])) \cdot (b - a)$ ,  
 $\inf(F([a, b])) \cdot (b - a)$ .

Isto é parecido com o que você fez no MT1:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-MT1.pdf#page=5>

2021-2-C2-info-eexpt 2021/04/17 12:36

17

**Exercício 9 (cont.)**

b) Interprete visualmente esta expressão:

$$\forall x \in [a, b]. f(x) \leq \sup(F([a, b]))$$

Dica: você vai precisar de infinitos passos como este aqui:

Compare a altura dos pontos  $(2.34, f(2.34))$  e  $(2.34, \sup(F([a, b])))$ . Se o ponto  $(2.34, f(2.34))$  estiver abaixo do ponto  $(2.34, \sup(F([a, b])))$  então  $f(2.34) \leq \sup(F([a, b]))$  é verdade e desenhamos uma bolinha preta em  $x = 2.34$ ; senão desenhamos uma bolinha branca em  $x = 2.34$ .

2021-2-C2-info-eexpt 2021/04/17 12:36

12:52

18

**Exercício 9 (cont.)**

Agora verifique – visualmente! – se cada uma das expressões abaixo é verdadeira ou falsa:

c)  $\forall x \in [a, b]. f(x) \leq \sup(F([a, b]))$   
d)  $\forall x \in [a, b]. \inf(F([a, b])) \leq f(x)$   
e)  $\forall x \in [a, b]. f(x) \leq \sup(F([a, b])) - 0.1$   
f)  $\forall x \in [a, b]. \inf(F([a, b])) + 0.1 \leq f(x)$

2021-2-C2-info-eexpt 2021/04/17 12:36

12:53

23 December 2021



**Eduardo Ochs**

11:03

Oi!

O material de hoje e' esse PDF aqui,

11:03

<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-def-integral.pdf>

11:04

E eu fiz um video que e' mais pra motivar voces a lerem o material do PDF. Ele ta' aqui:

11:06

<http://angg.twu.net/eev-videos/2021-2-C2-def-integral.mp4>

11:06

<https://www.youtube.com/watch?v=GSxsbnGoUbo>

Como sempre duvidas sobre materia "antiga" sao muito, muito, 11:07  
muito bem vindas!

**FP** **Felipe Peixoto C2** 11:36  
Professor, bom dia. Vai ter VR?

**EO** **Eduardo Ochs** 11:38  
Vai mas so' pra quem nao puder fazer a P1 ou a P2 no dia certo por  
motivos medicos e tiver atestado

A P1 e a P2 sao pra serem feitas em 24 horas e em alguns 11:38  
casos eu prolongo esse prazo

Entao e' muito raro as pessoas precisarem da VR 11:39

Voce assistiu o video de hoje? 11:39

A gente vai ter um mini-teste no inicio de janeiro e eu tou 11:40  
preparando um PDF com umas explicacoes sobre a materia dele...

**FP** **Felipe Peixoto C2** 12:14  
eu tô aproveitando o recesso agora pra poder colocar em dia a  
matéria

comecei a trabalhar 12:15

**EO** **Eduardo Ochs** 12:15  
Aaaah!

**FP** **Felipe Peixoto C2** 12:15  
ai juntou trabalho, ic, e as inumeras matérias

e eu fiquei bem enrolado e não consegui acompanhar certinho 12:15  
as aulas

**EO** **Eduardo Ochs** 12:15  
Voce ta' fazendo IC com quem?

**FP** **Felipe Peixoto C2** 12:15  
com a professora Leila

**EO** **Eduardo Ochs** 12:15  
E sobre o que?

	Nao conheco	12:15
	<b>Felipe Peixoto C2</b> Deep Learning	12:15
	Leila Weitzel	12:15
	<b>Eduardo Ochs</b> Ok!	12:15
	<b>Felipe Peixoto C2</b> Witzel*	12:16
	a gente tá tentando criar um modelo pra detectar discurso de ódio nas redes sociais usando BERT	12:16
	<b>Eduardo Ochs</b> Uau! Maneirissimo!	12:17
	<b>Felipe Peixoto C2</b> bem bacana msm	12:17
	<b>Eduardo Ochs</b> Que linguagens voces usam pra isso?	12:18
	<b>Felipe Peixoto C2</b> Python	12:24
	<b>Eduardo Ochs</b> Acabei de ver aqui => <a href="https://github.com/google-research/bert">https://github.com/google-research/bert</a>	12:24
	<b>Felipe Peixoto C2</b> isso	12:24
	só que o objetivo nosso é fazer em português	12:25
	porque ninguem ainda fez, só tem em ingles e alguns outros idiomas estrangeiros	12:25
	<b>Eduardo Ochs</b> Entendi	12:25



**Felipe Peixoto C2**

12:26

e tem material nenhum na internet direito, daí a ideia de ser os primeiros

tá dando uma trabalheirazinha mas tá sendo legal pra caramba 12:27  
kk



**Eduardo Ochs**

12:27

Nossa, eu já tentei aprender Python um montão de vezes e desisti em todas... e acabei de desistir mais uma vez. Eu passei anos tentando usar um programa chamado SymPy pra fazer certas contas e gráficos de C2 e C3... eu aprendi um pouquinho, mas eu achava ele difícilimo...

Ai! há poucas semanas atrás eu tentei usar o Maxima, que parece que foi uma das inspirações pro SymPy, e tô achando ele incrível e tô migrando todos os meus programinhas feitos em SymPy pro Maxima. 12:29

In reply to [this message](#) 12:29

Imagino! Quando tiver algo mostrável eu quero ver!



**Felipe Peixoto C2**

12:31

In reply to [this message](#)

pode deixar, te mando quando tiver alguma coisa mostrável

mas o professor desistiu de aprender Python por quê? 12:31



**Eduardo Ochs**

12:31

👍👍👍😊

Porque Python é "pra usuários" e eu sou o pior usuário do mundo 12:33

Toda vez que eu tentava aprender Python eu empacava tentando descobrir alguma coisa que todo mundo dizia: "isso é a pergunta errada, você não precisa saber isso, vai usando que você pega o jeito" 12:34

Por exemplo, eu ficava tentando entender a semântica exata das classes e da orientação a objetos, e isso é bem difícil... 12:35

Não desisti de vez não, mas só vou tentar de novo quando eu ficar amigo de alguém que tope me ajudar a entender classes 12:37

usando o inspect

E talvez isso aqui:

<http://angg.twu.net/LATEX/2021emacsconf.pdf>

12:38

FP

**Felipe Peixoto C2**

o Python tem algumas limitações nesse paradigma

12:47

EO

**Eduardo Ochs**

Conta mais?

12:47

FP

**Felipe Peixoto C2**

por exemplo no encapsulamento

12:47

não tem palavras reservadas em python para encapsulamento  
igual tem em java e outras linguagens

12:48

EO

**Eduardo Ochs**

Eita

12:48

Como e' encapsulamento em ingles?

12:48

FP

**Felipe Peixoto C2**

os programadores python usam "\_" para protegido e "\_\_" para  
privado, por exemplo

12:48

isso é uma convenção

12:48

EO

**Eduardo Ochs**

ah, ok

12:49

FP

**Felipe Peixoto C2**

In reply to [this message](#)

12:50

no caso você diz de metodo construtor, metodo de representação de  
classe e coisas do tipo?

EO

**Eduardo Ochs**

Sim! E como a classe e' representada na memoria e como os  
construtores, a heranca, etc, funcionam em baixo nivel...

12:51

FP

**Felipe Peixoto C2**

acho que não tem explicação lógica pra isso, tipo o método

12:51

construtor ser escrito dessa forma:  
def *init*(self, "parametros..."):

def *\_\_init\_\_*(): 12:51

isso é convenção mesmo 12:52

In reply to [this message](#) 12:52

ai já é uma parada mais avançada

sei que Python foi feito baseado no C e em outra linguagem lá 12:53  
que eu não lembro o nome

acho que ABC 12:53

 **Eduardo Ochs** 12:53  
Self?

 **Felipe Peixoto C2** 12:54  
In reply to [this message](#)  
self é o "this" do Java

 **Eduardo Ochs** 12:54  
A unica linguagem que tem OO e que eu aprendi a usar direito foi  
Lua  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Self\\_\(programming\\_language\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Self_(programming_language)) 12:54

 **Felipe Peixoto C2** 12:54  
assim, o importante mesmo é aprender o conceito de OO que o Alan  
Kay desenvolveu

vc aprendendo o conceito vc consegue aplicar em qualquer 12:55  
linguagem

daí, cada linguagem tem suas peculiaridades, por exemplo 12:55  
essa que mencionei de encapsulamento no python

 **Eduardo Ochs** 12:56  
E o Lua nao tem uma implementacao unica de OO... ele vem com as  
ferramentas pra voce poder implementar varios tipos de OO nele, e  
ai' voce escolhe qual usar, ou faz a sua

- FP** **Felipe Peixoto C2** 12:56  
 In reply to [this message](#)  
 hmm, nunca tinha ouvido falar dessa  
 Smalltalk sim pq foi a que o Alan Kay desenvolveu 12:56  
 se não me engano 12:56  
 In reply to [this message](#) 12:56  
 interessante  
 acho que um caminho pra tentar entender essas coisas que o professor quer sobre o Python é tentar entender as convenções 12:57
- EO** **Eduardo Ochs** 12:57  
 Voce ja' tentou usar SmallTalk?
- FP** **Felipe Peixoto C2** 12:57  
 e motivo de terem decidido melhor usar dois underscore antes do nome da variável por exemplo  
 In reply to [this message](#) 12:57  
 só conheci de nome, eu nunca vi nenhum código nessa linguagem  
 eu sei que foi a primeira a implementar esse paradigma 12:58  
 e foi o próprio cara que desenvolveu o conceito OO que criou ela 12:58
- EO** **Eduardo Ochs** 12:59  
 O Pharo - que e' uma das implementacoes de SmallTalk mais usadas hoje em dia - e' super facil de instalar e tem um tutorial MUITO bom  
<https://pharo.org/> 12:59
- FP** **Felipe Peixoto C2** 13:02  
 pharo no caso é o quê? IDE pra programar em smalltalk?  
 ah é isso mesmo, acabei de ver aqui 13:02
- EO** **Eduardo Ochs** 13:03  
 E' um SmallTalk. Todos os SmallTalks exceto o GNU SmallTalk tem IDEs escritas em SmallTalk que voce pode modificar `a vontade  
 O pessoal do Pharo preferiu usar um nome sem "SmallTalk" no 13:04

meio porque eles trocaram uma parte da IDE que e' padrao nos SmallTalks desde decadas atras por uma que eles preferem



**Felipe Peixoto C2**

13:04

interessante

eu nunca parei pra dar uma olhada como se programa em Smalltalk, mas sempre tive a curiosidade haha

13:04

<https://clube.spm.pt/news/curiosidades-sobre-o-cientista-de-computadores-norte-americano-alan-kay>

13:05

esse cara era um gênio

13:05



**Eduardo Ochs**

13:05

Pois e', e' uma daquelas linguagens que todo mundo fala maravilhas dela

13:08



**readingSmalltalk.pdf**

Not included, change data exporting settings to download.

32.0 KB

3 January 2022



**Mateus**

09:21

Oi professor bom dia

O mini teste dessa semana será pontos extras ou valerá pontos mesmo na média?

09:22



**Eduardo Ochs**

09:47

Pontos extras na P1



**Mateus**

10:56

Beleza

Obrigado

10:56

4 January 2022

L Machado C2 joined group by link from Group

L Machado C2 removed L Machado C2

L Machado C2 joined group by link from Group

6 January 2022

-  **Eduardo Ochs** 11:02  
Oi!
-  **Mateus** 11:02  
Bom dia
-  **Eduardo Ochs** 11:02  
Bom dia! =)
- Eu preparei um video e um PDF sobre os problemas que vao cair no mini-teste de amanha - e sobre o Teorema Fundamental do Calculo, que vai nos permitir calcular areas complicadas muito rapido... 11:04
- Links: 11:04
- Video: 11:04  
<http://angg.twu.net/eev-videos/2021-2-C2-TFC1.mp4>  
<https://www.youtube.com/watch?v=XvzrNtle-c0>
- <http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-TFC1.pdf> 11:05
- O video tem muitas ideias, muitas delas explicadas muito rapido. Cada uma das ideias que o video explica rapido demais corresponde a algum exercicio que provavelmente voces ja' viram o enunciado dele mas ainda nao fizeram... 11:07
- Ai' e' so' voces peguntarem que eu digo qual e' o exercicio e dou dicas ☺ 11:10
- Conseguiu assistir o video? 11:22
-  **Lucas** 11:25  
Assistindo ainda, professor
-  **Eduardo Ochs** 11:25  
Ok!

