



# C2-C1-RCN-PURO-2020.2

---

2 February 2021

Eduardo Ochs created group «C2-C1-RCN-PURO-2020.2» with members Eduardo Ochs and Bruno Macedo

Eduardo Ochs converted this group to a supergroup

C2-C1-RCN-PURO-2020.2 converted a basic group to this supergroup «C2-C1-RCN-PURO-2020.2»

3 February 2021

Rhayssa Mendes joined group by link from Group

4 February 2021

Bruno Claude joined group by link from Group

Luiz Cunha joined group by link from Group

Eduarda Michaelle joined group by link from Group

Marx joined group by link from Group

Yunguer D.M joined group by link from Group

Bia Carreiro joined group by link from Group

Ricardo Soares C2 joined group by link from Group

Orlando Nascimento joined group by link from Group

João Victor Huguenin joined group by link from Group



**Eduardo Ochs**

11:05

Oi todo mundo!



**Rhayssa Mendes**

11:05

Bom dia professor

 **Ricardo Soares C2** 11:05  
Olá!

 **João Victor Huguenin** 11:05  
Bom dia

 **Eduardo Ochs** 11:05  
Bdia

 **Bia Carreiro** 11:05  
Bom dia!

 **Yunguer D.M** 11:06  
Bom dia!

 **Ricardo Soares C2** 11:06  
Bom dia

Icaro Daflon joined group by link from Group

 **Icaro Daflon** 11:06  
Bom dia

 **Orlando Nascimento** 11:06  
Bom dia

Gabriel Ribeiro joined group by link from Group

 **Gabriel Ribeiro** 11:06  
Bom dia

 **Eduarda Michaelle** 11:07  
Olá! Bom dia

 **Luiz Cunha** 11:08  
bom dia galera 🌐👍

Raphael Yoshiki joined group by link from Group



**Raphael Yoshiki**

11:08

Bom dia

João Henrique C2 joined group by link from Group



**João Henrique C2**

11:09

Bom dia.

In reply to [this message](#)

11:09

Você por aqui!?

Meu Deus, eu conheço todo mundo.

11:09

In reply to [this message](#)

11:10

Dona Bia!

In reply to [this message](#)

11:10

Seu Ícaro danado.

In reply to [this message](#)

11:10

Gabriel maravilhoso do meu coração.

In reply to [this message](#)

11:10

Tava jogando comigo ontem.

Cleber Feijó joined group by link from Group



**João Henrique C2**

11:10

In reply to [this message](#)

Você por aqui.



**Eduarda Michaelle**

11:11

In reply to [this message](#)

Hahahahh eu mesma!



**Eduardo Ochs**

11:12

Eu comecei o video avisando que os slides que eu usei no video eram do semestre passado e que eu iria fazer uma versao atualizada deles assim que desse... já' fiz e acabei de alteral a pagina do curso pra apontar pra versao nova - que ainda nao esta' em forma definitiva, ainda pretendo acrescentar bastante coisa nela.



**João Henrique C2**

11:15

Já dei uma olhada... Essa primeira parte eu já tenho até resolvida.

Bruno joined group by link from Group

Léo Sanches joined group by link from Group

Ana Carolina Moreira joined group by link from Group

João Vitor Spala joined group by link from Group



**Eduardo Ochs**

11:20

Quem entrou agora tá conseguindo ver as mensagens que já estavam no grupo antes da pessoa entrar?



**João Vitor Spala**

11:20

sim sim



**Eduardo Ochs**

11:21

👍😊

Tiago Acris joined group by link from Group



**Orlando Nascimento**

11:24

Sobre o exercício do final do slide, as sugestões de chute são somente para dar uma ideia de qual tipo de função usar, certo? A resposta da EDO não vai estar necessariamente igual ao da sugestão, isso?



**Eduardo Ochs**

11:25

Isso!!!



**Orlando Nascimento**

11:25

Obrigado :)

Mari Bravo C3 joined group by link from Group



**Mari Bravo C3**

11:26

In reply to [this message](#)

sim!

Douglas Mareli joined group by link from Group

Bruno Souza joined group by link from Group

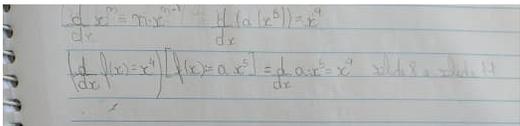
- BC** 11:35  
O exercício é para ser entregue? Para mandar por aqui?
- EO** 11:36  
E' so' pra ser discutido com os colegas. Eu vou ajudar toda vez que puder, mas acho que funciona melhor voces discutirem no grupo do que mandarem mensagens privadas pra mim.
- BC** 11:37  
Entendi professor!
- Alguém pode me ajudar? Rs 11:44
- ON** 11:45  
Em qual questão?
- BC** 11:52  
O primeiro eu to me enrolando rs
- ON** 11:54  
Na primeira, voce sabe que a derivada de uma função é igual a  $x^4$ .  
Nas derivadas sabemos que o expoente diminui no formato:  $d/dx (x^n) = (n * x^{(n-1)})$   
Logo, pro expoente resultar em 4, a função original tem que ter expoente 5. Agora é só achar o coeficiente do termo que tem  $x^5$ .  
Resumindo:  $d/dx (a * (x^5)) = x^4$  11:55  
Dai usando as regras de derivada, é só resolver e achar a constante "a" 11:56  
Se tiver ficado com dúvida em alguma parte, só falar :) 11:59
- BC** 11:59  
Você é o monitor? Rs

**ON** **Orlando Nascimento** 11:59  
Nope

**BC** **Bia Carreiro** 11:59  
Eu tava levando pra uma coisa completamente diferente  
Obrigada! 12:00

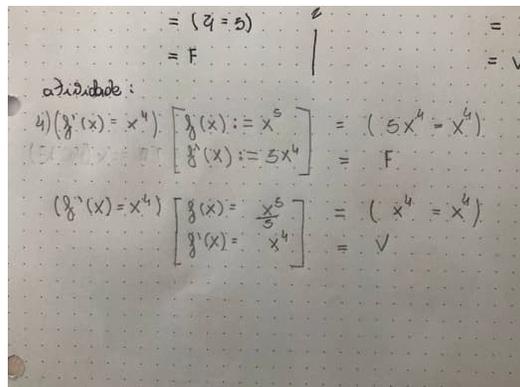
**ON** **Orlando Nascimento** 12:00  
De nads

**EO** **Eduardo Ochs** 12:00  
Bia, manda uma foto do que você está tentando fazer, mesmo que esteja tudo errado... e põe umas anotações tipo "slide tal" ou "posição tal do vídeo"

**BC** **Bia Carreiro** 12:05  


Ainda to finalizando 12:05

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:05



$= (2 = 5)$   
 $= F$  |  $= \checkmark$

anotação:

$f(x) = x^4$	$f(x) = x^5$	$= (5x^4 = x^4)$
$f(x) = x^4$	$f(x) = 5x^4$	$= F$
$f(x) = x^4$	$f(x) = \frac{x^5}{5}$	$= (x^4 = x^4)$
	$f(x) = x^4$	$= \checkmark$

Dessa forma professor? 12:05

**EO** **Eduardo Ochs** 12:06  
In reply to [this message](#)  
Boa! Começou bem! Faltaram uns parenteses no final... repara que

$(2+2 = 5) = (4 = 5)$  e' totalmente diferente de  $2+2 = 5 = 4 = 5...$

In reply to [this message](#)

12:07

ISSO!!! =)

Pedro Souza joined group by link from Group



**Bia Carreiro**

12:13

In reply to [this message](#)

Eu estava pensando em fazer assim, achei que estava errado rs

Alguém tem uma luz da segunda? Rs

12:26



**Bruno Claude**

12:31

Alguém conseguiu fazer a 7?



**Bia Carreiro**

12:34

Vamos ter monitor? [@eduardoochs](#)



**Eduardo Ochs**

12:35

Em calculo 3 nao =(

oops

12:36

viajei

12:36

tem sim, e' o [@amantedeagricultura](#) !

12:36

Carla Corrêa joined group by link from Group



**Eduardo Ochs**

12:38

a.k.a. Bruno Macedo



**Bruno Claude**

12:40

Professor a 7 tem solução?



**Eduardo Ochs**

12:41

Tem, mas nao e' obvia

Passa pra 8, que e' bem mais interessante

12:42

- ON** **Orlando Nascimento** 12:42  
In reply to [this message](#)  
Lembra das regras de derivadas para expressões com raízes, dai vai testando com raiz de  $x^1$ ,  $x^2$ ,  $x^3$ , deve te ajudar
- EO** **Eduardo Ochs** 12:49  
A solucao da 7 nao esta' na lista de sugestoes =(
- BC** **Bruno Claude** 13:14  
Professor não consegui fazer a 7 :(
- EO** **Eduardo Ochs** 13:14  
Passa pra 8!
- BC** **Bruno Claude** 13:14  
Já fiz
- EO** **Eduardo Ochs** 13:15  
Como nao tem nada parecido com a solucao da 7 na lista de sugestoes a gente vai precisar de uma tecnica complicada pra resolve-la - que a gente so' vai ver na parte do curso que e' sobre EDOs...
- BC** **Bruno Claude** 13:15  
Ok
- LC** **Luiz Cunha** 13:55  
In reply to [this message](#)  
vai ter algum meio de se comunicar com ele??  
tipo um servidor do discord, meet...
- EO** **Eduardo Ochs** 14:01  
Tem sim! Ele usa Telegram e vários outros aplicativos. Manda uma mensagem pra ele!
- LS** **Léo Sanches** 14:10  
In reply to [this message](#)

$$7 - \left( f'(x) = \frac{-1}{f(x)} \right) \quad \left[ \begin{array}{l} f''(x) = \sqrt{1-2x} \\ f'(x) = \frac{-1}{f(x)} \end{array} \right]$$

Essa é a 7

14:10

BC

**Bia Carreiro**

14:10

Alguém fez a 5?

LS

**Léo Sanches**

14:11

In reply to [this message](#)

$$5 - \left( y' = 2f(x) \right) \quad \left[ \begin{array}{l} f(x) = e^{2x} \\ f'(x) = 2e^{2x} \end{array} \right] \quad \checkmark$$

In reply to [this message](#)

14:11

Foi mal pelas fotos cagadas

EO

**Eduardo Ochs**

14:13

In reply to [this message](#)

Acho que e' isso sim!