IM

Igor Monárdez

11:52

Pode mandar dúvida do exercício?

EO

Eduardo Ochs

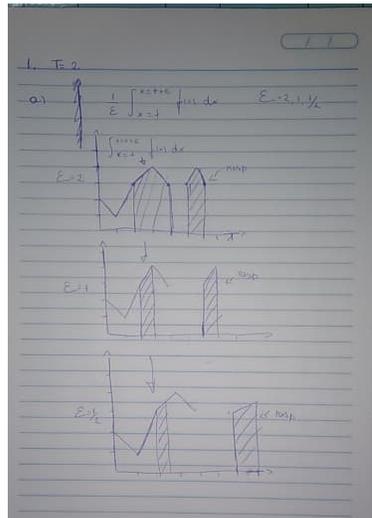
11:52

Sim! Oba! =)

IM

Igor Monárdez

11:53



A 1- a) seria isso aqui?

EO

Eduardo Ochs

11:53

Sim!!! 👍👍👍😊

EO

Eduardo Ochs

12:12

Volto em 10 minutos

EO

Eduardo Ochs

12:29

Pronto

BR

Bernardi(o) Ramos

12:55

professor o epslon negativo apenas inverte a area no sentido x certo?

EO

Eduardo Ochs

12:55

Sim!

Daria pra explicar isso de um jeito mais formal com muito mais 12:55

palavras mas a ideia e' exatamente essa

- BR** **Bernardi(o) Ramos** 12:56  
por exemplo, se for  $\epsilon = -2$ , a figura e invertida e dobra de tamanho?  
é invertida\*\* 12:56
- EO** **Eduardo Ochs** 12:56  
Nao lembro se a largura dela dobra ou se a largura dela vira a metade do que era antes... verifica!
- BR** **Bernardi(o) Ramos** 12:57  
ok  
fica cm a metade do tamanho? 13:00
- EO** **Eduardo Ochs** 13:01  
Fica sim! Compara com a primeira figura do slide 5.
- BR** **Bernardi(o) Ramos** 13:07  
no limite do exercicio onde  $\epsilon$  tende a 0, o retangulo vira uma reta(em pe) quanto mais proximo de 0?  
ou seria um retangulo gigante? 13:08
- EO** **Eduardo Ochs** 13:11  
Olha pros slides 12 e 13  
O retangulo na figura original vira um segmento de reta vertical 13:11  
O retangulo da direita vira um retangulo de verdade com largura 1 e topo horizontal 13:12
- BR** **Bernardi(o) Ramos** 13:13  
saquei, e q eu tinha confundido a representação a direita cm a representação no proprio gráfico  
tem algo a mais para aprender hj ou so esta parte de mexer cm  $\epsilon$  msm? 13:13
- EO** **Eduardo Ochs** 13:14  
Hoje e' so' isso mas eu vou subir a versao nova do PDF com

paginas extras num minuto

**BR** **Bernardi(o) Ramos** 13:14  
ok

**EO** **Eduardo Ochs** 13:15  
Se voce quiser dar uma olhada nas paginas novas agora otimo, mas oficialmente a gente so' vai ver elas amanha

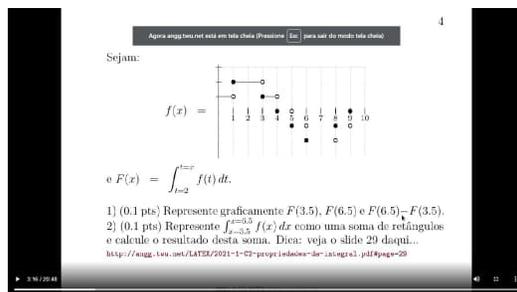
**BR** **Bernardi(o) Ramos** 13:15  
qual seria a diferenca entre o  $F(x)$  e  $f(x)$  do video de hj?

**EO** **Eduardo Ochs** 13:15  
Como assim?

**BR** **Bernardi(o) Ramos** 13:15  
 $F(x)$  representa a operacao integrativa?

**EO** **Eduardo Ochs** 13:16  
 $F(x)$  e' uma integral da  $f(x)$

**BR** **Bernardi(o) Ramos** 13:16



essa parte aqui

**EO** **Eduardo Ochs** 13:16  
Pronto:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-TFC1.pdf>

Ou: uma "primitiva" da  $f$  13:16

A partir do slide 25 eu comeco a apresentar a versao 13:17  
complicada do TFC1, e pra entender ela a gente vai ter que entender  
essas integrais

<b>BR</b>	<b>Bernardi(o) Ramos</b>	13:18
	pra mim so esta indo ate o slide 23	
	testei os 2 links	13:18
<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b>	13:19
	Ue', aqui vai ate' o 27...	
	Tenta dar reload mais vezes	13:19
<b>BR</b>	<b>Bernardi(o) Ramos</b>	13:19
	ok	
	agr foi	13:19
	esses exercicios sao para amanha ou pode entregar hoje?	13:20
<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b>	13:20
	Pode mandar hoje se quiser!	
	Eu vou comprar almoco agora e logo depois vou comecar a trabalhar eles com o pessoal da outra turma	13:21
	(Se aparecer alguem ☹)	13:22
<b>BR</b>	<b>Bernardi(o) Ramos</b>	13:23
	devo encanetar as funçoes dps da aula de algebra(se der tempo), e eu n entendi o slide 27	
<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b>	13:24
	E' porque ele ta' incompleto!	
	Eu vou terminar ele daqui a pouco	13:24
<b>BR</b>	<b>Bernardi(o) Ramos</b>	13:24
	o grafico da funçao $M(x)$ fazendo de cabeça é uma curva de coeficiente angular 1, e 1 de largura( como se fosse apenas o começo de uma parabola)	
	ou n, quando se diz q $H(0)=1$ , esse 1 seria a altura da parabola referente ao eixo ne?	13:26
<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b>	13:26
	Faz o desenho e manda foto?	

BR

**Bernardi(o) Ramos**

13:26

ok

errando o grafico agr eu acho q eu entendi, irei refazer e mandar

13:35

EO

**Eduardo Ochs**

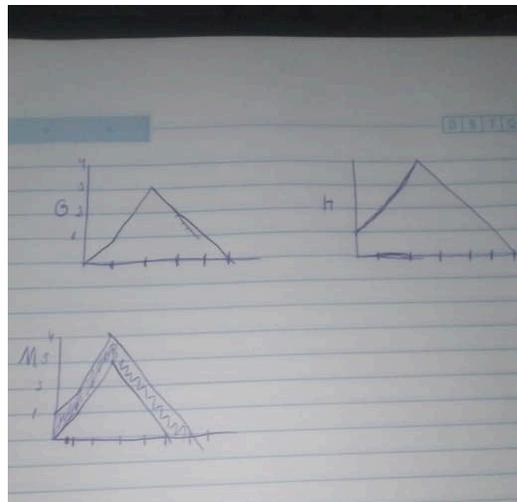
13:35

Ok

BR

**Bernardi(o) Ramos**

13:40



seria isso?

13:40

EO

**Eduardo Ochs**

13:41

Vou ter que comprar almoco correndo agora senao nao vai sobrar nada la'! Respondo em uns 40 minutos!

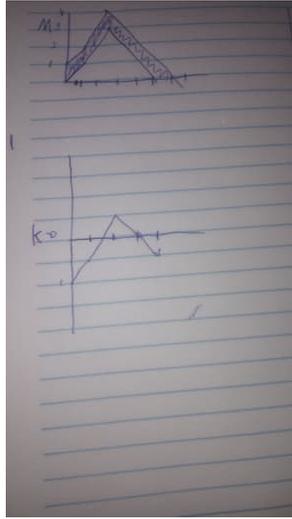
BR

**Bernardi(o) Ramos**

13:42

ok

13:48



em todos os graficos de  $x=1$  para  $x=2$  o coeficiente angular e  $=2$  (o grafico ficou torto, o q prejudica a visualizaçao.) 13:49

EO

**Eduardo Ochs**

14:12

Sim, o ultimo grafico ta' bem melhor

EO

**Eduardo Ochs**

15:19

Oops, eu fiquei ocupado com outras coisas e acabei nao respondendo...

A expressao  $M(x) = H(x) - G(x)$  da' a entender que  $M(x)$  e' uma funcao 15:22

E' verdade que ela pode ser representada graficamente de varios jeitos, e que antes a gente estava interpretando coisas assim como areas entre duas curvas... 15:24

Mas tenta representar ela como funcao mesmo - e desenhar so' o grafico dessa funcao  $M(x)$  15:24

E ve se ela e' uma funcao constante ou nao. Isso vai ser usado no exercicio seguinte. 15:25

7 January 2022

M

**Mateus**

11:04

Bom dia professor

**IM** **Igor Monárdez** 11:05  
Bom dia!

**MC** **Matheus citeli** 11:05  
Bom dia Professor

**EO** **Eduardo Ochs** 11:07  
Oi! Bom dia

Eu acresci mais várias páginss no PDF que nós estamos usando. Deixa eu atualizar ele, um segundo...

Pronto! 11:11

<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-TFC1.pdf> 11:11

**M** **Mateus** 11:14  
professor, qual o significa da notação desses pontos e exclamação

A definição de sup e inf 11:14

Aqui:

$$L = \{l \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \mid \forall d \in D, l \leq d\},$$
$$U = \{u \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \mid \forall d \in D, d \leq u\},$$
$$L : \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \rightarrow \{V, F\}$$
$$y \mapsto (y \in L \wedge \forall l \in L, l \leq y)$$
$$U : \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\} \rightarrow \{V, F\}$$
$$y \mapsto (y \in U \wedge \forall u \in U, y \leq u)$$
$$(\alpha \text{ é o inf de } D) \leftrightarrow L(\alpha)$$
$$(\beta \text{ é o sup de } D) \leftrightarrow U(\beta)$$

Isto é verdade mas é difícil **provar** demonstrar:

a)  $\forall D \subset (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}) \setminus \emptyset, \exists \alpha \in (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ ,  $\alpha$  é o inf de  $D$   
b)  $\forall D \subset (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}) \setminus \emptyset, \exists \beta \in (\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ ,  $\beta$  é o sup de  $D$

...é por isso que nós vamos poder tratar o sup e o inf como funções que recebem como input qualquer subconjunto de  $\mathbb{R}$  estendido e retornam como output algum elemento de  $\mathbb{R}$  estendido.

2021-2-C2-inf-sup 2021-dec-17 13:10

**RS** **Ricardo Soares C2** 11:14  
"Existe um único", né?

**EO** **Eduardo Ochs** 11:14  
Sim!

Os pontos são só separadores, mas dá pra pensar que eles têm uma pronúncia definida...

Para todo d em D \_é verdade que\_ l é menor ou igual a d 11:16

Existe um único a no conjunto blá \_tal que\_ patati patatá 11:17

**M** **Mateus** 11:18  
In reply to [this message](#)

esse é o do item a)?

EO

**Eduardo Ochs**

11:19

In reply to [this message](#)

Eu mostrei a pronúncia das coisas que você marcou aqui

M

**Mateus**

11:19

In reply to [this message](#)

esse primeiro eu entendi completamente

In reply to [this message](#)

11:19

esse aqui eu estou meio confuso, o "tal que" é o ponto também né?

EO

**Eduardo Ochs**

11:19

Sim!

M

**Mateus**

11:20

e o "!"? como ele é lido?