Voce resolveu por variaveis separaveis???

14:13

RM

**Rhayssa Mendes**

14:14

$$6) \left( y''(x) + y'(x) = 6y(x) \right) \quad \left[ \begin{array}{l} y^1(x) := e^{-x} \\ y^2(x) := e^{2x} \cdot 2 \\ y^3(x) := e^{2x} \cdot 4 \end{array} \right] = \left( e^{2x} \cdot 4 + e^{-x} \cdot 2 = 6y(x) \right)$$

A 6 é assim?

EO

**Eduardo Ochs**

14:14

Isso!!!

LS

**Léo Sanches**

14:15

In reply to [this message](#)

Resolvi com testes como indicado pelo senhor, o famoso chutômetro

- BM** **Bruno Macedo** 14:39  
Boa tarde galera, vou ser o monitor de vcs. Vou disponibilizar 8 horas semanais para atendimento, pensei nos seguintes horários: segunda 14h-18h e terça 16h-20h. Semestre passado utilizei um servidor no discord, foi show. Aí a ideia seria que nesses horários vocês podem me mandar uma mensagem no telegram que eu entro no discord, ou até mesmo posso ajudar pelo próprio telegram. O que vocês acham?
- BS** **Bruno Souza** 14:39  
Depois manda o link do discord, por gentileza.
- ID** **Icaro Daflon** 14:40  
In reply to [this message](#)  
Oi será que poderia ter um horário de manhã ou no sábado é que eu trabalho a tarde toda 😊👍
- BM** **Bruno Macedo** 14:40  
segunda eu posso de manha, que tal de 9h as 13h?
- ID** **Icaro Daflon** 14:41  
Por mim de boas
- BM** **Bruno Macedo** 14:41  
mas esses horarios tbm podem ser flexibilizados, se em alguma semana o horário estiver ruim pra alguém, dá pra falar comigo no telegram e agt da um jeito
- MB** **Mari Bravo C3** 14:41  
beleza!
- BM** **Bruno Macedo** 14:41  
In reply to [this message](#)  
blz
- YD** **Yunguer D.M** 14:42  
Tranquilo
- BM** **Bruno Macedo** 14:45  
In reply to [this message](#)

vou mandar daqui a pouco

**BS** **Bruno Souza** 15:02  
Obrigado!

**BM** **Bruno Macedo** 15:07  
<https://discord.gg/QuVxdafQ>

Gabriel Drumond joined group by link from Group

5 February 2021

**ID** **Icaro Daflon** 00:14  
eerr gente desculpa o horário kkkkk mas tem alguem acordado que conseguiu fazer a 7 ??? quero comparar um negócio aqui

In reply to [this message](#) 00:24

ah vi agr kkk

o meu deu diferente 00:24

ou ta certo ou assassinei a matemática 00:24

**EO** **Eduardo Ochs** 11:05  
Oi!

**DM** **Douglas Mareli** 11:06  
Bom dia!!

**BC** **Bia Carreiro** 11:06  
Bom dia!

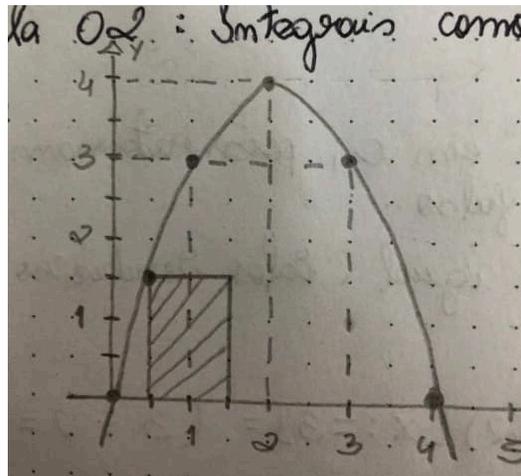
**EO** **Eduardo Ochs** 11:07  
Bom dia!

**MB** **Mari Bravo C3** 11:09  
Bom dia!

**RS** **Ricardo Soares C2** 11:10  
Olá! Bom dia!

- EO** **Eduardo Ochs** 11:10  
Bd tds
- O material de hoje e' um video curto sobre porque e' que a gente vai mudar de assunto pra areas sob curvas e somas de retangulos e um monte de exercicios sobre como visualizar somas de retangulos 11:11
- BC** **Bia Carreiro** 11:11  
Professor, a parte dois não vai ser hoje?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:12  
Hoje e' a "aula 2", mas o titulo dela e' "integrais como somas de retângulos, parte 1"
- EM** **Eduarda Michaelle** 11:13  
Bom dia!
- EO** **Eduardo Ochs** 11:19  
Tou fazendo uma alteracao bem pequena no slide 10 mas de resto acho que o material e' esse mesmo. Os exercicios tem varias pegadinhas e o pessoa da outra turma teve varias duvidas ☺
- MB** **Mari Bravo C3** 11:20  
ok!
- BC** **Bia Carreiro** 11:23  
Como assim função preferida professor??
- ON** **Orlando Nascimento** 11:25  
Acho que ele tá falando da função  $f(x) = 4-(x-2)^2$
- EO** **Eduardo Ochs** 11:25  
Os livros costumam explicar integrais usando funcoes "genericas"... por exemplo, as notas de aula da Cristiane Hernandez usam essa curva aqui nas primeiras paginas, sem dizer explicitamente que funcao e' esse, qdz, sem nos dar uma formula que nos permita calcular  $f(x)$  pra qualquer valor de  $x$ ... <http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-somas-1.pdf>

- J** **João Henrique C2** 11:27  
In reply to [this message](#)  
é dessa mesmo.
- EO** **Eduardo Ochs** 11:28  
E' essa sim! Nos vamos usar essa funcao em dezenas de exercicios e eu tou chamando ela de "nossa funcao preferida (pra exercicios nessa parte do curso)"
- BC** **Bia Carreiro** 11:32  
f(0.5) seria a altura?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:32  
Sim!
- ON** **Orlando Nascimento** 11:33  
No exercício 3 estamos desenhando a soma de Riemann pela esquerda, isso?  
Menos no último retangulo "f(3.5)(3.5--3)", esse seria pela direita 11:34
- EO** **Eduardo Ochs** 11:34  
Isso ai! Tem essa pegadinha...
- ON** **Orlando Nascimento** 11:39  
[@eduardoochs](#) O vídeo sobre as partições será na aula de semana que vem?
- RM** **Rhayssa Mendes** 11:41



A 2 é dessa forma professor?

EO

**Eduardo Ochs**

11:41

Se vocês tiverem boas dúvidas eu posso fazer um hoje

In reply to [this message](#)

11:41

Sim!

ON

**Orlando Nascimento**

11:42

Minha dúvida nas partições é o porque dos intervalos terem tamanhos diferentes. Se é alguma regra ou se é a pessoa que está escrevendo os intervalos que define o tamanho deles

MB

**Mari Bravo C3**

11:43

In reply to [this message](#)

eu tinha feito assim também, mas reparei que a altura deveria ser 0,5, não?

ON

**Orlando Nascimento**

11:43

O primeiro  $[2,3.5]$ , tem "tamanho" de 1.5 unidades, o segundo  $[3.5,4]$  tem "tamanho" de 0.5 unidades

EO

**Eduardo Ochs**

11:43

A altura é  $f(0.5)$ , não 0.5

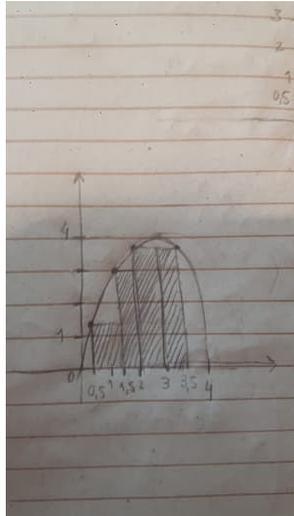
MB

**Mari Bravo C3**

11:43

nossa verdade

- In reply to [this message](#) 11:43
- primeiro eu fiz exatamente assim, ai quando estava fazendo o segundo, me veio essa confusão
- tem razão 11:44
- EO** **Eduardo Ochs** 11:44
- In reply to [this message](#)
- A definicao de particao \_permite\_ que os intervalos tenham comprimentos diferentes... entao quem escolhe a particao escolhe os comprimentos
- ON** **Orlando Nascimento** 11:49
- Blz, obrigado
- EO** **Eduardo Ochs** 11:51
- Quando a gente for integrar funcoes-escada descontinuas vai ser util a gente por os pontos de descontinuidade dentro de intervalos bem pequenos da particao e manter os intervalos grandes no resto dela.
- BC** **Bia Carreiro** 11:55
- No número 3, a base segue a mesma regra que o 2 né?  $(2-1,5)$  significa que a base vai de  $x=1,5$  até  $x=2$
- EO** **Eduardo Ochs** 11:56
- Sim!
- MB** **Mari Bravo C3** 11:57

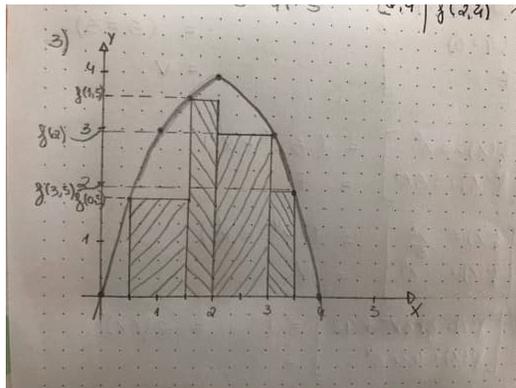


a nº3 é assim, professor?

RM

Rhayssa Mendes

11:58



Os números do eixo y ficaram uma bagunça, mas e dessa forma?

EO

Eduardo Ochs

11:59

Ah, obs, repara que eu vou usar a convenção internacional e vou sempre escrever "1.5" ao invés de "1,5" - e recomendo que vocês usem ela também pra gente poder usar a vírgula pra outras coisas. Por exemplo, na página 9 temos  $P = \{2, 3.5, 4, 6, 7\}$ , e se a gente escrever "3,5" ao invés de "3.5" vamos ter que usar ";"s como separadores entre os números...