EO

**Eduardo Ochs**

11:20

'Um único'

M

**Mateus**

11:20

ataa, beleza

EO

**Eduardo Ochs**

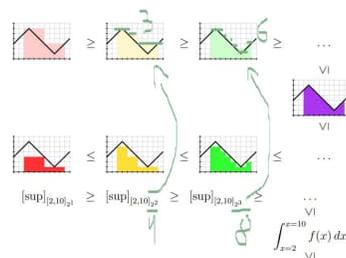
11:21

=)

M

**Mateus**

11:21



aquelas duas ali, dividem em 4 e 8 partições

11:21

- EO** **Eduardo Ochs** 11:21  
Isso!
- M** **Mateus** 11:22  
mas no desenho, pelo menos no olhometro, so consegui ver 3 e 6
- EO** **Eduardo Ochs** 11:22  
É porque tem subintervalos vizinhos em.que os retângulos têm a mesma altura
- M** **Mateus** 11:23  
sim. queria ter certeza
- EO** **Eduardo Ochs** 11:23  
Blz
- M** **Mateus** 11:25  
o limite do epsilon tende a 0 porque a ideia é que queremos justamente as menores bases de retangulos possiveis?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:25  
Isso!!!
- M** **Mateus** 11:28  

$$\int_{x=1}^{x=1+\varepsilon} f(x) dx \quad e$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \int_{x=1}^{x=1+\varepsilon} f(x) dx \quad \text{quando } \varepsilon = 1/32:$$
- aqui é 11:28
- 1/1/32? 11:29
- EO** **Eduardo Ochs** 11:29  
A largura?
- A largura da segunda figura é  $1/(1/32) * 1/32$  11:30
- Que dá 1 11:30

- M** **Mateus** 11:30
- $$\int_{x=1}^{x=1+\varepsilon} f(x) dx \quad c$$
- $$\frac{1}{\varepsilon} \int_{x=1}^{x=1+\varepsilon} f(x) dx \quad \text{quando } \varepsilon = 1/32:$$
- EO** **Eduardo Ochs** 11:30
- Sim!
- M** **Mateus** 11:31
- o que esse parte da expressa graficamente?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:31
- "Multiplique a largura por 1/(1/32)"
- M** **Mateus** 11:32
- $f(x) \cdot dx$  não é já a area do retangulo?
- porque multiplicariamos 32 pela integral ? 11:32
- EO** **Eduardo Ochs** 11:34
- Pra fazer a figura original - que é um "quase retângulo mas com o topo curvo" - virar um quase retângulo mas com o topo curvo de largura 1
- M** **Mateus** 11:36
- Ainda não entendi direito
- $f(x) \cdot dx$  é a area dos retangulos 11:37
- quanto menor dx, mais precisa é a area 11:37
- EO** **Eduardo Ochs** 11:37
- Não
- Aaah, sim 11:37
- Se a gente traduzir a integral pra um limite de somatórios o  $f(x) dx$  vira  $f(a_i) (b_i - a_i)$  11:38
- M** **Mateus** 11:39

In reply to [this message](#)

que nesse caso,  $f(a_i) \cdot (b_i - a_i)$  seria a area dos retangulos

- EO** **Eduardo Ochs** 11:39  
Sim!  
A área de cada retangulinho 11:39
- M** **Mateus** 11:39  
porque multiplicar isso por  $32(1/1/32)$ ?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:41  
Péra, vou encontrar o trecho do vídeo que explica isso  
<http://www.youtube.com/watch?v=XvzrNtle-c0#t=11m20s> 11:43
- M** **Mateus** 11:49  
porque queremos que fique com largura 1?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:50  
Pra gente chegar numa figura que corresponde a  $F'(\epsilon)$   
Aliás:  $F'(\epsilon)$  é o limite de figuras que têm todas largura 1 11:51
- M** **Mateus** 11:59  
porque isso nos ajuda em achar as integrais? a ideia não é um somatorio de areas de retangulos com bases o menores possiveis?  
porque iriamos querer uma copia com base aumentada desses trechos ? 12:00
- EO** **Eduardo Ochs** 12:04  
Assiste o vídeo de novo... isso tá explicado num trecho de 2 ou 3 minutos a partir do 11:20
- MC** **Matheus citeli** 12:06  
Professor eu fiz uma dedução do primeiro teorema usando soma de riemann  
A letra é meio feia 12:06

EO

Eduardo Ochs

12:06

Manda!

MC

Matheus citeli

12:06

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \int_x^{x+\Delta x} f(x) dx = f(x)$$

Como  $\Delta x \rightarrow 0$  podemos tratar  $\int_x^{x+\Delta x} f(x) dx$  como um Soma de Riemann de um unico elemento.

$$\text{Logo, } \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} (f(x) + f(x+\Delta x)) \cdot \frac{\Delta x}{2}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x) + f(x+\Delta x)) \cdot \frac{1}{2} = \frac{(f(x) + f(x+0))}{2}$$

$$\frac{2f(x)}{2} = f(x)$$

Ta escrito: "Como delta x tende a 0 podemos tratar a integral como uma soma de riemann de um unico termo( trapézio)"

12:07

EO

Eduardo Ochs

12:07

Boa!!!! 👍👍👍😊

MC

Matheus citeli

12:07

Tá certinho?

EO

Eduardo Ochs

12:08

Tá sim!

MC

Matheus citeli

12:08

Obrigado

EO

Eduardo Ochs

12:08

Aliás

Isso tá certo em alguns casos

12:09

Na exercício 2 isso vai dar errado mas no 1 funciona

12:09

MC

Matheus citeli

12:10

Por que?

- EO** Eduardo Ochs 12:11  
Você já fez o exercício 2?
- MC** Matheus citeli 12:11  
Vou fazer agora
- Entendi 12:11
- EO** Eduardo Ochs 12:11  
Beleza! Faz que você vai ver! =)
- MC** Matheus citeli 12:11  
Vai dar problemas
- Quando utilizar limites laterais 12:12
- EO** Eduardo Ochs 12:12  
Isso =) e em pontos de descontinuidade =)
- MC** Matheus citeli 12:12  
Mas quando a função é contínua é válida
- EO** Eduardo Ochs 12:12  
Sim!
- MC** Matheus citeli 12:12  
Então beleza
- Obrigado pela dica 12:13
- EO** Eduardo Ochs 12:13  
👍👍👍😊
- M** Mateus 12:13  
In reply to [this message](#)  
isso não alteraria o tamanho da área que a gente quer achar?
- EO** Eduardo Ochs 12:14  
Qual isso?

**M** **Mateus** 12:15  
em relação ao epsilon, aumenta a base para fazer com que se torne mais proximo de um retangulo

mas isso tambem não aumenta a area? 12:15

**EO** **Eduardo Ochs** 12:15  
Às vezes aumenta e às vezes diminui

Mas F'(epsilon) corresponde à área no limite 12:16

Tenta fazer os exercícios 1 e 2 12:19

**M** **Mateus** 12:21

**Exercício 1.**  
Seja  $f(x)$  a função à direita.  
Seja  $t = 2$ .

a) Desenhe  $\frac{1}{\epsilon} \int_{t-\epsilon}^{t+\epsilon} f(x) dx$   
para  $\epsilon = 2, \epsilon = 1, \epsilon = 1/2$ .

b) Desenhe  $\frac{1}{\epsilon} \int_{t-\epsilon}^{t+\epsilon} f(x) dx$   
para  $\epsilon = -2, \epsilon = -1, \epsilon = -1/2$ .

Dica: comece entendendo as áreas em laranja à direita!

c) Quanto você acha que dá  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{\epsilon} \int_{t-\epsilon}^{t+\epsilon} f(x) dx$ ?

d) Quanto você acha que dá  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^-} \frac{1}{\epsilon} \int_{t-\epsilon}^{t+\epsilon} f(x) dx$ ?



2021-2-C2-TFC1 2022/07/06/24

23

**Exercício 2.**  
Seja  $f(x)$  a função à direita.  
Seja  $t = 2$ .

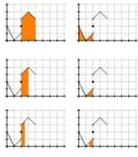
a) Desenhe  $\frac{1}{\epsilon} \int_{t-\epsilon}^{t+\epsilon} f(x) dx$   
para  $\epsilon = 2, \epsilon = 1, \epsilon = 1/2$ .

b) Desenhe  $\frac{1}{\epsilon} \int_{t-\epsilon}^{t+\epsilon} f(x) dx$   
para  $\epsilon = -2, \epsilon = -1, \epsilon = -1/2$ .

Dica: comece entendendo as áreas em laranja à direita!

c) Quanto você acha que dá  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{\epsilon} \int_{t-\epsilon}^{t+\epsilon} f(x) dx$ ?

d) Quanto você acha que dá  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^-} \frac{1}{\epsilon} \int_{t-\epsilon}^{t+\epsilon} f(x) dx$ ?



esses né? 12:22

**EO** **Eduardo Ochs** 12:22  
Sim!

**EO** **Eduardo Ochs** 19:58  
Mini-teste 3:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-MT3.pdf>

**M** **Mateus** 20:09  
Só a página 3 mesmo?

**EO** **Eduardo Ochs** 20:10  
Sim!

**M** **Mateus** 20:10  
Obrigado

8 January 2022

**MC** **Matheus citeli** 14:54  
Professor pode mandar o trabalho feito digitalmente

Estou usando mesa digitalizadora 14:54

@eduardoochs 14:56

**EO** **Eduardo Ochs** 16:37  
Não =(

**MC** **Matheus citeli** 16:38  
Ok

9 January 2022

**EO** **Eduardo Ochs** 01:47  
Acabei de por o gabarito do MT3 na pagina do curso:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-MT3.pdf>

13 January 2022

**EO** **Eduardo Ochs** 10:27  
Oi gente! Material de hoje:

<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-int-subst.pdf> 10:37

Ele tem link pra um video. Assistam! Ah, talvez eu atrase 10 ou 10:38  
15 minutos...

Os programas de computacao simbolica - que um dia todo 10:40  
mundo (?) vai usar pra calcular integrais ao inves de fazer elas na  
mao - distinguem parsing, substituicao, simplificacao e "evaluation".  
E separar substituicao - o [=] - das oputras operacoes vai ser muito  
importante pra gente. O exercicio 2 e' importantissimo.

- EO** Eduardo Ochs 11:15  
oi!
- MC** Matheus citeli 11:15  
Bom dia professor
- EO** Eduardo Ochs 11:16  
Bom dia!
- Eu ontem consegui ajuda de dois desenvolvedores do Maxima 11:19  
pra entender como usar o parser dele separado do simplificador e do  
evaluator. Se ninguem participar da aula eu vou ficar brincando com  
isso e tentar montar uns exemplos que de^ pra apresentar pra voces  
=)
- (Mas eu prefiro que voces participem =P) 11:19
- EO** Eduardo Ochs 11:48  
Voce conseguiu assistir o video?
- BR** Bernardi(o) Ramos 11:49  
eu consegui
- EO** Eduardo Ochs 11:49  
opa
- E ta' conseguindo fazer os exercicios? Acho que um monte de 11:50  
gente vai se enrolar no exercicio 2 - mas principalmente pessoas da  
turma de engenharia...
- BR** Bernardi(o) Ramos 11:50  
vou tentar fazer o 2 agr
- EO** Eduardo Ochs 11:50  
Ok!
- BR** Bernardi(o) Ramos 12:01  
2) a) da 32-64/3?
- EO** Eduardo Ochs 12:02  
Deixa eu conferir, pera

Nao 12:03

Lembra que a gente esta' separando substituicao - que pra gente e' uma operacao puramente sintatica - de simplificacao... e na 2a e' pra voce fazer a substituicao sem simplificar nada depois. O resultado deve ser uma expressao que tem o mesmo formato que a formula [TFC2], mas com varias coisas substituidas...



**Bernardi(o) Ramos**

12:05

ok, vou tentar

$2x^2+x^3/3$  é a função ja derivada ou ja integrada? 12:06



**Eduardo Ochs**

12:06

E' a funcao original

Caramba 12:06

Nesse semestre eu inventei um truque novo pra simplificar essas exercicios de substituicao que eu ainda nao tinha quando eu preparei esse exercicio ai'... 12:07

Me da' um minuto pra eu digitar uma versao desse exercicio 2 do semestre passado com o truque novo. Pera! 12:08



**Bernardi(o) Ramos**

12:08

ok



**Eduardo Ochs**

12:14

3

Neste semestre eu vou tentar explicar o TFC2 e as consequencias dele — tipo: TODAS as técnicas de integração são consequência do TFC2 — com uma abordagem diferente da do semestre passado.