MB

Mari Bravo C3

11:59

In reply to [this message](#)

o seu ficou bem mais simétrico

vou refazer 12:00



**Rhayssa Mendes** 12:00

In reply to [this message](#)

O pontilhado que ajuda



**Eduardo Ochs** 12:00

In reply to [this message](#)

Confere a altura do seu terceiro intervalo



**Rhayssa Mendes** 12:03

In reply to [this message](#)

A altura do retângulo pode ultrapassar a delimitação do gráfico?



**Eduardo Ochs** 12:03

In reply to [this message](#)

Pode sim! Na figura que eu roubei das notas de Cristiane Hernandez isso acontece a beca!

11

12:04

Note que a expressão  $\sum_{i=a}^b \text{expr}$  quer dizer “some várias cópias da expressão  $\text{expr}$ , a primeira com  $i$  substituído por  $a$ , a segunda com  $i$  substituído por  $a + 1$ , etc etc, até a cópia com  $i$  substituído por  $b$ ”...

Se você tiver dificuldade pra interpretar alguma expressão com somatórios você pode calculá-la beem passo a passo usando a operação ‘[:=]’ da aula passada. Por exemplo:

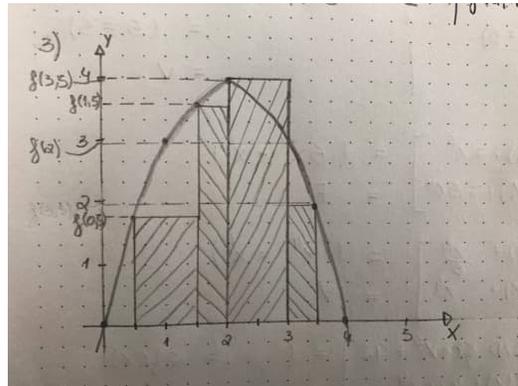
$$\begin{aligned} \sum_{i=4}^6 f(b_i) \cdot (b_i - a_i) &= (f(b_4) \cdot (b_4 - a_4)) [i := 4] \\ &+ (f(b_5) \cdot (b_5 - a_5)) [i := 5] \\ &+ (f(b_6) \cdot (b_6 - a_6)) [i := 6] \\ &+ (f(b_7) \cdot (b_7 - a_7)) [i := 7] \\ &= f(b_4) \cdot (b_4 - a_4) \\ &+ f(b_5) \cdot (b_5 - a_5) \\ &+ f(b_6) \cdot (b_6 - a_6) \\ &+ f(b_7) \cdot (b_7 - a_7) \\ &= \dots \end{aligned}$$

2020-2-472-ocmas-1 2021f01-05 11:55

Acabei de acrescentar esse slide aqui ^ 12:04



**Rhayssa Mendes** 12:10



Desse jeito?

EO

**Eduardo Ochs**

12:11

Sim!!!

RM

**Rhayssa Mendes**

12:25

Professor, tenho uma dúvida na parte de partições. As extremidades não deveriam ser iguais?

Vi que no exemplo [2,7] a outra extremidade da participação ficou [6,7]. So a parte b permanece igual

12:26

EO

**Eduardo Ochs**

12:27

Pera, qual e' a parte b? E quando voce diz "extremidades nao deveriam ser iguais?" voce esta' comparando quais particoes, ou quais intervalos?

MB

**Mari Bravo C3**

12:32

No exercício 4, a é 4, b é 12 e N é 5 né?

RM

**Rhayssa Mendes**

12:32

A parte b e de um exemplo genérico [a,b]. Onde só a parte "a" é crescente. Mas agora entendi o pq

EM

**Euarda Michaelle**

12:40

In reply to [this message](#)

Professor, no exercício 2, sendo a altura  $f(0.5)$ , acabei fazendo as contas pra descobrir o valor da altura pela fórmula, mas na videoaula vc diz que esse é a "maneira burra". Poderia explicar melhor sobre essa parte?

- EO** **Eduardo Ochs** 12:40  
Vishj  
Tenta aprender a não fazer as contas... se você fizer tudo pelas 12:42  
contas você vai demorar muito mais e não vai descobrir um monte  
de truques importantes que a gente só descobre se a gente tenta  
aprender a visualizar tudo geometricamente...
- Acho que eu tenho um exemplo bom. 12:43  
Num dos primeiros slides eu usei uma figura copiada das notas 12:44  
da Cristiane Hernandez em que ela usa uma partição com 7  
intervalos - ela até escreveu do lado " $n=7$ "...
- Daqui a pouco a gente vai ter que usar figuras - que a gente 12:45  
não vai poder desenhar explicitamente com todos os detalhes - com  
10 intervalos, ou 100, ou 1000, ou um milhão de intervalos
- Se você aprender a visualizar tudo sem contas você vai 12:46  
conseguir visualizar a figura com um milhão de intervalos em poucos  
segundos.
- E se você tiver que fazer as contas pra um milhão de intervalos 12:47  
você vai gastar um tempo que a gente não tem =(
- EM** **Eduarda Michaelle** 12:48  
Entendi
- RM** **Rhayssa Mendes** 12:48  
Professor, os exercícios do slide e para terminarmos nessa aula? Ou  
vamos continuar na aula que vem?
- EO** **Eduardo Ochs** 12:48  
Vamos continuar nesses mesmos slides na aula que vem.
- RM** **Rhayssa Mendes** 12:49  
Tá bom, obrigada
- EO** **Eduardo Ochs** 12:53  
Alguém chegou na parte dos trapézios? Ainda não, né'?
- RM** **Rhayssa Mendes** 13:36  
Eu parei no exercício 5

11 February 2021

- EO** **Eduardo Ochs** 11:03  
Oi todos!
- RY** **Raphael Yoshiki** 11:03  
Bom dia!
- EO** **Eduardo Ochs** 11:03  
Bd!
- Eu pus um monte de material novo na pagina do curso. Ta' em 11:05  
"aula 4 (11 e 12/fev): integrais como somas de retângulos, parte 2.  
PDF", deem uma olhada la'. O plano pra hoje e' a gente tirar as  
ultimas duvidadas do material da "aula 2" - que termina com umas  
coisas sobre trapezios - e comecar essa da aula 4.
- ON** **Orlando Nascimento** 11:09  
Bom dia! Vou dar uma olhada no classroom agora para ver o  
material dessa aula
- RY** **Raphael Yoshiki** 11:09  
Professor, o vídeo da aula 4 tá dando 404 not found
- EO** **Eduardo Ochs** 11:10  
Ah sim, o video ainda nao fiz
- RY** **Raphael Yoshiki** 11:10  
Ahh ok
- ON** **Orlando Nascimento** 11:10  
In reply to [this message](#)  
la comentar isso agora
- Achei que era o meu PC 11:10
- EO** **Eduardo Ochs** 11:11  
Na verdade eu ainda tou no ponto em que eu acho o material de  
aula 4 obvio - ate' o ponto em que os slides dizem que o que vem a  
partir dali sao coisas do material do semestre passado que eu vou  
reescrever totalmente... entao so' vou ter ideias pro que explicar no

video a partir das duvidas de voces

**RM** **Rhayssa Mendes** 11:21  
Alguem conseguiu fazer a número 6 da aula passada?

**EO** **Eduardo Ochs** 11:22  
In reply to [this message](#)  
A dica pra ela esta' no slide 11

**ON** **Orlando Nascimento** 11:30  
No exercício 2 da aula 4, os valores de  $F([2,3])$  só devem ser demonstrados graficamente? Similar ao do exemplo dado

**EO** **Eduardo Ochs** 11:31  
Isso!

**J** **João Henrique C2** 11:35  
Bom dia, professor.

**EO** **Eduardo Ochs** 11:35  
Oi! Bd

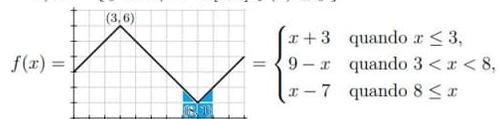
**ON** **Orlando Nascimento** 11:36  
No exercício 5, a resposta seria dessa forma?

**Exercício 5.** 11:36

Calcule os dois conjuntos abaixo:

a)  $L = \{y \in \mathbb{R} \mid \forall x \in [7, 9], y \leq f(x)\}$

b)  $U = \{y \in \mathbb{R} \mid \forall x \in [7, 9], f(x) \leq y\}$



a)  $L = (-\infty, 1]$

Na letra a) eu acho todos os valores menores que o valor 11:37  
mínimo de  $f(x)$  no intervalo  $[7, 9]$ , como a variação da imagem vai de  
 $[1, 2]$ ,  $y$  pode assumir qualquer valor menor ou igual a 1

**EO** **Eduardo Ochs** 11:37  
Sim!

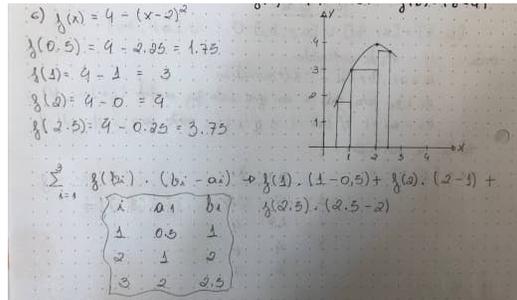
= ) 11:37

RM

**Rhayssa Mendes**

11:41

In reply to [this message](#)



É nesse caminho?

EO

**Eduardo Ochs**

11:44

In reply to [this message](#)

Da' uma olhada em como voce desenhou o primeiro retangulo... a altura dele e'  $f(1)$  ou  $f(0.5)$ ?

ON

**Orlando Nascimento**

11:45

Surgiu outra dúvida aqui

No exercicio 6 estou confuso. Na questão anterior vi que  $y$  tem que ser menor ou igual a 1. Então as letras  $M(4)$  e  $M(2)$  são falsas já, mas como eu vou analisar as proposições c),d),e)

Seria da forma abaixo?

$$f(x) = 9-x \quad [7,8], \quad f'(x) = -1$$

$$f(x) = x-7 \quad (8,9], \quad f'(x) = 1$$

Isso quer dizer que qualquer valor entre  $[-1,1]$  será considerado um  $M(y)$  verdadeiro?

EO

**Eduardo Ochs**

11:47

Voce vai ter que testar o "para todo  $y'$  em  $L$   $y' \leq y$ "

RM

**Rhayssa Mendes**

11:47

In reply to [this message](#)

Então o retângulo  $f(1)$  e  $f(2)$  vão ter a msm altura?