Dê uma olhada nestes slides do semestre passado: <http://img.vox.no/f/ATBE2201-1-c2-ao-deta-TFCa.pdf>  
Leia as páginas 2 até 4 dele, a definição no fim da página 7, e as páginas 10 até 12.

**Exercício 1.**  
Faça os exercícios 1, 2 e 3 do PDF acima — mas ao invés de fazer o 2 como eu pedi no semestre passado faça esta versão modificada dele:

$$[\text{TFC2}] \begin{pmatrix} F(x) := 2x^2 - \frac{a}{x} \\ F'(x) := 4x - x^2 \\ b := 4 \\ a := 0 \end{pmatrix} = ?$$

2021-2-C2-001-ochs04 2022/04/13 12:12

Pronto! Lembra que a definicao do [TFC2] que a gente vai usar nesse exercicio e' a da pagina 7 dos slides do semestre passado. 12:15

- BR** **Bernardi(o) Ramos** 12:18  
acho q eu entendi a ideia pela imagem  
 $\int_{(b=4,a=0)} 4x-x^2 = 2x^2-x^3/3 \mid_{(b=4,a=0)}$  12:20  
seria isso? 12:20
- EO** **Eduardo Ochs** 12:20  
ISSO!!!! 👍👍👍👍👍👍😊😊😊😊  
Como voce fez pra digitar o sinal de integral? 12:21
- BR** **Bernardi(o) Ramos** 12:22  
copiei do google :D
- EO** **Eduardo Ochs** 12:22  
Boa =)
- F** **Fabrcio** 12:24  
no word se vc digitar 222b e pressionar alt e x juntos, ele faz a integral  
mas acho que pro telegram não funciona 12:24
- EO** **Eduardo Ochs** 12:26  
Eu faco tudo no Emacs, e ai' os truques sao outros... mas por favor troquem informacoes sobre os truques que funcionam nos programas que voces usam!
- 14 January 2022
- IM** **Igor Monárdez** 11:02  
Bom dia
- EO** **Eduardo Ochs** 11:08  
Oi! Bom dia! Desculpem o atraso!
- IM** **Igor Monárdez** 11:08  
Professor, tem previsão das notas da MT2?

- EO** Eduardo Ochs 11:09  
 O material de hoje e' o mesmo de ontem:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-int-subst.pdf>
- Previsao com garantia nao, mas eu vou tentar corrigir elas no fim de semana. Voce viu o gabarito? 11:09
- IM** Igor Monárdez 11:09  
 In reply to [this message](#)  
 Show, vi sim
- EO** Eduardo Ochs 11:09  
 Ok!
- MC** Matheus citeli 11:10  
 Boa dia!
- EO** Eduardo Ochs 11:10  
 Bom dia!
- Vejam se voces conseguem fazer os exercicios desse PDF incluindo o 2, que e' "decifre e entenda tudo o que esta' escrito no slide 7". 11:12
- EO** Eduardo Ochs 11:58  
 Ei
- Voces estao conseguindo fazer alguma coisa? 11:58
- Eu me distrai' aqui tentando rodar os exemplos que um desenvolvedor do Maxima me mandou e esqueci de perguntar =( 11:59
- IM** Igor Monárdez 11:59  
 Acredito que sim professo
- Pelo menos em mim nao surgiu duvida 12:00
- EO** Eduardo Ochs 12:00  
 Beleza!
- BR** Bernardi(o) Ramos 12:02  
 aqui tbm esta indo, qualquer coisa eu pergunto

**RS** **Ricardo Soares C2** 12:08  
Same

19 January 2022

**AR** **Artur Ramos** 14:32  
Boa tarde professor, sei que não apareço por aqui, mas gostaria de saber a data da p1, se possível, agradeço desde já

**EO** **Eduardo Ochs** 14:33  
A gente vai marcar hoje ou amanhã. Eu vou propor que a P1 seja na segunda ou na terça da semana que vem e vou ver se o pessoal topa.

**AR** **Artur Ramos** 14:33  
Ah blz então, muito obrigado 😊

**EO** **Eduardo Ochs** 14:33  
👍😊

20 January 2022

**EO** **Eduardo Ochs** 10:51  
Oi!!!!

Tem um vídeo novo na página do curso: 10:52

<http://angg.twu.net/eev-videos/2021-2-C2-int-subst-2.mp4> 10:52

<https://www.youtube.com/watch?v=SKff-4NqD6I> 10:52

Ele é sobre as páginas novas desse PDF aqui: 10:53

<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-int-subst.pdf> 10:53

Vocês podem assistir? Volto às 11:15! 10:54

**EO** **Eduardo Ochs** 11:53  
Eieeee

**RS** **Ricardo Soares C2** 12:08  
oi, bom dia!

- EO** Eduardo Ochs 12:08  
Opa!!!!
- Aaah, a gente precisa marcar a P1! 12:08
- O que vocês acham dela ser na terça? 12:09
- E** erik 12:09  
In reply to [this message](#)  
por mim tá ótimo prof
- IM** Igor Monárdez 12:09  
Como que seria o tempo de fazê-la
- EO** Eduardo Ochs 12:09  
24h
- RS** Ricardo Soares C2 12:09  
pra mim tá ok
- EO** Eduardo Ochs 12:10  
Beleza!
- IM** Igor Monárdez 12:10  
Entao lancaria terça e poderia acabar até quarta?
- EO** Eduardo Ochs 12:10  
Sim
- IM** Igor Monárdez 12:10  
Ok
- Por mim tudo bem 12:10
- AR** Artur Ramos 12:11  
Por mim tudo bem tb
- EO** Eduardo Ochs 12:11  
Ok, vou pôr a data na página do curso! Terça é o melhor dia pra  
outra turma também...

	Vocês conseguiram assistir o vídeo?	12:12
<b>IM</b>	<b>Igor Monárdez</b> Eu consegui	12:13
	To fazendo a 4 aqui	12:13
<b>RS</b>	<b>Ricardo Soares C2</b> Conseguí tb	12:13
<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b> 👍👍👍😊	12:13
21 January 2022		
<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b> Oi!!!	10:55
<b>MC</b>	<b>Matheus citeli</b> Bom dia	10:55
<b>IM</b>	<b>Igor Monárdez</b> Bom dia	10:56
<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b> Tou acrescentando mais coisas no PDF e se der a gente vai tentar fazer uns exercícios daqui:	10:56
<b>RS</b>	<b>Ricardo Soares C2</b> Oi! Bom dia!	10:56
<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b> Bom dia todo mundo!	10:56
	<a href="http://hostel.ufabc.edu.br/~daniel.miranda/calculo/calculo.pdf">http://hostel.ufabc.edu.br/~daniel.miranda/calculo/calculo.pdf</a>	10:57
<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b> Vou gravar o video novo agora!	11:25
	O PDF novo esta' aqui: <a href="http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-int-subst.pdf">http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-int-subst.pdf</a>	11:27

Ele ainda ta' bem baguncado - eu vou deletar metade das coisas que eu copieei do semestre passado e reordenar as outras, mas deem uma olhada nele assim mesmo. O video vai explicar como a gente vai usar esse material novo e como a gente vai usar o livro do Daniel Miranda - o que eu pus o link ai' em cima.

**EO** **Eduardo Ochs** 11:49  
Caraca, o video ficou sem som!!! ☹️☹️☹️

**EO** **Eduardo Ochs** 12:12  
Video regravado: <http://angg.twu.net/eev-videos/2021-2-C2-int-subst-3.mp4>

<https://www.youtube.com/watch?v=mZxNYcbq9aU> 12:20

E deem uma olhada aqui: 12:32  
<http://hostel.ufabc.edu.br/~daniel.miranda/calculo/calculo.pdf#page=189>

24 January 2022

**M** **Mateus** 12:29  
Oi professor, bom dia  
Só para checar, qual o horário da prova amanhã?

**EO** **Eduardo Ochs** 14:49  
Vou disponibilizar ela `as 20:00

**M** **Mateus** 14:54  
In reply to [this message](#)  
Beleza, obrigado

25 January 2022

**EO** **Eduardo Ochs** 20:21  
P1 - versao muito incompleta:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-P1.pdf>

Tou digitando as outras questoes... a questao que esta' nessa 20:21  
versao e' a mais basica de todas.

AR **Ayla Rodrigues** 20:36  
na primeira não seria  $f(t)=f(x)$ ? ou ta certo  $f(t)=f(t)$ ?

EO **Eduardo Ochs** 20:36  
Ta' certo  $f(t) := f(t)$ . Mas eu achei uns erros e tou corrigind =/

AR **Ayla Rodrigues** 20:36  
ok

EO **Eduardo Ochs** 20:44  
Versao consertada:

4

**Questão 1 (cont.)**  
a) (2.2 pts) Descubra qual é a substituição  
"da forma  $\begin{cases} f(u)=f(t) \\ f'(u)=f'(t) \\ g(u)=g(t) \\ g'(u)=g'(t) \end{cases}$ " que faz com que isto seja verdade:

$$[\text{Alface}] \begin{bmatrix} f'(t)=f'(t) \\ g'(t)=g'(t) \\ f(t)=f(t) \end{bmatrix} = \left( \int_{p=a}^{p=b} h(-x) \cdot (-1) dx = \int_{u=1}^{u=2} h(u) du \right)$$

Chame o resultado desta substituição de [Tomate]  
e ponha a sua resposta exatamente no mesmo formato  
que as definições das fórmulas [EMV2] e [EMV3] daqui:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-int-subst.pdf#page=13>  
Ou seja, [Tomate] = [Alface][?] = (?).

2021-2-C2-P1 2022mar05 20:43

Vou subir o PDF consertado! 20:44

Pronto! 20:46

MC **Matheus citeli** 20:47  
A prova é somente essa questão?

EO **Eduardo Ochs** 20:47  
Naaaaaa

Essa e' a versao muito incompleta 20:47

Eu tou digitando as outras questoes, mas essa e' a mais basica de todas 20:48

EO **Eduardo Ochs** 21:39  
Eu acabei de subir uma versao da prova que tem os itens 1a, 1b e 1c e a introducao do 1d. Tou tentando escrever o 1d com cuidado pra ele nao ficar dificil demais... daqui a pouco eu termino e digito ele.



**Mateus**

21:58

In reply to [this message](#)

Professor, aqui o pdf ainda não atualizou para as questões b e c não



**Eduardo Ochs**

21:58

Vou mandar screenshots!

5

22:00

Questão 1 (cont.)

b) (?.? pts) Qual é o resultado de aplicar a substituição que você obteve e usou no item (a) na "fórmula" [EMV1], que na verdade é uma seqüência de igualdades?

Chame a sua fórmula nova de [Repolho]. A sua resposta deve ser neste formato aqui:

$$[\text{Repolho}] = [\text{EMV1}][?] = (?).$$

2021-2-C2-F1 2022jan25 11:38

6

22:01

Questão 1 (cont.)

c) (?.? pts) Seja

$$[\text{Milho}] = [\text{Repolho}] \begin{bmatrix} h=3 \\ f(t)=3t \\ h(t)=\frac{1}{t} \end{bmatrix}.$$

Escreva o resultado desta substituição explicitamente, no formato:

$$[\text{Milho}] = [\text{Repolho}][?] = (?).$$

2021-2-C2-F1 2022jan25 11:38



**Mateus**

22:02

Obrigado



**Eduardo Ochs**

22:02



**Mateus**

22:03



**image\_2022-01-25\_22-03-37.png**

Not included, change data exporting settings to download.

14.0 KB

é para considerar assim

ou

22:04

- 22:04
-  **image\_2022-01-25\_22-04-02.png**  
 Not included, change data exporting settings to download.  
 4.1 KB
- assim 22:04
-  **Eduardo Ochs** 22:04  
 Com h  
 A versao com f' e' a versao antiga. 22:05
-  **Mateus** 22:05  
 beleza, obrigado
-  **Igor Monárdez** 23:11  
 Professor, o senhor ainda está digitando a d) ?
-  **Eduardo Ochs** 23:11  
 Tou! Fica pronta em 10 minutos!
-  **Igor Monárdez** 23:11  
 Ok
-  **Eduardo Ochs** 23:27  
 A questao 1 esta' pronta...  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-P1.pdf>  
 Vou digitar a questao 2, que e' pequena, e logo depois vou por a pontuacao de cada item.
- 26 January 2022
-  **Eduardo Ochs** 00:37  
 Versao final:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-P1.pdf>
-  **Mateus** 02:01  
 Oi professor, a variavel dentro das funções elas são usadas depois quando abre as equações, então se é  $f(t)$ , usar o  $t=b$  e  $t=a$

02:01



**image\_2022-01-26\_02-01-38.png**

Not included, change data exporting settings to download.