- EO** Eduardo Ochs 11:47  
Sao infinitos testes, ja' que o conjunto L e' infinto, mas da' pra fazer pensando um pouco
- Pera 11:47
- ON** Orlando Nascimento 11:48  
Se  $y$  é uma constante,  $y'$  vai ser igual a 0?
- EO** Eduardo Ochs 11:48  
 $f(1)$  nao e' um retangulo, e' uma altura... um retangulo dos que a gente esta' usando fica determinado pela altura e pela base dele
- idem pra  $f(2)$  11:48
- In reply to [this message](#) 11:49  
Me diz de novo quem e' o conjunto L (em notacao de intervalos).
- ON** Orlando Nascimento 11:49  
 $L = (-\infty, 1]$  Estou usando  $-\infty$  para denotar -infinito
- EO** Eduardo Ochs 11:50  
Isso! Agora me diz quatro elementos diferentes de L.
- ON** Orlando Nascimento 11:50  
-2, -1, 0, 1
- EO** Eduardo Ochs 11:50  
Otimo!
- Se  $\forall y' \in L. y' \leq y$  for verdade entao isto aqui deve ser verdade tambem: 11:51  
 $-2 \leq y, -1 \leq y, 0 \leq y, 1 \leq y$
- ON** Orlando Nascimento 11:52  
Então o  $y'$  pode ser qualquer elemento de L?
- EO** Eduardo Ochs 11:52  
Sim!

- ON** **Orlando Nascimento** 11:52  
 Aaaah, achei que fosse algo relacionado a derivadas por causa do '
- EO** **Eduardo Ochs** 11:53  
 Voce tem que considerar todos os valores possiveis pra  $y'$  - todos os elementos de  $L$ .  
 Aaaah, nao =) 11:53
- ON** **Orlando Nascimento** 11:53  
 Acho que se fosse usada outra variável ficaria mais fácil de visualizar, " $\forall z \in L. z \leq y$ "
- RY** **Raphael Yoshiki** 11:53  
 Pera  $y'$  não é pra derivar  $y$ ?
- ON** **Orlando Nascimento** 11:53  
 Mas agora entendi, obrigado
- EO** **Eduardo Ochs** 11:55  
 In reply to [this message](#)  
 Nao e' nao =)
- In reply to [this message](#) 11:56  
 Eu pensei nisso, mas resolvi usar  $y'$  pra enfatizar que as gente vai interpretar os valores de  $y'$  como estando no eixo vertical...
- Pronto, reescrevi: 12:01
- Exercício 6.** 12:01  
 Seja  $M(y) = (y \in L \text{ e } \forall y' \in L. y' \leq y)$  —  
 ou, equivalentemente,  $M(y) = (y \in L \text{ e } \forall z \in L. z \leq y)$ .  
 Para cada uma das proposições abaixo diga se ela é verdadeira ou falsa.  
 a)  $M(4)$   
 b)  $M(2)$   
 c)  $M(0)$   
 d)  $M(0.5)$   
 e)  $M(1)$
- ON** **Orlando Nascimento** 12:01  
 Obrigado, Prof

- J** **João Henrique C2** 12:14  
Professor, eu tô um pouco em dúvida na questão 1 da aula 4.  
Na parte de gráfico...  
Eu coloquei o B como o subconjunto de x, tipo... Os números que aparecem embaixo são os indicados do B, certo?  
Mas o eixo y, eu não entendi como vou demonstrar no gráfico...
- EO** **Eduardo Ochs** 12:15  
Aaah  
Pra gente representar o ponto 4 (por exemplo) como um ponto 12:15  
no eixo x a gente plota ele na posição (4,0)...  
pra representar ele como um ponto no eixo y a gente plota ele 12:15  
na posição (0,4).
- J** **João Henrique C2** 12:17  
Aí é pra seguir tipo o que a gente recebe no grf?
- EO** **Eduardo Ochs** 12:17  
Como assim?
- J** **João Henrique C2** 12:17  
Por exemplo, -3 e 9  
Aí esse seria o eixo y? 12:18  
Pra poder criar o gráfico... 12:18
- EO** **Eduardo Ochs** 12:18  
Eita  
Voce pode reformular a sua pergunta como uma frase beeeem 12:18  
mais completa?
- J** **João Henrique C2** 12:18  
Na questão ele pede o  $f(B)$ , depois  $\text{grf}(B)$ .  
Aí temos dois conjuntos. 12:18  
O  $F(B)$  apenas com um número, e o  $\text{grf}(B)$  com dois eixos  $(x,y)$ . 12:19

EO

**Eduardo Ochs**

12:19

O  $gr_f(B)$  vai ser um conjunto de pares de numeros e o  $F(B)$  vai ser um conjunto de numeros

J

**João Henrique C2**

12:19

E na questão do gráfico, ele pede que  $x$  seja os subconjuntos de  $B$ , e  $y$  de  $F(B)$  e  $grf(B)$ .

Isso.

12:19

Eu tô em dúvida pra montar o gráfico, viajando total.

12:19

EO

**Eduardo Ochs**

12:20

Entao tenta fazer algo que te parece razoavel e manda pra ca!  
Lembra que Calculo 2 e' sobre chutar e testar  $\Rightarrow \Rightarrow$ )

J

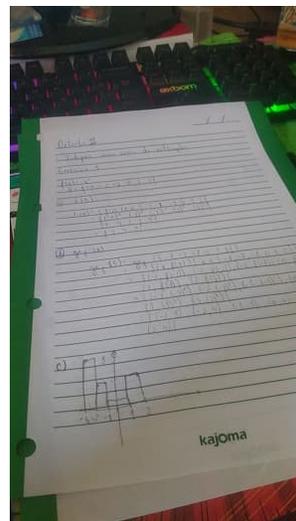
**João Henrique C2**

12:20

Tá bom.

Vou fazer o que pensei.

12:20



12:23

Foi assim que eu pensei.

12:23

EO

**Eduardo Ochs**

12:24

Da' pra voce tirar uma foto so' da parte importante? O Telegram reduziu a resolucao...



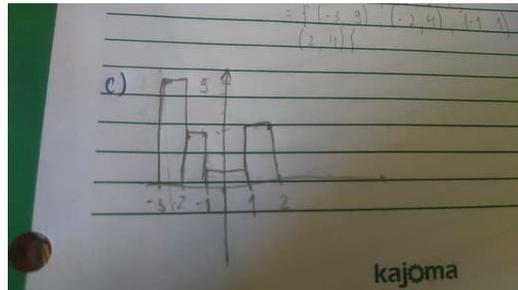
**João Henrique C2**

12:24

Aí na d, ele pede o contrário.

Sim.

12:24



12:24



**Eduardo Ochs**

12:27

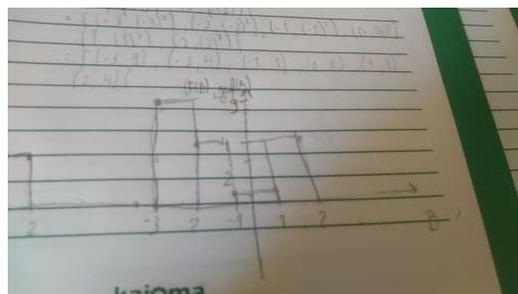
Ok. Repara que e' bem dificil interpretar o seu desenho... tenta refazer ele de alguma forma que deixe bem claro o que e' o conjunto B "como subconjunto do eixo x", o que e' o  $gr_f(B)$ , etc



**João Henrique C2**

12:27

Tá bom.



12:30

B no eixo x,  $F(B)$  e  $gr_f(B)$  no y.

12:30



**Eduardo Ochs**

12:31

Ainda tou achando bem dificil de entender... voce pode escrever os conjuntos B,  $gr_f(B)$  e  $F(B)$  em notacao de conjuntos e fazer o desenho do lado?



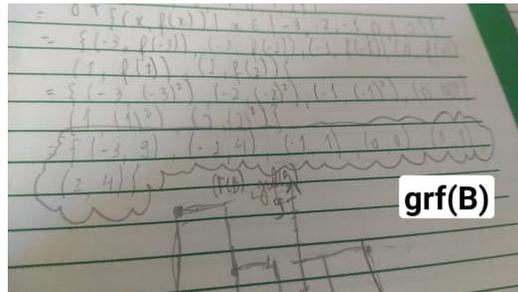
**João Henrique C2**

12:32

Sim.

12:33

$B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$   
**kajoma**  
 $F(B) = \{1, 4, 9\}$  //  $\text{grf}(B) = \uparrow$



12:34

EO

**Eduardo Ochs**

12:35

Gente, deixa eu dar uma sugestao pra todo mundo, principalmente pro pessoal que ta' calado... o que o Johnny esta' fazendo e' BEM importante. Deem uma olhada na "Dica 7" aqui: <http://angg.twu.net/LATEX/material-para-GA.pdf#page=5>

Ok! Mas repara que o  $F(B)$  deveria incluir o 0 tambem...

12:36

Onde voce representou o  $F(B)$  no grafico?

12:37

J

**João Henrique C2**

12:38

Ih é...

EO

**Eduardo Ochs**

12:39

Ah, voce esta' esta' desenhando os retangulos com linhas bem fortes... isso vai fazer a maioria das pessoas acharem que os retangulos sao importantes na sua resposta, ao inves de verem os tracos deles como linhas auxiliares que voce desenhou pra conseguir desenhar o  $\text{gr}_f(B)$ ...

RM

**Rhayssa Mendes**

12:39

Professor, eu representei o  $\text{grf}(B)$  como uma parábola  $x^2$

J

**João Henrique C2**

12:40

Entendi, professor...

Sou uma negação em gráfico :( 12:40

EO

**Eduardo Ochs**

12:40

A parábola e' o  $gr_f$

RM

**Rhayssa Mendes**

12:40

E considerei o subconjunto do eixo x os números que estão abaixo do traço

EO

**Eduardo Ochs**

12:40

O  $gr_f(B)$  contem so' 6 pontos

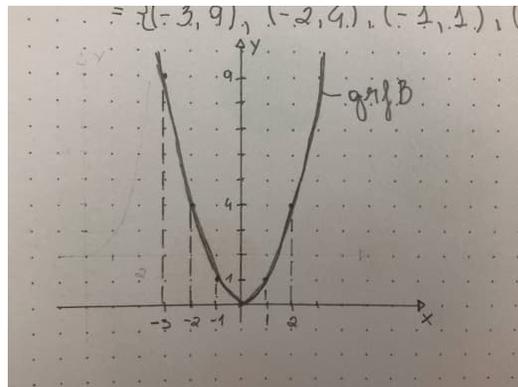
O que e' "o traco"?

12:41

RM

**Rhayssa Mendes**

12:42



Dessa forma

12:42

J

**João Henrique C2**

12:42

Ah, o gráfico foi o que eu pensei.

Só que eu desenhei mais os retângulos que a própria parábola. 12:42

EO

**Eduardo Ochs**

12:43

In reply to [this message](#)

Pois e', isso e'  $gr_f$ , nao  $gr_f(B)$ ... Compara o que a gente ta' fazendo com a definicao de imagem de uma funcao no Martins/Martins

EO

**Eduardo Ochs**

13:03

Vou ter que sair pra comprar almoco! A gente continua amanha!

**JS** **João Vitor Spala** 13:05  
professor, a aula 3 tem video?

**EO** **Eduardo Ochs** 13:07  
nao

mas eu faco um se alguem tiver duvidas que eu acho que  
valham a pena explicar em video 13:08

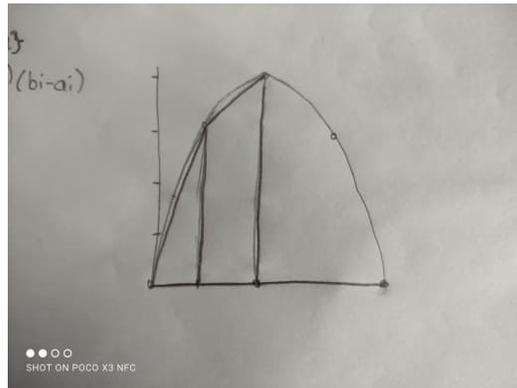
**JS** **João Vitor Spala** 13:10  
é pq eu estou com bastante dificuldade pra entender esse "jeito  
esperto" de visualizar uma função

**EO** **Eduardo Ochs** 13:16  
In reply to [this message](#)

Assiste esse video aqui - <http://angg.twu.net/eev-videos/2020.2-C2-somas-1.mp4> , a partir do 4:00

12 February 2021

**M** **Marx** 10:27



O gráfico do exercício 10 da aula 2 fica assim?

**EO** **Eduardo Ochs** 10:58  
In reply to [this message](#)

Sim!!! =)

Oi todo mundo! 10:59

- ON** **Orlando Nascimento** 10:59  
bom dia
- EO** **Eduardo Ochs** 11:00  
Bd
- EO** **Eduardo Ochs** 11:35  
Tou aproveitando que ta' tudo tao quieto por aqui pra fazer um video.  
Vou comecar a gravar ele agora.
- EO** **Eduardo Ochs** 12:00  
Gravei! Vou subir!
- <http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-somas-2.mp4> 12:05
- Mas caraca, gente, que vergonha... 12:05
- Ficou sem som!!! 12:05
- Vou gravar de novo! 🤖 12:05
- JS** **João Vitor Spala** 12:15  
In reply to [this message](#)  
Eita!
- EO** **Eduardo Ochs** 12:35  
FOOOOIIIII!
- <http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-somas-2.mp4> 12:35
- ^ O video novo esta' no mesmo endereco do anterior. 12:35
- Assistão =) 12:36
- ON** **Orlando Nascimento** 12:39  
Blz prof, vou ver
- 18 February 2021
- EO** **Eduardo Ochs** 11:00  
Oi!
- Pus um monte de material novo nos slides da aula 4, deem 11:01  
uma olhada...

- Vou atualizar a pagina agora e daqui a uns minutos comeco a gravar um video novo. 11:01
- Pagina atualizada! 11:04
- EO** **Eduardo Ochs** 11:48  
Ei, tem alguem ai'?
- RM** **Rhayssa Mendes** 11:49  
Bom dia, tem sim
- ON** **Orlando Nascimento** 11:49  
Oi Prof, bom dia.
- RM** **Rhayssa Mendes** 11:49  
estou com dificuldades em entender a parte de integraçao
- EO** **Eduardo Ochs** 11:50  
Oi! Voces nao deram sinal de vida e eu acabei me distaindo com uns detalhes tecnicos... voce comecar a gravar o video so' daqui a pouco
- ON** **Orlando Nascimento** 11:50  
Dei uma olhada no material adicionado nos slides, o vídeo que o senhor falou foi o da semana passada, certo?
- Estava esperando o vídeo novo hehe 11:50
- EO** **Eduardo Ochs** 11:50  
In reply to [this message](#)  
Opa, manda perguntas mais especificas pra eu ver como ajudar...
- RM** **Rhayssa Mendes** 11:52  
o método de integraçao que devemos ver agora é o método de substituicao?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:53  
In reply to [this message](#)  
CARACA, QUE VERGONHA, EU NAO TINHA ATUALIZADO O PDF!!! As coisas novas comecam na pagina 17... acabei de atualizar, olha aqui: <http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-somas-2.pdf>

In reply to [this message](#) 11:54

A gente so' vai ver esses metodos de integracao depois que a gente definir direito integral e funcoes integraveis e entender os TFCs 1 e 2

Por enquanto nos so' estamos vendo pra calcular aproximacoes 11:56 pra integrais. Nos livros de Calculo 2 isso corresponde `a parte de Integral de Riemann, e nos livros de Calculo Numerico isso corresponde a integracao numerica.

E o que a gente esta' vendo agora vai nos ajudar no primeiro 11:57 item da parte de "aplicacoes de integrais" dos livros, que e' "calculo de areas".

Se voce estiver achando ruim estudar pelos exercicios dos 12:01 slides e quiser orientacao pra estudar por livros e' so' falar! ☺



**Rhayssa Mendes** 12:03

professor, teria como gravar um vídeo sobre essa parte inicial de integral? li a definição da pagina 203 e não sei nem por onde começar a fazer o exercício 1 do slide



**Eduardo Ochs** 12:03

203 do Martins/Martins?



**Rhayssa Mendes** 12:03

isso



**Eduardo Ochs** 12:05

Voce viu esse video aqui? <http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-somas-2.mp4>

Ele tem dicas pra fazer os exercicios ate' o 5 ou o 6 pelo menos 12:06



**Rhayssa Mendes** 12:08

vou voltar nessa parte então, eu tinha ido direto para o exercício 1 da página 19 do slide



**Eduardo Ochs** 12:09

Aaaah, esse era do semestre passado, em que eu tentei fazer as pessoas descobrirem um monte de coisas sozinhas a partir de umas poucas dicas que eu dei no Telegram...

Tenta fazer na ordem, a ordem atual e' BEM mais didatica do 12:10 que a que eu tentei usar no semestre passado...

- EO** **Eduardo Ochs** 12:47  
Seguinte
- No video que eu linkei ai' em cima eu dou dicas pra todos os exercicios ate' o 8 12:47
- E eu acabei de atualizar os slides pra incluir os exercicios ate' o 12:48  
12. O video vai ser sobre esses novos - 9, 10, 11, 12.
- Nessa semana nos temos uma aula a mais que a outra turma, 12:50  
entao nao tem muito problema nao ter acontecido quase nada na  
aula de hoje...
- Mas eu queria saber ate' onde voces ja' chegaram. 12:51
- EO** **Eduardo Ochs** 13:15  
Video:  
<http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-somas-2b.mp4>
- 19 February 2021
- EO** **Eduardo Ochs** 11:05  
Oi todo mundo!
- Entao, hoje a gente vai fazer o maximo que der dos exercicios 11:07  
do material sobre aproximacoes por retangulos por cima e por baixo.  
Procuram na pagina do curso por:
- aula 4 (11 e 12/fev): integrais como somas de retângulos, parte 11:07  
2. PDF (video)
- aula 5 (18/fev): vamos usar os slides da aula 4. Video aqui.
- E' um PDF enorme e dois videos. 11:07
- Ah, deixa eu dar uma sugestao: 11:07
- Ta' sendo BEM mais dificil por as pessoas pra discutirem aqui 11:08  
do que na turma de de tarde... sugiro que voces entrem no grupo de  
Telegram da turma de de tarde tambem
- Quem quiser pode participar por la', mas acho que vai ser util 11:12  
voces pelo menos darem uma olhada rapida pra ver o que as  
pessoas estao discutindo e terem uma nocao de que quem nunca viu  
nada parecido com esse material acaba tendo um monte de duvidas
- E que POR ENQUANTO eu tou conseguindo responder quase 11:13  
todas as duvidas pedindo pras pessoas reverem detalhes de slides e

exercicios anteriores ou dizendo coisas tipo

"Da' uma olhada no video <http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-somas-2.mp4> a partir do 11:08"

11:15

11:16



**2021excuse-selana2.jpg**

Not included, change data exporting settings to download.

136.5 KB

Aqui vai uma das fotos mais chiques da Selana pra dar good vibes

11:16



**Rhayssa Mendes**

11:18

In reply to [this message](#)



Bom dia professor

11:18



**Eduardo Ochs**

11:18

Oi Rhayssa! =)



**Mari Bravo C3**

11:18

Bom dia professor



**Eduardo Ochs**

11:18

Oi! Oba!



**Rhayssa Mendes**

11:18

Vou tentar retomar os exercícius das aulas 4 e 6

5\*

11:18



**Eduardo Ochs**

11:19

Ok! Lembrem que sempre da' pra perguntar duvidas de assuntos antigos!



**Mari Bravo C3**

11:19

In reply to [this message](#)

que fofaaa

- EO** **Eduardo Ochs** 11:19  
E' a catchorra mais fofa universooooooooooooo =P
- MB** **Mari Bravo C3** 11:20  
In reply to [this message](#)  
O link é o que está no site?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:21  
Sim!
- RM** **Rhayssa Mendes** 11:24  
<https://t.me/joinchat/HRkHgfAcjRXgCK8>- o link pra quem está no celular :)
- EO** **Eduardo Ochs** 11:24  
Valeu! =)
- MB** **Mari Bravo C3** 11:24  
valeuu  
In reply to [this message](#) 11:24  
no computador também vaii
- ON** **Orlando Nascimento** 11:26  
Bom dia a todos
- EO** **Eduardo Ochs** 11:26  
Bd!
- ON** **Orlando Nascimento** 11:32  
As definições de "sup" e "inf" estão no slide 4? Não estou conseguindo achar
- EO** **Eduardo Ochs** 11:33  
Nao, estao nos slides 16 e 18  
Da' uma olhada no "exemplao" do slide 19 pra entender como eles funcionam 11:36

ON

Orlando Nascimento

11:37

Eu estava achando que era o contrário

Que o sup seria o retângulo do topo

11:37

EO

Eduardo Ochs

11:37

E' sim

ON

Orlando Nascimento

11:38

Exemplão: métodos do sup e do inf

Seja  $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{quando } x < 2, \\ 3 & \text{quando } x = 2, \\ x-1 & \text{quando } 2 < x. \end{cases}$

Seja  $B = [1, 3]$ .