33.6 KB

mas no inicio da prova o senhor escreveu  $f(t)$  e depois o  $x=b$  e  $x=a$  02:01

02:02



**image\_2022-01-26\_02-02-20.png**

Not included, change data exporting settings to download.

19.0 KB

EO

**Eduardo Ochs**

02:02

$g(x) := 2x$  numa substituição e' equivalente a  $g(t) := 2t$

M

**Mateus**

02:03

Sim, então na hora de escrever é pode trocar o  $x=b$  e  $x=a$  por  $t=b$  e  $t=a$ ?

EO

**Eduardo Ochs**

02:05

Confere com o material daqui: <http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-intro.pdf>

AR

**Ayla Rodrigues**

09:03

Bom dia, professor. Na segunda questão você quer que mantenha o abre-banana, fecha-banana na resposta? Ou eu posso colocar parênteses normal?

EO

**Eduardo Ochs**

09:07

Mantém!

AR

**Ayla Rodrigues**

09:07

ok

RS

**Ricardo Soares C2**

09:40

bd, prof. Eu fiz uso do EMV1 e EMV2 nas duas primeiras questões

seguindo o enunciado. Eu posso deixar assim?

fiquei com medo de deixar repetitivo 09:41

EO

**Eduardo Ochs** 09:42

Se não me engano a questão 1a diz exatamente qual deve ser o formato da resposta... e as seguintes também, mas elas dizem de um jeito mais curto

Pode ser repetitivo sim! 09:42

RS

**Ricardo Soares C2** 09:46

oh ok kkk obg

F

**Fabrcio** 10:48

In reply to [this message](#)

Bom dia, professor. é pra desenvolver emv2 e emv3 ou só substituir no alface?

na A da 1 10:49

EO

**Eduardo Ochs** 10:50

Le^ o enunciado com cuidado! Ele explica direitinho em que formato a resposta tem que ser.

E

**erik** 11:50

bom dia prof! estou com uma dúvida em relação ao item a da questão 1. no inicio a questão diz que é pra descobrir qual é a substituição, o que dá a entender que devemos achar os valores e substituir. na segunda parte, a questão diz que é pra chamar o resultado da substituição de tomate e colocar a resposta exatamente nas fórmulas de emv2 e emv3, que são fórmulas que desencadeiam outras coisas e que são maiores. só que abaixo disso, a questão volta a apresentar "tomate = alface" com algumas interrogações, o que também dá a entender que se trata de uma substituição. então em uma parte parece que é só pra substituir e em outra parte parece que devemos desenvolver os cálculos de emv2 e emv3, e aí estou um pouco confuso nisso. desculpa a mensagem enorme.

EO

**Eduardo Ochs** 11:50

Aaah

Depende do que você chama de "cálculos". Nas últimas aulas 11:52

- eu comecei a usar a terminologia do Maxima pra isso...
- "Substituição" e "simplificação" são operações totalmente separadas pra gente 11:52
- RS** **Ricardo Soares C2** 11:53
- acho q ele ta falando de cortar passos intermediarios na igualdade era a minha duvida tb mas eu n soube colocar 11:53
- E** **erik** 11:53
- In reply to [this message](#)
- issoo
- EO** **Eduardo Ochs** 11:53
- $(a = b + 2) [b := 20] = (a = 20 + 2)$
- ^ isso é uma substituição 11:54
- $(a = 20 + 2) = (a = 22)$  11:54
- ^ isso é uma simplificação 11:54
- Deixa eu encontrar um slide que fala disso 11:55
- Oops, eu expliquei isso com muito mais detalhes em Calculo 3 do que em Calculo 2... 12:00
- Tem um slide que eu fiz pra Calculo 3 que diz isso aqui: 12:00
- Repare que neste caso "calcule" quer dizer algo como "expanda e simplifique a expressão que você obtiver"... Existem vários tipos de expansão e simplificação, e os programas de computação simbólica dão um nome pra cada tipo e permitem que você escolha quais vão ser aplicadas. 12:00
- Acho que em C2 eu expliquei mais nos videos 12:01
- Isso ajuda? 12:03
- Ah, quando voce diz "achar os valores" os "valores" sao expressoes... 12:04
- E** **erik** 12:05
- ajuda sim prof, muito obrigado

- EO** Eduardo Ochs 12:05  
 👍👍👍😊
- RS** Ricardo Soares C2 12:05  
 É que eu achava que a gente necessariamente tinha que fazer uma fórmula nova pra simplificar uma que já existia
- Se fosse assim, estaria implícito que Alface trabalha com EMV1 12:05
- In reply to [this message](#) 12:06  
 aí eu falei isso
- In reply to [this message](#) 12:13  
 mas isso é válido? Tipo, só escrever como naquele modelo lá  
 [Tomate] = [Alface][?] = (?)
- EO** Eduardo Ochs 12:13  
 Voce tem que trocar as interrogacoes pelas coisas certas
- RS** Ricardo Soares C2 12:14  
 ahhh ok, q nem uma equação msm né? c solução em forma de substituição e expressão
- EO** Eduardo Ochs 12:24  
 Isso!
- M** Mateus 14:31  
 na d, é para usar o TFC2 mais fechado assim
- 14:31
-  **image\_2022-01-26\_14-31-43.png**  
 Not included, change data exporting settings to download.  
 18.6 KB
- ou 14:32  
 usa as conclusões 14:32  
 14:32

$$\begin{aligned}
 \text{[TFC2]} \quad \left[ \begin{array}{l} b=g(b) \\ a=g(a) \\ F(u)=f(u) \\ F'(u)=f'(u) \end{array} \right] &= \left( \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u) du = f(u) \Big|_{u=g(a)}^{u=g(b)} \right) \\
 \int_{x=a}^{x=b} f'(g(x))g'(x) dx &= f(g(x)) \Big|_{x=a}^{x=b} \\
 &= f(g(b)) - f(g(a)) \\
 &= f(u) \Big|_{u=g(a)}^{u=g(b)} \\
 &= \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u) du
 \end{aligned}$$

que se chega justamente nas equivalencias 14:32

EO

**Eduardo Ochs**

14:33

Da'pra descobrir pelos enunciados das questoes se voce ler e reler eles com muuuuuito cuidado

IM

**Igor Monárdez**

16:45



**image\_2022-01-26\_16-45-04.png**

Not included, change data exporting settings to download.

20.0 KB

Professor, isso aqui essa parte de [trilho] tá certo?

EO

**Eduardo Ochs**

16:45

Ih, era pra ser u ai', ne'?

IM

**Igor Monárdez**

16:45

Acredito que sim...

EO

**Eduardo Ochs**

16:48

Corrigi! Obrigado!!!! =)

L

**Lucas**

18:41

Professor, o horário para entregar a prova será estendido, já que a versão final ficou pronta depois das 9h?

EO

**Eduardo Ochs**

18:55

Sim! É até amanhã as 10:00.

L

**Lucas**

18:56

Ah, sim! Obrigado

27 January 2022

- EO** **Eduardo Ochs** 11:04  
Oi!!!
- Vou mandar o link do PDF de hoje num instante. 11:05
- Ta' aqui: 11:08  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-mud-var-gamb.pdf>
- IM** **Igor Monárdez** 11:13  
Bom dia professor
- EO** **Eduardo Ochs** 11:13  
Opa! Bom dia!
- IM** **Igor Monárdez** 11:13  
Hoje não vou poder participsr, covid me pegou =\
- EO** **Eduardo Ochs** 11:13  
Ok! Descansa! Melhoras!

28 January 2022

- EO** **Eduardo Ochs** 11:04  
Oi!
- O material de hoje e' esse PDF aqui, 11:07  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-edovs.pdf>
- E esses tres videos: 11:07
- 1: <http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-edovs.mp4> 11:10  
<https://www.youtube.com/watch?v=bNfZUomf1xg>
- 2: <http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-edovs-2.mp4>  
<https://www.youtube.com/watch?v=Ejr2wvpBiTE>
- 3: <http://angg.twu.net/eev-videos/2021-1-C2-edovs.mp4>  
<https://www.youtube.com/watch?v=xfjjGhtavno>
- Da' pra fazer os exercicios 1 e 2 do PDF assistindo so' o video 1. 11:10

3 February 2022

- EO** **Eduardo Ochs** 11:01  
Oi!
- A P2 vai ter duas questoes sobre integracao por mudanca de 11:03  
variavel
- MC** **Matheus citeli** 11:05  
Bom dia professor
- A p2 vai ser q dia? 11:05
- AR** **Artur Ramos** 11:05  
hj
- EO** **Eduardo Ochs** 11:05  
...e voces vao ter que fazer elas seguindo todas as convencoes e  
regras desse PDF daqui:
- hoje 11:05
- Ai' agora e' uma aula de revisao! Tou preparando um PDF com 11:06  
uns exercicios...
- MC** **Matheus citeli** 11:06  
Ok
- EO** **Eduardo Ochs** 11:06  
A gente vai rever a materia daqui:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-mud-var-gamb.pdf>
- M** **Mateus** 11:07  
In reply to [this message](#)  
Beleza
- EO** **Eduardo Ochs** 11:22  
Pronto!
- <http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-revisao-pra-P2.pdf> 11:22



### Eduardo Ochs

11:47

3

#### Exercício 1.

Reescreva os exemplos das páginas 189 a 194 do livro do Daniel Miranda na notação que você vai ter que usar na P2, em que as caixinhas de truques aparecem explicitamente à direita das contas. Link:

<http://hostel.ufabc.edu.br/~daniel.miranda/calculo/calculo.pdf>

2021-2-C2-revisao-para-P2-20220603 11:42

4

#### Exercício 2.

A caixinha de truques da MVG pra substituição  $s = \sin \theta$  é essa aqui:

$$\begin{bmatrix} s = \sin \theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \sin \theta = \cos \theta \\ ds = \cos \theta d\theta \\ (\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2 = 1 \\ (\cos \theta)^2 = 1 - (\sin \theta)^2 \\ (\cos \theta)^2 = 1 - s^2 \end{bmatrix}$$

As últimas linhas dela são opcionais mas são úteis.

- a) Use esta caixinha pra integrar  $\int (\sin \theta)^2 (\cos \theta)^2 \cdot \cos \theta d\theta$ .
- b) Confira a sua resposta derivando o seu resultado.

2021-2-C2-revisao-para-P2-20220603 11:42

5

#### Exercício 3.

- a) Faça uma caixinha de truques da MVG pra substituição  $c = \cos \theta$ .

Dica: pode ser que nela apareçam uma coisas como  $(-1)dc$  ou  $(-1)d\theta$ . Alguns livros escrevem isso como  $-dc$  ou  $-d\theta$ , mas eu acho que as contas ficam mais claras com '(-1)' ao invés de '-'.  
b) Use essa caixinha pra integrar

$$\int (\sin \theta)^2 (\cos \theta)^2 \cdot \cos \theta d\theta.$$

- c) Confira a sua resposta derivando o seu resultado.

2021-2-C2-revisao-para-P2-20220603 11:51

11:49

11:53



### Mateus

12:07

Professor os exercicios da 1, é só fazer substituição "normal" como as da p1 né?



### Eduardo Ochs

12:08

Nao entendi a sua pergunta =/



### Mateus

12:08

fazer por substituição de "u" e "du", sem usar os EDOs

EO

**Eduardo Ochs**

12:09

EDO e integracao sao assuntos diferentes

M

**Mateus**

12:11

In reply to [this message](#)

Esse exercicio é só o basico de integração por substituição

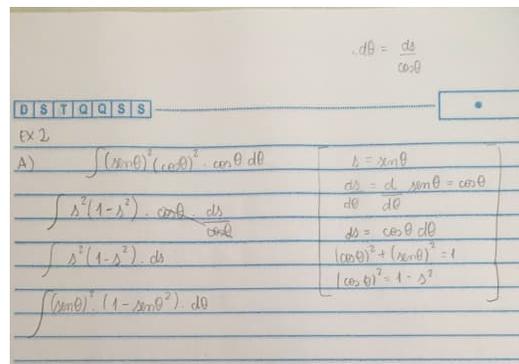
para ser feito que nem os anteriores do periodo né?