Então  $F(B) = (1, 2) \cup \{3\} \cup [4, 5)$ .

$U(F(B)) = [5, +\infty]$ .

$L(F(B)) = [-\infty, 1]$ .

$\sup(F(B)) = 5$ .

$\inf(F(B)) = 1$ .

$\sup(F([1, 3])) \cdot (3 - 1)$  é o retângulo mais escuro.

$\inf(F([1, 3])) \cdot (3 - 1)$  é o retângulo mais claro...

Eu achei que o inf seria esse retângulo

11:38

EO

Eduardo Ochs

11:38

Aaaah

Pera, eu ja' corrigi esse erro de digitacao mas acho que esqueci de subir o PDF novo

11:39

ON

Orlando Nascimento

11:40

Aah, entendi

O sup do exercicio 10 seria assim?

11:41

Exercício 10.

Seja:

$f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{quando } x \leq 3, \\ 9-x & \text{quando } 3 < x < 8, \\ x-7 & \text{quando } 8 \leq x \end{cases}$

Seja  $P = \{1, 2, 4, 5, 7, 9, 10\}$ .

Represente graficamente:

a)  $\sum_{i=1}^N \inf(F([a_i, b_i])) \cdot (b_i - a_i)$

b)  $\sum_{i=1}^N \sup(F([a_i, b_i])) \cdot (b_i - a_i)$

Dica: represente o (a) e o (b) no mesmo gráfico usando retângulos de cores diferentes, como nas figuras das páginas 2 e 19.

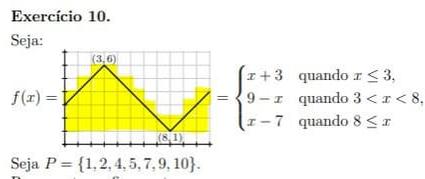
11:41

**EO** **Eduardo Ochs** 11:42  
Atualizei!

**ON** **Orlando Nascimento** 11:42  
Ou o retângulo vai direto até o fim com altura de  $y=1$  até  $y=6$ ?

**EO** **Eduardo Ochs** 11:43  
Faz cada retângulo em separado! Por exemplo o que voce fez no intervalo  $[1,2]$  ta' errado...

**ON** **Orlando Nascimento** 11:45



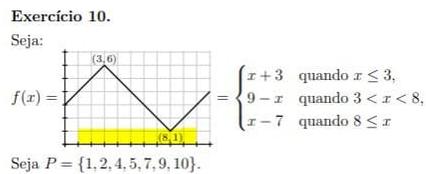
assim? 11:45

**EO** **Eduardo Ochs** 11:46  
Voce fez como se a particao fosse  $\{0, 1, 2, 3, \dots, 11\}$

**ON** **Orlando Nascimento** 11:47  
Aaah vdd, mas de resto, está correto?

**EO** **Eduardo Ochs** 11:47  
Bom, ta' na direcao certa sim!

**ON** **Orlando Nascimento** 11:47



O inf é só esse retângulo? 11:48

**EO** **Eduardo Ochs** 11:48  
Naaaaaaaaaaaaaaaaaoo

Ve se essa dica te ajuda: <http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-somas-1.pdf#page=11> 11:50

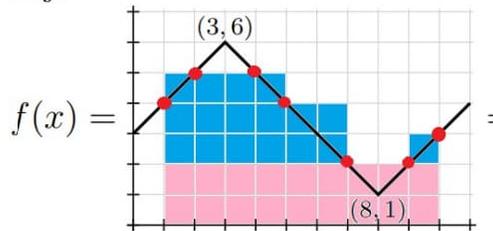
**ON** **Orlando Nascimento** 11:57  
Na verdade, não mt =(

**EO** **Eduardo Ochs** 11:57  
In reply to [this message](#)  
Como foi que voce obteve esse retangulo aqui?

**ON** **Orlando Nascimento** 11:59  
O  $\inf(F(P))$  é 1. Dai ficaria  $\inf(F(P)) * (2-1) + \inf(F(P)) * (3-2) \dots$   
Iriam dar vários quadradinhos 1x1 11:59

**EO** **Eduardo Ochs** 11:59  
Nao,  $\inf(F(P)) = 2$   
E voce deveria estar considerando cada retangulo em separado 11:59  
O primeiro seria  $\inf(F([a_1, b_1])) * (b_1 - a_1)$  12:00  
Volto em 10 mins! 12:00

**ON** **Orlando Nascimento** 12:05  
Seja:



Seja  $P = \{1, 2, 4, 5, 7, 9, 10\}$ .

sup em azul e inf em rosa? 12:06

Marquei ponto-a-ponto e fui traçando os retangulos um a um 12:06

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:08  
In reply to [this message](#)  
Como vc determinou a altura do retangulo da partição sup e inf?



**Eduardo Ochs**

12:09

Tambem tou querendo saber...

Alguem tem outra ideia? Talvez seja melhor a gente discutir as ideias de outras pessoas - talvez elas estejam mais dispostas a discutir cada passo do que elas fizeram e nao so' a resposta final...



**Rhayssa Mendes**

12:15

In reply to [this message](#)

Minha dúvida esta na altura do  $\sup(F(B))$  e no  $\inf(F(B))$

No pagina 19 do slide, como foi achado  $\sup(F(B))=5$ ? 12:16



**Eduardo Ochs**

12:18

Usando esse metodo do video (a partir do 9:52): <http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-somas-2.mp4>

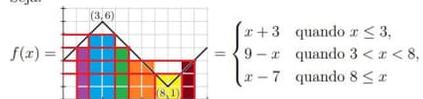


**Rhayssa Mendes**

12:31

Exercício 10.

Seja:



Seja  $P = \{1, 2, 4, 5, 7, 9, 10\}$ .

Represente graficamente:

a)  $\sum_{i=1}^N \inf(F([a_i, b_i])) \cdot (b_i - a_i)$

b)  $\sum_{i=1}^N \sup(F([a_i, b_i])) \cdot (b_i - a_i)$

Dica: represente o (a) e o (b) no mesmo gráfico usando retângulos de cores diferentes, como nas figuras das páginas 2 e 19.

O  $\sup(F(B))$  fica assim? 12:31

Cada cor e uma partição 12:31



**Eduardo Ochs**

12:32

Cada cor e' um intervalo

da particao 12:32



**Rhayssa Mendes**

12:32

Isso



**Eduardo Ochs**

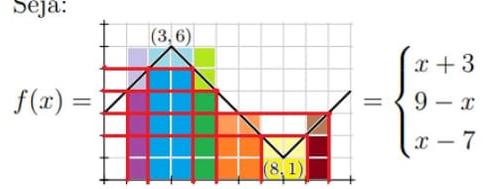
12:32

Os tres primeiros retangulos coloridos sao infs, e os dois ultimos retangulos coloridos do seu desenho sao supa

sups 12:32  
 E o laranja nao e' nem inf nem sup 12:33  
 voce tava tentando fazer so' o item b? 12:33

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:33  
 Eu achei que cada intervalo da partição teria um sup e um inf  
 In reply to [this message](#) 12:34  
 Sim

**EO** **Eduardo Ochs** 12:34  
 Sim!  
 voce pode fazer so' o sup e o inf do quarto intervalo e colorir os 12:35  
 retangulos dele com as convencoes dos slides 2 e 19?

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:40  
**Exercício 10.**  
 Seja:  
  
 Seja  $P = \{1, 2, 4, 5, 7, 9, 10\}$ .

tentei refazer professor 12:40  
 Retângulo mais escuro e inf e retangulo mais claro e sup 12:40

**EO** **Eduardo Ochs** 12:41  
 Hmm

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:41  
 Tentei fazer conforme o slide  
 Melhorou? 12:41

**EO** **Eduardo Ochs** 12:41  
 Me diz o resultado de  $F([1,2])$   
 E o de  $\sup(F([1,2]))$  12:41

E o de  $\inf(F([1,2]))$  12:42

RM

**Rhayssa Mendes** 12:45

$\sup(F([1,2]))$  no desenho esta igual a 6. Mas estou começando a repensar e acho que é 5

$\inf(F([1,2])) = 4$  12:45

EO

**Eduardo Ochs** 12:45

E' 5 sim!

Isso! (4) 12:46

RM

**Rhayssa Mendes** 12:47

O msm se aplica para  $\sup(F([4,5]))$ ? No desenho esta igual a 6 mas na realidade e igual a 5?

EO

**Eduardo Ochs** 12:48

Isso!!!!

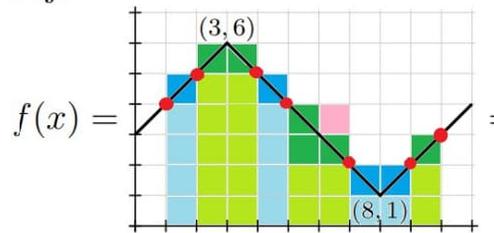
Acho que voce pegou o jeito =) 12:49

ON

**Orlando Nascimento** 12:51

Eu acho que o  $\sup(F([5,7]))$  é 4 e o  $\inf(F[5,7])$  é 2. Minha dúvida é sobre o quadrado rosa seria considerado parte do sup ou não?

Seja:



Seja  $P = \{1, 2, 4, 5, 7, 9, 10\}$ .

EO

**Eduardo Ochs** 12:52

O quadrado rosa claro e' parte do retangulo  $\sup(F([5,7])) * (7 - 5)$  sim

ON

**Orlando Nascimento** 12:54

Ok, obrigado.



**Eduardo Ochs**

11:02

Oi!