12:11

AR

**Ayla Rodrigues**

12:11



a 2a ficaria assim?

EO

**Eduardo Ochs**

12:12

Tem dois erros bem graves ai'

Primeiro: nao tem os sinais de "=" `a esquerda. Como eu praticamente so' corrijos os sinais de "=" se voce puser isso na prova pode ser que eu considere que nao tem nada ai' e te de ^ zero nessa questao. 12:12

Segundo: voce nao pode misturar a viariavel antiga e a nova na mesma expressao de jeito nenhum, nem mesmo ser voce usar o sinal de corte 12:13

Aaah, tem mais um, mas menos grave 12:13

AR

**Ayla Rodrigues**

12:14

Imaginei que isso estaria errado mas não sei o que poderia ser feito diferente

In reply to [this message](#)

12:14

como eu faria?

EO

Eduardo Ochs

12:15

Ai' voce nao "resolveu" essa integral. "Integrar" uma expressao quer dizer mostrar que ela e' igual a algo que nao tem o sinal de integral.

Voces substituiriam  $\cos \theta \, d\theta$  direto por  $ds$

12:15

AR

Ayla Rodrigues

12:16

In reply to [this message](#)

ah sim

vou refazer aquu

12:16

EO

Eduardo Ochs

12:16

Eu acabei de descobrir que o livro do Daniel Miranda tem uma secao grande sobre essas integrais de potencias de senos e cossenos em que ele faz tudo bem passo a passo. Vou por o link pra ele no PDF.

AR

Ayla Rodrigues

12:36

$$\int (2 \sin \theta)^2 (\cos \theta)^2 \cos \theta \, d\theta$$

$$= \int 4 \sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) \cos \theta \, d\theta$$

$$= 4 \int \sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) \cos \theta \, d\theta$$

$$= 4 \int \sin^2 \theta \cos \theta \, d\theta - 4 \int \sin^4 \theta \cos \theta \, d\theta$$

$$= 4 \left( \frac{\sin^3 \theta}{3} \right) - 4 \left( \frac{\sin^5 \theta}{5} \right) + C$$

EO

Eduardo Ochs

12:38

$$\int (2 \sin \theta)^2 (\cos \theta)^2 \cos \theta \, d\theta$$

$$= \int 4 \sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) \cos \theta \, d\theta$$

$$= 4 \int \sin^2 \theta \cos \theta \, d\theta - 4 \int \sin^4 \theta \cos \theta \, d\theta$$

$$= 4 \left( \frac{\sin^3 \theta}{3} \right) - 4 \left( \frac{\sin^5 \theta}{5} \right) + C$$

AR

Ayla Rodrigues

12:38

coloquei errado

mas ja apaguei

12:39

EO

Eduardo Ochs

12:39

Ok, manda a versao nova!

AR

Ayla Rodrigues

12:39

Handwritten mathematical derivation on lined paper. At the top, there is a header 'D I S T R I B U I D O' and a small box with two dots. The text reads: 'ex 2', 'A)  $\int (\cos(\theta))^2 \cdot \cos(\theta) d\theta$ ', ' $u = \cos(\theta)$ ', ' $\frac{du}{d\theta} = -\sin(\theta) = -\sqrt{1-u^2}$ ', ' $du = -\sqrt{1-u^2} d\theta$ ', ' $\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot (-\sqrt{1-u^2}) \cdot (-u) du$ ', ' $= \int u du = \frac{u^2}{2} + C = \frac{\cos^2(\theta)}{2} + C$ '.

EO

Eduardo Ochs

12:41

Handwritten mathematical derivation on lined paper, identical to the previous one. A red circle is drawn around the final step of the derivation: ' $= \int u du = \frac{u^2}{2} + C = \frac{\cos^2(\theta)}{2} + C$ '.

Voce ta' afirmando que esse "=" que eu marquei com a interrogacao e' obviamente verdade, ne'?

12:41

Se ele for obviamente verdade ele deve ser uma consequencia da gente pegar algum teorema que a gente conhece e fazer um [:=] nele pra obter um caso particular dele

12:42

Voce pode me dizer qual e' o teorema e qual e' a substituicao?

12:43

(A P1 foi sobre isso)

12:43

Alias, nao sei se voces viram, mas eu pus o gabarito dela na pagina do curso... link:

12:44

<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-P1.pdf>

Eu acabei fazendo uma versao beeeeeem passo a passo do gabarito do ultimo item da prova pra poder usar esse gabarito em videos depois...

12:58

12:58

d)

$$\begin{aligned}
 [\text{Tilho (1)}] &= \left( \int_{x=-3}^{x=-2} \frac{1}{x} dx \stackrel{(\text{u})}{=} \int_{u=3}^{u=2} \frac{1}{-u} \cdot (-1) du \right) \\
 [\text{Alface}] &= \left( \int_{x=a}^{x=b} f(g(x))g'(x) dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f(u) du \right) \\
 [\text{Alface}] \begin{bmatrix} f(t)=f(t) \\ f'(t)=\frac{1}{t} \\ g(t)=-1 \\ g'(t)=-1 \end{bmatrix} &= \left( \int_{x=a}^{x=b} \frac{1}{-x} \cdot (-1) dx = \int_{u=-a}^{u=-b} \frac{1}{u} du \right) \\
 [\text{Alface}] \begin{bmatrix} f(t)=f(t) \\ f'(t)=\frac{1}{t} \\ g(t)=-t \\ g'(t)=-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x=u \\ u=x \end{bmatrix} &= \left( \int_{x=a}^{x=b} \frac{1}{-u} \cdot (-1) du = \int_{x=-a}^{x=-b} \frac{1}{x} dx \right) \\
 [\text{Alface}] \begin{bmatrix} f(t)=f(t) \\ f'(t)=\frac{1}{t} \\ g(t)=-t \\ g'(t)=-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x=u \\ u=-x \\ a=3 \\ b=2 \end{bmatrix} &= \left( \int_{u=3}^{u=2} \frac{1}{-u} \cdot (-1) du = \int_{x=-3}^{x=-2} \frac{1}{x} dx \right) \\
 [\text{Alface}] \begin{bmatrix} f(t)=f(t) \\ f'(t)=\frac{1}{t} \\ g(t)=-1 \\ g'(t)=-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x=u \\ u=x \\ a=3 \\ b=2 \end{bmatrix} &= \left( \int_{u=3}^{u=2} \frac{1}{-u} \cdot (-1) du = \int_{x=-3}^{x=-2} \frac{1}{x} dx \right)
 \end{aligned}$$

@ayl\_rodrigues, da' uma olhada nisso aqui:

13:01

7

Outro exemplo com contas

$$\begin{aligned}
 &\int (\text{sen } x)^5 (\cos x)^3 dx \\
 &= \int (\text{sen } x)^3 (\cos x)^2 (\cos x) dx \\
 &= \int \underbrace{(\text{sen } x)^3}_{s^3} \underbrace{(\cos x)^2}_{1-s^2} \underbrace{(\cos x) dx}_{\frac{ds}{dx}} dx \\
 &= \int s^3 (1-s^2) ds \\
 &= \int s^3 - s^5 ds \\
 &= \frac{s^4}{4} - \frac{s^6}{6} \\
 &= \frac{(\text{sen } x)^4}{4} - \frac{(\text{sen } x)^6}{6}
 \end{aligned}$$

$\left[ \begin{array}{l} s = \text{sen } x \\ \frac{ds}{dx} = \cos x \\ \text{sen } x = s \\ (\cos x)^2 = 1 - s^2 \\ \cos x dx = ds \end{array} \right]$

2021-1-C2-Int-ochsht. 2021eq08 09/12

13:02

AR

**Ayla Rodrigues**

13:07

nao entendi muito bem como virou  $(s^6)/6 - (s^8)/8$

to tentando entender

13:07

EO

**Eduardo Ochs**

13:08

Voce sabe integrar isso aqui?

$\int x^5 dx$

AR

**Ayla Rodrigues**

13:09

ah sim, me perdi no meio do caminho

entendi agora

13:09

EO

**Eduardo Ochs**

13:09

👍👍👍😊

RS

**Ricardo Soares C2**

13:09

Regra do tombo "ao contrário"

BR

**Bernardi(o) Ramos**

13:13

In reply to [this message](#)

então, basicamente, substitui-se a integral pelos valores no quadrado a fim de facilitar a integração, e quando possível integra utilizando a fórmula  $(x^z-1) \rightarrow (x^z)/z$ , e por fim, coloca os termos originais?

EO

**Eduardo Ochs**

13:15

Eu prefiro não responder perguntas sobre métodos porque às vezes ou eu entendo a pergunta errado ou a pessoa entende minha resposta errado e aí ela faz algo errado na prova e fica p\* da vida comigo =(

Mas se você me mandar exemplos eu checo tudo em detalhes! 13:16

BR

**Bernardi(o) Ramos**

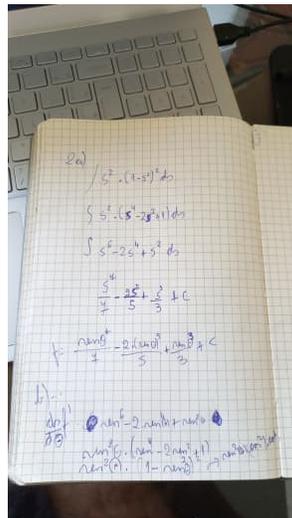
13:16

ok, jaja eu mando

M

**Mateus**

15:02



A 2

15:02

Não tá muito organizado, mas a ideia tá certa?

15:03

EO

**Eduardo Ochs**

15:03

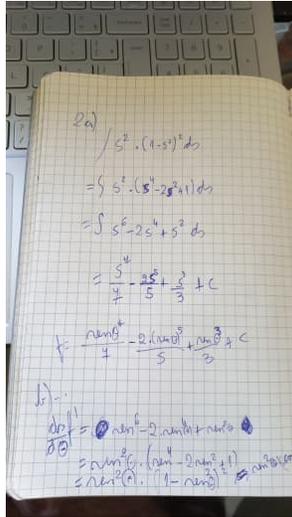
Opa, tem dois problemas graves aí!

Um é que geralmente eu só corrijo os sinais de "=", então se você entregar algo assim "É POSSÍVEL que eu de zero na sua questão "porque não tem nada aí"..." 15:04

M

Mateus

15:05



Assim?

EO

Eduardo Ochs

15:05

E a segunda coisa e' que o exercicio pede pra voce usar a notacao com as caixinhas de truques e usar exatamente as convencoes que eu expliquei no PDF sobre mudanca de variaveis por gambiarras...

Sim!

15:06

M

Mateus

15:18

In reply to [this message](#)

se eu escrever a caixinha ali no canto, isso já resolveria?

EO

Eduardo Ochs

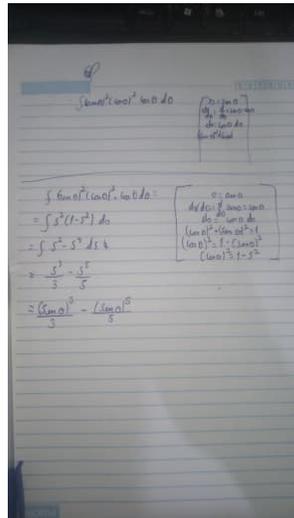
15:18

Tenta e manda foto!

BR

Bernardi(o) Ramos

15:31



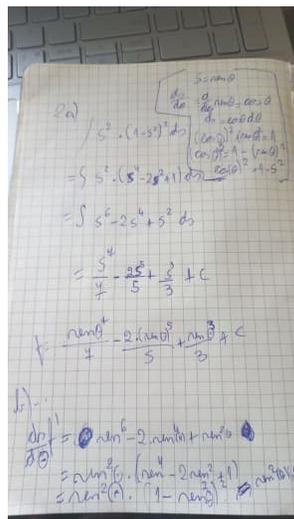
fica assim prof?

15:31



Mateus

15:57



Com a caixa

15:57



Eduardo Ochs

15:59

E' por ai' sim!