Acabei de mandar isso aqui pelo Classroom:

11:03

Aula no Telegram comecando agora!!! Tem um video novo - procurem na pagina do curso - e se voces nao tiverem duvidas a gente hoje vai ver a definicao de integral e algumas funcoes nao integrais! Tragam duvidas!!! =)



**Raphael Yoshiki**

11:04



**Eduardo Ochs**

11:12

Eu acabei de atualizar o PDF no meu site... agora o material nele vai ate' o exercicio 16, que e' esse aqui:

11:12



**sshot.png**

Not included, change data exporting settings to download.

90.1 KB

...e na pagina anterior - p.30 - eu peço pra voces darem uma olhada nas notas do Pierluigi Beneverì, da USP, e compararem o nosso modo de fazer as coisas com o dele. Por enquanto ao inves de eu dar uma definicao de "funcao integravel" nos meus slides eu vou pedir pra (ou: obrigar) voces a verem as notas do Pierluigi. O proximo exercicio - que eu tou digitando agora - vai ser sobre mais uma funcao NAO-integravel, e na aula que vem se voces nao tiverem duvidas (muahahahaha!!!) a gente vai comecar a ver os teoremas que nos permitem calcular algumas integrais muito rapido, mas que dao resultados completamente errados quando a gente tenta usa'-los em funcoes nao-integrais...

11:18



**Eduardo Ochs**

12:26

Gente, como ninguem esta' perguntando nada eu estou supondo que voces vao deixar pra ler, entender e perguntar tudo depois, e tu usando tempo da aula pra TENTAR deixar o material escrito e os videos os mais autocontidos possiveis pra quem quiser aprender tudo sozinho...

Acabei de subir uma versao desses slides que acho que e'

12:26

definitiva: <http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-somas-2.pdf>



**Marx**

12:27

In reply to [this message](#)

Eu tô meio atrasado na matéria, então está me ajudando bastante essas alterações.



**Eduardo Ochs**

12:28

Opa

Fica `a vontade pra pedir ajuda em exercicios antigos!

12:28

O material que eu subi hoje tem algumas referencias `as notas de aula de um cara da USP... acho que eram notas de um curso de Calculo 2 pra matematicos, porque ele explica um monte de detalhes tecnicos que os livros "basicos" costumam pular... mas a ideia e' que voces olhem as notas dele mais como curiosidade

Ah

12:32

Os exercicios tem um monte de pegadinhas. Quase todas elas estao explicadas nos videos, mas meio rapido... se alguem achar que esta' gastando tempo demais em algum exercicio e' so' me dizer - em geral eu vou poder dar uma dica tipo "olha o video tal na posicao 3:42"



**Marx**

12:36

ok 👍



**João Vitor Spala**

15:02

9

Neste caso temos  
 $F([1, 2] \cup [6, 7]) = (2, 3] \cup [4, 5)$ .

---

10

**Exercício 2.**  
 Seja  $f$  a função definida dois slides atrás.  
 Calcule:  
 a)  $F([2, 3])$   
 b)  $F([2, 4])$   
 c)  $F([2, 4])$   
 d)  $F([2, 9])$   
 e)  $F([1, 2] \cup [4, 5])$   
 f)  $F([1, 2] \cup \{3\} \cup [4, 5])$

professor, na letra b do segundo exercicio da aula 4, fazendo a imagem do intervalo, os dois pontos do grafico coincidem do mesmo ponto no eixo y. Qual seria a "resposta" certa desse exercicio?  
 $F([2,4]) = ([5])$  assim?

pq ele é fechado em 2 e aberto em 4. Então ele seria aberto e 15:02  
 fechado ao mesmo tempo em 5?

EO

**Eduardo Ochs**

15:03

$F([2,4]) = [5,6]$

Assiste esse video aqui a partir do 11:08: <http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-somas-2.mp4> 15:05

JS

**João Vitor Spala**

15:09

In reply to [this message](#)

já assisti mas ainda não consegui entender pq é [5,6]

EO

**Eduardo Ochs**

15:11

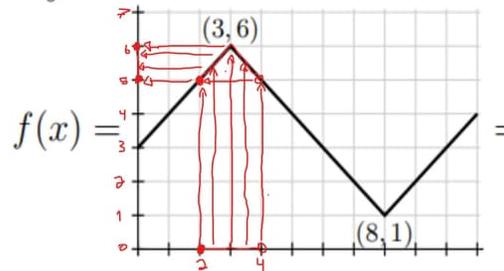
Voce conseguiria fazer voce mesmo um desenho qual voce pega varios pontos do intervalo [2,4), sobe eles pro grafico da  $f(x)$ , e depois projeta esses pontos no eixo y? Pode fazer isso e mandar a foto pra ca'?

JS

**João Vitor Spala**

15:18

Seja.



assim?

EO

**Eduardo Ochs**

15:18

Isso!!!

Voce consegue ver que se voce levantasse e projetasse todos os pontos do intervalo  $[2,4]$  voce obteria um intervalo no eixo  $y$ ? Que intervalo seria esse? 15:19

Esse intervalo no eixo  $y$  e' o  $F([2,4])$

15:20

O ponto  $y=5.5$  pertence ao  $F([2,4])$ ?

15:20

JS

**João Vitor Spala**

15:23

In reply to [this message](#)

não

In reply to [this message](#)

15:23

hmhhh

EO

**Eduardo Ochs**

15:23

Pertence sim!!!!!!!!!!

JS

**João Vitor Spala**

15:23

5,5?

x 5 y 5?

15:23

EO

**Eduardo Ochs**

15:24

Quando  $x=2.5$  a gente tem  $(x,f(x)) = (2.5, 5.5)$  e  $f(x) = 5.5$

Dica: neste curso a gente vai usar sempre ponto decimal ao inves de virgula... se a gente usar virgula expressoes como  $(2,3,4)$  vao ser ambiguas 15:25

	<b>João Vitor Spala</b> ahhhhhh	15:26
	por isso que eu confundi	15:26
	ahahahaha	15:26
	<b>Eduardo Ochs</b> aaaaaaaaaaaaah	15:26
	<b>João Vitor Spala</b> simm o o ponto y 5.5 pertence.	15:26
	<b>Eduardo Ochs</b> isso! e $y=5.1$ ?	15:27
	<b>João Vitor Spala</b> também	15:29
	desculpa a demora	15:29
	<b>Eduardo Ochs</b> =) =) =)	15:31
	e $y=6$ ? e $y=5$ ?	15:31
	<b>João Vitor Spala</b> também pertencem	15:31
	<b>Eduardo Ochs</b> Isso aí! Agora você consegue ver que $F([2,4))$ vai ser um intervalo? Qual intervalo?	15:33
	<b>João Vitor Spala</b> [5,6]	15:35
		15:35
	<b>Sticker</b> Not included, change data exporting settings to download. 🌐, 16.6 KB	

	entendi :P	15:35
	<b>Eduardo Ochs</b> YESSSS =) =) =)	15:39
	<b>Luiz Cunha</b> professor, nesse mesmo exercício do João, na letra D o intervalo ficaria $[4,6]$ ?	18:24
	<b>Eduardo Ochs</b> Qual dos intervalos?	18:49
	<b>Luiz Cunha</b> eita	23:41
	letra F foi mal	23:41
	esse aqui	23:41
	<b>Photo</b> 158x20	23:41
	<b>Eduardo Ochs</b> Nao...	23:44
	O intervalo $[4,6]$ contem o ponto 5.5, nao e'?	23:44
	Tem algum valor de x no conjunto $[1,2) \cup \{3\} \cup [4,5)$ pro qual $f(x)$ vale 5.5?	23:45
	Assiste esse video de novo a partir do 8:16: <a href="http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-somas-2.mp4">http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-somas-2.mp4</a>	23:51
	<b>Luiz Cunha</b> Blz	23:51
	<b>Eduardo Ochs</b> E tenta fazer um desenho parecido com o do video, mas começando com esse conjunto aqui no eixo horizontal: $[1,2) \cup \{3\} \cup [4,5)$	23:52

26 February 2021

- LC** **Luiz Cunha** 01:18  
 Vou fazer amanhã e eu mando pra ver se tá certo
- No caso desse  $\{3\}$  , ele pegaria só a imagem do 3? 01:19
- Só fiquei meio confuso aí 01:19
- EO** **Eduardo Ochs** 01:19  
 Sim!
- $F(\{3\}) = \{f(3)\}$  01:20
- LC** **Luiz Cunha** 01:20  
 Tranquilo
- Valeu professor 01:20
- EO** **Eduardo Ochs** 11:04  
 Oi! Acabei de mandar isso aqui pelo Classroom:
- Aula no Telegram!!! Vamos continuar aqui - <http://angg.twu.net/11:04/LATEX/2020-2-C2-somas-2.pdf> - mas vamos pular uns exercicios que as pessoas estao achando muito dificeis e ir direto pra outros mais faceis. 11:04
- A versao atual do PDF tem um "Exercicio 7' " antes do "Exercicio 7", e acho que esse 7' e' bem mais claro do que o 7. 11:05
- Vejam esse video aqui a partir do 3:30 - <http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-somas-2b.mp4> - e pulem os exercicios 7, 8 e 9. 11:10
- Acho que a partir do 10 deve dar pra voces fazerem tudo no olho sem tantos problemas com conjuntos infinitos.
- EO** **Eduardo Ochs** 11:26  
 Enquanto voces ficam ai' em silencio em tou melhorando a versao nova do exercicio 7 e me preparando pra gravar mais um video.
- EO** **Eduardo Ochs** 12:54  
 Video novo: <http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-somas-2d.mp4>

28 February 2021

**BM** **Bruno Macedo** 18:37  
Boa tarde, amanhã não vou conseguir estar disponível para atendimento de manhã como nas outras semanas. Se for necessário posso compensar esse horário de atendimento na sexta de 14 até as 18

4 March 2021

**EO** **Eduardo Ochs** 11:02  
Oi!

Material de hoje: <http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-escadas.pdf> 11:02

**LC** **Luiz Cunha** 11:03  
Professor

**EO** **Eduardo Ochs** 11:03  
Oi, diz

**LC** **Luiz Cunha** 11:03  
Essas listas que o senhor passa tem gabarito?

**EO** **Eduardo Ochs** 11:03  
Essas ai' nao

**LC** **Luiz Cunha** 11:03  
Blz

**EO** **Eduardo Ochs** 11:05  
Se as pessoas me fizerem boas perguntas eu posso fazer mais dicas pra colocar nos slides ou mais videos, mas se elas nao perguntarem nem discutirem nem nada eu vou seguir adiante na materia

**RY** **Raphael Yoshiki** 11:10  
Professor, não entendi bem a parte de "área negativa" poderia explicar?

**EO** **Eduardo Ochs** 11:11  
Voce leu as partes que eu recomendei das notas do Pierluigi?



6 11:55

**Exercício 4.**  
Sejam  $f$  e  $g$  estas funções:

$f(x) =$

$g(x) =$

Elas são integráveis no intervalo  $[0, 4]$  e só diferem no ponto  $x = 1$ ,  $1 \in [0, 4]$ ..  
 Então  $\int_{x=0}^{x=4} f(x) dx = \int_{x=0}^{x=4} g(x) dx$ .  
 Acho que o Pierluigi não explica explicitamente porque esse "então" é verdade. Vamos ver isto passo a passo.  
 a) Seja  $h(x) = f(x) - g(x)$ . (Fica implícito que é " $\forall x$ ".)  
 Faça o gráfico da  $h(x)$ .