Mas eu sugiro que voce refaca começando da integral que esse 16:00 exemplo queria resolver... tou achando que tem um erro no passo que voce nao escreveu



**Mateus**

16:01

In reply to [this message](#)  
onde ?



**Eduardo Ochs**

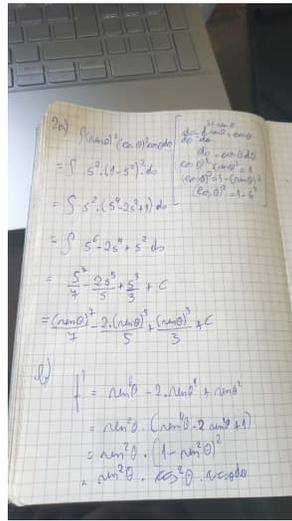
16:02

Reescreve que voce vai ver =)



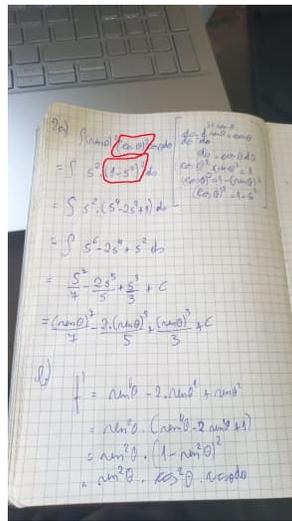
**Mateus**

16:21



**Eduardo Ochs**

16:23



Confere isso aqui

16:23



**Bernardi(o) Ramos**

16:39

In reply to [this message](#)  
esse daqui ta certo prof?



**Eduardo Ochs**

16:51

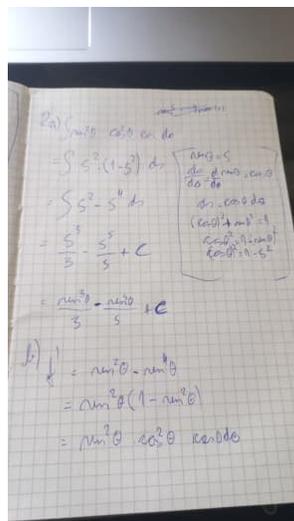
Esse tá!



**Mateus**

17:29

Assim está bom ?



17:30



**Eduardo Ochs**

18:17

Tá sim!



**Mateus**

18:19

professor na 3, tem alguma metodologia especifica para achar as outras igualdades da caixa, ou tentativa erro?



**Eduardo Ochs**

18:19

Da caixa de truques?



**Mateus**

18:20

isso



**Eduardo Ochs**

18:21

Tem sim! Isso tá explicado nesse pdf aqui...

<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-mud-var-gamb.pdf>

M

**Mateus**

18:50

$$\frac{d}{dc} \left( \frac{\sin \theta \cos \theta}{c^3} \right) = -\frac{\sin \theta}{c^3}$$
$$\left[ \begin{array}{l} c = R \cos \theta \\ \frac{dc}{d\theta} = -R \sin \theta \\ dc = -R \sin \theta d\theta \\ -dc = R \sin \theta d\theta \end{array} \right]$$

Tô meio preso aqui

18:50

Sobrou um sen

18:50

EO

**Eduardo Ochs**

18:51

Lembra que o dtheta tem que funcionar como um fecha parênteses

M

**Mateus**

18:56

In reply to [this message](#)

não

Não lembro

18:56

a ideia não é tirar o dtheta de lá e colocar o dc?

18:56

o problema é que ta sobrando um sen

18:57

EO

**Eduardo Ochs**

19:00

In reply to [this message](#)

A ultima questao da P1 foi sobre isso

M

**Mateus**

19:04

Não to entendendo não sinceramente

eu me lembro da ultima questão, mas como que ela ajuda a resolver essa?

19:04

**EO** **Eduardo Ochs** 19:04  
Ve o gabarito da P1 e o PDF sobre mudança de variáveis por gambiarra  
pra ver que cuidados voce tem que tomar na hora de usar a caixinha de truques 19:05

**M** **Mateus** 19:05  
eu usei de maneira errada?

**EO** **Eduardo Ochs** 19:05  
Sim!

**M** **Mateus** 19:10  
eu tentei deixa o dtheta só isolado, mas aí do outro lado fica com 2 variáveis

Handwritten mathematical derivations on grid paper:

$$\begin{aligned} c &= r \cos \theta \\ \frac{dc}{d\theta} &= -r \sin \theta \\ dc &= -r \sin \theta d\theta \\ -dc &= r \sin \theta d\theta \end{aligned}$$
  
$$\begin{aligned} c &= r \cos \theta \\ \frac{dc}{d\theta} &= -r \sin \theta \\ dc &= -r \sin \theta d\theta \\ d\theta &= \frac{-dc}{r \sin \theta} \end{aligned}$$

**EO** **Eduardo Ochs** 19:11  
Tenta fazer as contas de novo desde o inicio bem passo a passo e com muito cuidado

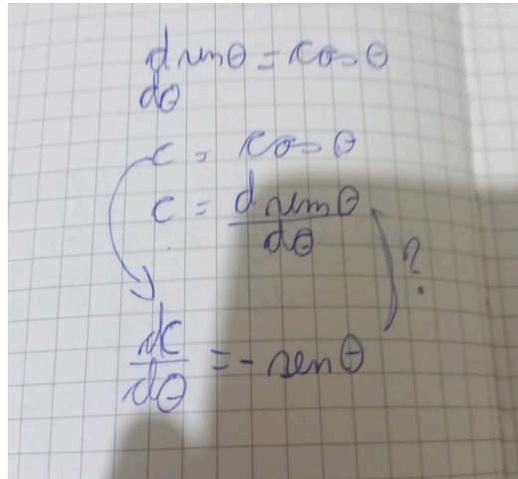
**M** **Mateus** 19:12  
Pode mesclar com a 2 né?

**EO** **Eduardo Ochs** 19:12  
Sim

M

Mateus

19:16



Isso aqui não cai em contradição?

19:16

EO

Eduardo Ochs

19:16

Sim, e' uma gambiarra

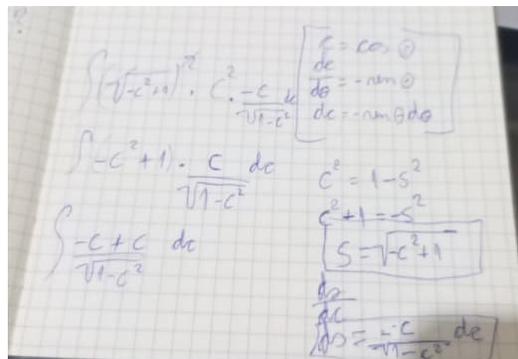
Algumas linhas de caixa de truques tem afirmacoes que a gente ainda nao sabe como formalizar

19:17

M

Mateus

19:30



Acho que fui longe demais

19:30

O que eu tenho que Caçar? Em relação ao esse dtheta que o senhor falou que tava errado ?

19:30

EO

Eduardo Ochs

19:32

Ve o gabarito da P1 e o PDF sobre mudanca de variaveis por gambiarra pra ver que cuidados voce tem que tomar na hora de usar

a caixinha de truques ☺

**M** **Mateus** 19:32  
eu já vi

tem alguma outra fonte onde eu possa, tentar pensar de outro modo? 19:33

In reply to [this message](#) 19:33  
porque a substituição aqui não pode?

**EO** **Eduardo Ochs** 19:34  
Você pode aprender primeiro como os livros fazem mudança de variáveis e pode deixar as caixinhas pra depois.

In reply to [this message](#) 19:35

Porque se a gente resolver essa integral a gente chega numa expressão que ainda depende de theta.

Vou ficar offline pra terminar de fazer a prova 19:36

**M** **Mateus** 19:41  
In reply to [this message](#)  
Beleza

**EO** **Eduardo Ochs** 20:18  
Versão incompleta da P2, só com a questão 1:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-P2.pdf>

Assim que eu terminar a questão 2 eu mando outra mensagem aqui, e assim que eu terminar a questão 3 e puser a pontuação de cada questão eu mando outra mensagem por aqui e pelo Classroom.

**MC** **Matheus citeli** 20:22  
Professor

Precisa deixar a constante de integração explícita? 20:22

**EO** **Eduardo Ochs** 20:23  
O +C?

**MC** **Matheus citeli** 20:23  
Isso

**EO** **Eduardo Ochs** 20:25  
Não... aliás eu fiquei de explicar como é que os livros usam ele de forma incoerente no  $\int 1/x dx = \ln |x| + C$  e não deu tempo =(  
Na definição de integral indefinida que eu usei no curso o  $+C$  é 20:25 opcional.

**MC** **Matheus citeli** 20:27  
Ok  
Obrigado 20:27

**EO** **Eduardo Ochs** 21:55  
Outra versão incompleta da P2, com as questões 1 e 2 e a introdução à questão 3:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-P2.pdf>

**AR** **Ayla Rodrigues** 22:16  
na 2 "s" está substituindo algo?

**EO** **Eduardo Ochs** 22:51  
Na 2 o s e' a variavel de integracao

4 February 2022

**EO** **Eduardo Ochs** 01:20  
Acabei de subir a versao completa da prova pra ca':  
<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-P2.pdf>  
Dei um prazo maior - 48 horas - porque pode ser que as pessoas que não vieram nas aulas sobre EDOs com variáveis separáveis achem a questão 3 bem trabalhosa de fazer... e poucas pessoas participaram dessas aulas.

**MC** **Matheus citeli** 09:35  
Professor, na questão dois

É pra utilizar o método da questão 1 da caixinha 09:35

Ou o método do livro vc enviou? 09:35

Temos:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ f(x)g(x) &= \int f'(x)g(x) + f(x)g'(x) dx \\ &= \int f'(x)g(x) dx + \int f(x)g'(x) dx\end{aligned}$$

Então:

$$\begin{aligned}\int f'(x)g(x) dx + \int f(x)g'(x) dx &= f(x)g(x) \\ \int f(x)g'(x) dx &= f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx \\ \int f'(x)g(x) dx &= f(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx\end{aligned}$$

09:36

EO

**Eduardo Ochs** 10:18

Nossa, agora é que eu vi, e enunciado ficou ambíguo mesmo...

Caramba, o link tá errado!!! Putz, eu testei todos os outros links  
um monte de vezes e pelo visto não testei esse... vou consertar  
agora!!! 10:20

MC

**Matheus citeli** 10:21

Tem um outro q está esquisito também

Vou te mostrar 10:21

10:22

**Uma dica pra questão 3**

No slide 21 do [EVS] eu defini as fórmulas [EDOVSG1] e [EDOVSG2]. A [EDOVSG1] é bem grande, e eu recomendo **MUITO** que antes de fazer a questão 3 você copie ela numa folha de papel e recorte-a — como você fez com a [S21] no início do curso, aqui:

<http://angg.twu.net/LATEX/2021-2-C2-intro.pdf#page=10>

Esse PDF é o primeiro do curso e não tem slide 21, creio q o certo seja o de edo da semana passada

EO

**Eduardo Ochs** 10:25

Esse link dai' e' pra dica de recortar uma formula grande

Ah, o link tava certo sim 10:26

Ele aponta pra esse slide aqui, que tem a caixinha de truques  
de mudanca de variavel que voces vao usar na questao 2: 10:27

10:27

8

**Derivada do arccsen (3)**  
 Se usarmos uma caixa de anotações bem maior podemos fazer essa conta bem mais rápido...

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\sqrt{1-s^2}} ds &= \int \frac{1}{\cos \theta} \cos \theta d\theta \\ &= \int 1 d\theta \\ &= \theta \\ &= \arcsen s \end{aligned} \quad \left[ \begin{array}{l} s = \sin \theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \sin \theta = \cos \theta \\ ds = \cos \theta d\theta \\ 1 - s^2 = \cos^2 \theta \\ \sqrt{1-s^2} = \cos \theta \\ \theta = \arcsen s \end{array} \right]$$

Essa caixa de anotações grande vai ser chamada de **substituição trigonométrica** (para  $s = \sin \theta$ ).

Outras substituições trigonométricas famosas:  $t = \tan \theta$ ,  $z = \sec \theta$ .

2021-1-C2-contas-em-C2 2021sep08 09:52

E como [EVS] e' o PDF sobre EDOs com variaveis separaveis 10:27

O slide 21 do [EVS] e' esse aqui: 10:28

21

Duas fórmulas. Sejam:

$$\left( \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{f(x)}{g(y)} \\ g(y) dy = f(x) dx \\ \int g(y) dy = \int f(x) dx \\ G(y) + C_1 = F(x) + C_2 \\ G(y) + C_1 = F(x) + C_2 \\ G(y) = F(x) + C_2 - C_1 \\ = F(x) + C_3 \\ G^{-1}(G(y)) = G^{-1}(F(x) + C_3) \\ \frac{y}{y} \end{array} \right)$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{[EDOVSG1]} \\ \text{[EDOVSG2]} \end{array} \right] = \left( \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{f(x)}{g(y)} \\ y = G^{-1}(F(x) + C_3) \end{array} \right)$$

2021-1-C2-edoem 2021sep08 09:52

**AR** **Ayla Rodrigues** 10:29  
 In reply to [this message](#)

eu tenho que obrigatoriamente usar essa caixinha na 2? eu tinha criado a minha

mas eu não usei nada de trigonometria 10:30

**EO** **Eduardo Ochs** 10:30  
 Tem que usar essa =/

**AR** **Ayla Rodrigues** 10:30  
 ok

**AR** **Ayla Rodrigues** 11:01  
 eu poderia utilizar uma outra substituição na 2 pra facilitar as contas? ou teria problema?

utilizar as da caixa e outra 11:02

- EO** **Eduardo Ochs** 11:03  
 Pode usar duas substituicoes sim!
- AR** **Ayla Rodrigues** 11:03  
 ok
- EO** **Eduardo Ochs** 11:03  
 Mas se nao me engano a integral do 2 da' pra resolver so' com a substituicao trigonometrica... deixa eu conferir aqui
- Mas voce vai ter que usar a que eu sugeri primeiro, porque esse e' um exercicio simples pra voces aprenderem a fazer substituicao trigonometrica... faz o seguinte: imagina que esse exercicio tem dois itens, e o item e e' o que ja' ta' ai' e o item b e' um que o resultado da' uma coisa complicada com arcsen na resposta e que so' da' pra resolver facilmente por substituicao trigonometrica...
- E apesar de que o item a pode ser resolvido de outros jeitos mais simples voces tem que resolver ele por substituicao trigonometrica como preparacao pro item b
- AR** **Ayla Rodrigues** 11:14  
 eu resolvi com uma substituicao em funcao de s, e no final utilizei a substituicao trigonométrica
- EO** **Eduardo Ochs** 11:15  
 =(
- Acabei de rever a solucao aqui
- Eu resolvi fazendo primeiro uma substituicao trigonometrica e depois uma daquelas substituicoes que a gente usa pra integrar potencias de senos e cossenos
- Da' pra resolver tambem por algo como  $u = 1 - s^2$ .
- AR** **Ayla Rodrigues** 11:22  
 In reply to [this message](#)  
 eu tinha feito desse jeito
- ai no final usei a substituicao trigonométrica pra deixar o resultado

**EO** **Eduardo Ochs** 11:23  
Vou por um aviso de que essa questao PODE ser resolvida de jeitos mais simples mas TEM que ser resolvida por substituicao trigonometrica.

**AR** **Ayla Rodrigues** 11:23  
então do jeito  $u = 1-s^2$  não pode?

**EO** **Eduardo Ochs** 11:25  
Nao

Eu disse isso bem claramente tanto no slide 5 quanto no slide 6 11:25

Vou deixar mais claro 11:27

**EO** **Eduardo Ochs** 11:55

6

**Introdução à questão 2 (cont.)**  
Dá pra resolver a questão 2 usando mudanças de variáveis bem simples. O objetivo da questão 2 é treinar você pra resolver integrais que só podem ser resolvidas por substituição trigonométrica, então se você resolver a 2 por outros métodos você vai estar treinando outras coisas e contornando o objetivo da questão. Releia o "VAI TER QUE" que eu pus em negrito no slide anterior!

Em alguns outros lugares da prova eu também pedi que a resolução seja feita por um determinado método ou posta num determinado formato. Recomendo que você leve esses pedidos muito a sério.

2021-2-02-P2 20220404 11:54

**BR** **Bernardi(o) Ramos** 20:43  
Boa noite professor, qual é a previsão da entrega das notas da P1?

10 February 2022

**EO** **Eduardo Ochs** 12:49  
In reply to [this message](#)

Eu pus elas na pagina do curso de madrugada!

Mateus e Rafael, deixa eu dar as instrucoes pra voces por aqui... 12:49

E as explicacoes tambem, pras explicacoes ficarem num lugar publico. Entao: se eu seguisse as regras da forma mais estrita voces nao poderiam fazer VRs e VSs, mas eu ofereci uma especie de VS fora do prazo e umas aulas de revisao, duvidas e exercicios antes 12:50

dessa VS, e se voces quiserem podem mandar duvidas pra ca' fora do horario dessas aulas que eu respondo elas como der.

Se voces puderem fazer a primeira aula de revisao, exercicios, duvidas etc etc amanha `as 16:00 isso seria um bom horario pra mim.

Deixa eu passar umas coisas pra voces reverem ate' la'. 12:50

Sugiro que voces comecem fazendo o exercicio 1 do primeiro PDF do curso. Tentem fazer ele sem olhar o gabarito e depois comparem as respostas de voces com o gabarito. Se algo nas respostas de voces estiver errado - e provavelmente vai estar, porque esse exercicio e' dificil e trabalhoso - releiam o primeiro PDF e descubram que "regra" voces violaram. As regras do [:=] estao espalhadas pelo primeiro PDF, mas elas nao tem nomes num numeros, so' descricoes e exemplos.

E discutam aqui no grupo. 12:50

O primeiro PDF e' o "Aulas 4 a 6 (28/out a 5/nov): Introducao ao curso". Tem link pra ele na pagina do curso. 12:50

**RT** **Rafael Tiribás** 15:37  
perfeito professor, obrigado

11 February 2022

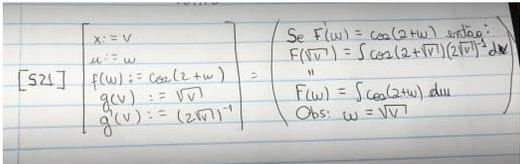
L Machado C2 removed L Machado C2

**EO** **Eduardo Ochs** 16:01  
Oi!

**RT** **Rafael Tiribás** 16:03  
boa tarde

**EO** **Eduardo Ochs** 16:03  
In reply to [this message](#)  
Opa! Voce conseguiu comecar a fazer isso aqui?

**RT** **Rafael Tiribás** 16:04  
consegui sim, enxerguei melhor o erro que fiz na prova

- EO** **Eduardo Ochs** 16:05  
Voce chegou exatamente aos resultados do gabarito?
- RT** **Rafael Tiribás** 16:07  
ainda não fiz todas
- EO** **Eduardo Ochs** 16:07  
Vale a pena fazer... alguns dos exercicios seguintes vao precisar que voce tenha muita pratica com o [:=]  
Voce pode tentar fazer agora? 16:08
- M** **Matheus C2** 16:10  
to fazendo ainda tambem professor
- EO** **Eduardo Ochs** 16:10  
Beleza!  
Eu tou preparando uma VS de calculo 3 mas se voces mandaram mensagem eu ouco a notificacao na hora! 16:11
- RT** **Rafael Tiribás** 16:26  

  
letra c  
eu precisava ter copiado o [S21] ou só ter escrito vale? 16:26
- EO** **Eduardo Ochs** 16:26  
Assim ta' bom  
Eu costume recomendar que as pessoas facam copias em papel dessas formulas grandes e recortem elas 16:27
- RT** **Rafael Tiribás** 16:28  
é eu escrevi ela no papel antes em cima
- EO** **Eduardo Ochs** 16:28  
Otimo =)

Ok, ta' tudo certinho nesse!

16:28

Ricardo Soares C2 removed Ricardo Soares C2

EO

**Eduardo Ochs**

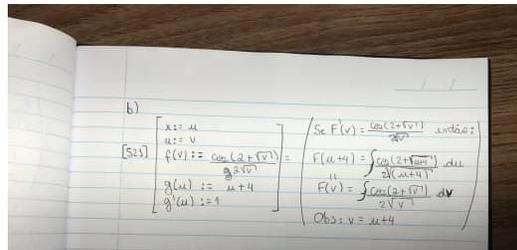
16:33

Daqui a pouco a gente vai ter que fazer varios exercicios do tipo "encontrar a substituicao certa", mas so' da' pra fazer eles depois que a gente tem muita pratica com substituicao...

RT

**Rafael Tiribás**

16:48



EO

**Eduardo Ochs**

16:49

Acho que faltou um ".1"... confere!

Lembra que substituicao e simplificacao sao operacoes totalmente separadas

16:50

RT

**Rafael Tiribás**

16:50

$$\left( \begin{array}{l} \text{Se } F'(v) = \frac{\cos(2 + \sqrt{v})}{2\sqrt{v}} \text{ então:} \\ F(u + 4) = \int \frac{\cos(2 + \sqrt{u + 4})}{2\sqrt{u + 4}} \cdot 1 \, du \\ \parallel \\ F(v) = \int \frac{\cos(2 + \sqrt{v})}{2\sqrt{v}} \, dv \\ \text{Obs: } v = u + 4. \end{array} \right)$$

esse um?

EO

**Eduardo Ochs**

16:50

Isso!

RT

**Rafael Tiribás**

16:51

ah sim, não posso ocultar ele então

- EO

**Eduardo Ochs** 16:51

E'
- RT

**Rafael Tiribás** 16:51

blz entendi
- EO

**Eduardo Ochs** 17:17

Vou ter que fazer varias coisas longe do computador agora...

Tenta refazer os exercicios 17:17

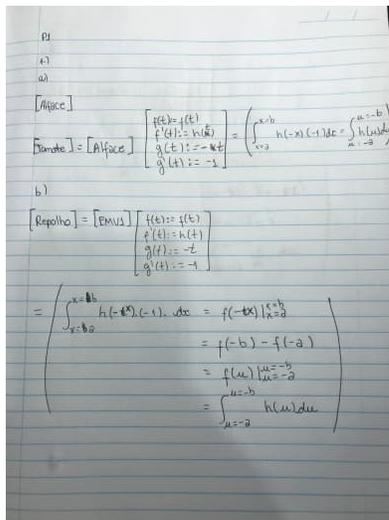
oops 17:17

as questoes da P1 sem olhar pro gabarito delas. O enunciado 17:20  
da 1d na prova tinha um erro - ele dizia que era pra usar o [TFC2],  
mas e' pra usar o [Alface].
- RT

**Rafael Tiribás** 17:20

vou fazer a P1 dnv então
- RT

**Rafael Tiribás** 18:23



18:23

c)

$$[Milha] = [Respo] \begin{bmatrix} b: -3 \\ a: -2 \\ f(x): -1/x \\ h(x): 1/4 \end{bmatrix}$$

$$= \left( \int_{x=2}^{x=3} \frac{1}{-x} (-1) dx = (\ln -x) \Big|_{x=2}^{x=3} \right)$$

$$= (\ln -3) - (\ln -2)$$

$$= (\ln u) \Big|_{u=2}^{u=3}$$

$$= \int_{u=2}^{u=3} \frac{1}{u} du$$

d)

$$[Alface] \begin{bmatrix} b: -2 \\ a: -3 \\ f(x): 1/x \\ g(x): x \\ h(x): -1 \end{bmatrix} =$$

$$= \int_{x=-3}^{x=-2} \frac{(-1)}{x} (-1) dx = \int_{u=3}^{u=2} \frac{-1}{-u} du$$

ERRADO

$$[Alface] \begin{bmatrix} b: -2 \\ a: -3 \\ f(x): 1/x \\ g(x): -x \\ h(x): -1 \end{bmatrix}$$

$$= \left( \int_{x=-3}^{x=-2} \frac{1}{-x} (-1) dx = \int_{u=3}^{u=2} \frac{1}{u} du \right)$$

18:23

refiz a 1) da P1, acredito ter consertado o que tinha errado na 18:24 prova, só na d) q acabei fazendo ela duas vezes mas acho que ficou certa a segunda resposta

13 February 2022

L Machado C2 joined group by link from Group