2020-2-C2-escadas 2021mar04 11:55

7 11:58

**Exercício 4 (cont.)**

b) Calcule  $\int_{P_{10}} h(x) dx - \int_{P_{10}} h(x) dx$ .  
 c) Calcule  $\int_{P_{1000}} h(x) dx - \int_{P_{1000}} h(x) dx$ .  
 d) Conclua que  $\int_{x=0}^{x=4} h(x) dx = 0$ .

Dá pra provar que  $\int_{x=0}^{x=4} f(x) dx = \int_{x=0}^{x=4} g(x) dx$  assim:

$$\begin{aligned} \int_{x=0}^{x=4} f(x) dx &= \int_{x=0}^{x=4} g(x) + h(x) dx \\ &= \int_{x=0}^{x=4} g(x) dx + \int_{x=0}^{x=4} h(x) dx \\ &= \int_{x=0}^{x=4} g(x) dx + 0 \\ &= \int_{x=0}^{x=4} g(x) dx \end{aligned}$$

e) Descubra quais propriedades/proposições/exercícios/etc do Pierluigi nós usamos em cada '=' acima.

2020-2-C2-escadas 2021mar04 11:55

Deem uma olhada na pagina 8 daqui, por favor: 12:11

<http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-escadas.pdf#page=8> 12:11

Ela tem dois links. Sigam os links e leiam. 12:11

**JS** **João Vitor Spala** 12:21  
 professor, tem previsão pra alguma avaliação/trabalho?

como vai funcionar a avaliação? 12:21

**EO** **Eduardo Ochs** 12:22  
 O primeiro mini-teste vai ser sobre integrais de funcoes-escada e vai ser no final da semana que vem ou no inicio da outra.

**JS** **João Vitor Spala** 12:22  
 show

**EO** **Eduardo Ochs** 12:22  
 Vou tentar aplicar 4 mini-testes valendo 0.5 pontos cada um alem das duas provas.

**JS** **João Vitor Spala** 12:23  
 beleza

5 March 2021

YD

Yunguer D.M

08:51

**Exercício 6.**  
 Seja  $M(y) = (y \in L \wedge \forall y' \in L, y' \leq y)$  —  
 ou, equivalentemente,  $M(y) = (y \in L \wedge \forall z \in L, z \leq y)$ .  
 Para cada uma das proposições abaixo  
 diga se ela é verdadeira ou falsa.

a)  $M(1) = (1 \in L \wedge \forall y \in L, y \leq 1)$  ou  $(1 \in L \wedge \forall y \in L, y \leq 1) \wedge F$   
 b)  $M(2) = (2 \in L \wedge \forall y \in L, y \leq 2) \wedge V$   
 c)  $M(0) = (0 \in L \wedge \forall y \in L, y \leq 0) \wedge F$ , pois  $3 \in L$  e  $0 < 3$   
 d)  $M(0.5) \wedge F$   
 e)  $M(1) \wedge F$

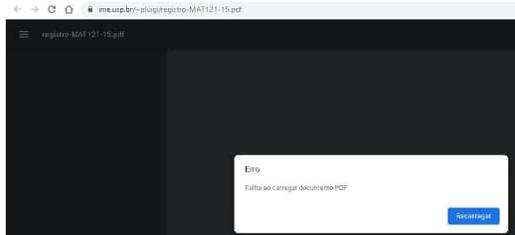
Professor seria assim a questão 6?

ON

Orlando Nascimento

10:34

Mais alguém com o seguinte erro ao acessar o material do Pierluigi?



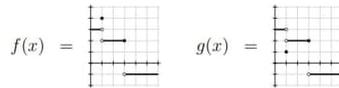
10:34

Como os gráficos só diferem em um ponto, a diferença  $f(x) - g(x)$  graficamente vai ser somente o ponto (1,3)?

10:39

**Exercício 4.**  
 Sejam  $f$  e  $g$  estas funções:

10:39



Elas são integráveis no intervalo  $[0, 4]$   
 e só diferem no ponto  $x = 1, 1 \in [0, 4]$ ...

Então  $\int_{x=0}^{x=4} f(x) dx = \int_{x=0}^{x=4} g(x) dx$ .

Acho que o Pierluigi não explica explicitamente porque esse "então" é verdade. Vamos ver isto passo a passo.

a) Seja  $h(x) = f(x) - g(x)$ . (Fica implícito que é " $\forall x$ ")  
 Faça o gráfico da  $h(x)$ .

EO

Eduardo Ochs

10:39

In reply to [this message](#)

Sim!

YD

Yunguer D.M

10:54

In reply to [this message](#)

Tive o msm erro



Eduardo Ochs

10:55

In reply to [this message](#)

Sim!!!!

Vou subir uma copia do material do Pierluigi pra minha pagina 10:59

Pronto! [http://angg.twu.net/2020.2-C2/pierluigi\\_beneveri\\_MAT121-15.pdf](http://angg.twu.net/2020.2-C2/pierluigi_beneveri_MAT121-15.pdf) 11:05



Eduardo Ochs

11:45

Acabei de digitar um exercicio BEM bacana que vai ajudar voces a entenderem porque e' que o Teorema Fundamental do Calculo e' verdade. Vou mandar as fotos dos slides novos pra ca' e atualizar o PDF na minha pagina.

9

**Exercício 5.**  
Seja  $F(b) = \int_{x=0}^{x=b} f(x) dx$ .

a) Calcule  $F(0)$ ,  $F(0.5)$ ,  $F(1)$ ,  $F(1.5)$ , ...,  $F(6)$  e represente os valores que você obteve num gráfico. No gráfico à direita abaixo eu representei os pontos  $(0, F(0))$ ,  $(1, F(1))$  e  $(2, F(2))$  — faça os outros.

$f(x) =$

$F(x) =$

b) Represente graficamente  $\int_{x=0}^{x=1.5} f(x) dx - \int_{x=0}^{x=0.5} f(x) dx$  como uma área no gráfico da  $f$ .

c) Represente graficamente  $F(1.5) - F(0.5)$  no gráfico da  $F$ .

2020-2-C2-escadas 2021mar05 11:42

10

**Exercício 5 (cont.)**  
Nos itens (b) e (c) do slide anterior nós vimos que uma diferença

$$F(d) - F(c) = \int_{x=0}^{x=d} f(x) dx - \int_{x=0}^{x=c} f(x) dx$$

pode ser interpretada tanto como uma área no gráfico à esquerda quanto como uma diferença de altura no gráfico à direita. Nos próximos itens você vai ter que usar essa dupla interpretação em todo lugar.

d) Verifique que  $F(1.3) - F(1.2)$ ,  $F(1.4) - F(1.3)$ ,  $F(1.5) - F(1.4)$  e  $F(1.6) - F(1.5)$  são retângulos com a mesma área — e verifique que isto quer dizer que os pontos  $(1.2, F(1.2))$ ,  $(1.3, F(1.3))$ ,  $(1.4, F(1.4))$ ,  $(1.5, F(1.5))$  e  $(1.6, F(1.6))$  estão na mesma reta. Qual é base e a altura de cada um desses retângulos? Qual é o coeficiente angular dessa reta?

e) Faça o mesmo para estes valores de  $x$ : 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5 — as alturas e o coeficiente angular vão mudar.

2020-2-C2-escadas 2021mar05 11:42

PDF atualizado: <http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-escadas.pdf> 11:53

Master Chungus joined group by link from Group

11 March 2021



Eduardo Ochs

11:00

Oiiii!

Acabei de mandar isso aqui pelo Telegram: 11:01

Aula no Telegram começando agora! Vamos tentar tirar todas as dúvidas possíveis dos exercícios 5 e 6 daqui: <http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-escadas.pdf>

O mini-teste 1 vai ser AMANHA e os problemas dele vão ser baseados nestes exercícios.



**Yunguer D.M** 11:05

Bom dia professor

Estudando o pdf não entendi como fazer o Ex 2 D 11:05

Exercício 2. 11:05

- Agora vamos tentar integrar a  $f(x)$  da página anterior usando as definições dos slides que usamos nas últimas aulas...  
Seja  $[a, b]$  o intervalo  $[0, 3]$ .  
Seja  $\{P_0, P_1, P_2, \dots\}$  a nossa sequência preferida de partições do intervalo  $[a, b]$ .
- a) Quantos intervalos tem  $P_{10}$ ?
  - b) Quantos pontos tem  $P_{10}$ ?
  - c) Qual é a largura de cada intervalo de  $P_{10}$ ?
  - d) Represente graficamente  $\int_{P_{10}} f(x) dx - \int_{P_{10}} f(x) dx$ .
  - e) A resposta do item anterior é um retângulo. Qual é a sua base? Qual é a sua altura? Qual é a sua área?
  - f) Calcule  $\int_{P_{10}} f(x) dx - \int_{P_{10}} f(x) dx$ .
  - g) Calcule  $\int_{P_{1000}} f(x) dx - \int_{P_{1000}} f(x) dx$ .



**Eduardo Ochs** 11:07

Voce sabe representar graficamente a parte antes do "-"? Ela e' a melhor aproximacao por retangulos por cima nessa particao...



**Luiz Cunha** 11:08

isso vai dar aquele retangulo "flutuante" né?



**Eduardo Ochs** 11:08

A diferenca sim!



**Luiz Cunha** 11:09

blz



**Orlando Nascimento** 11:17

Na questão 5, não consegui entender porque  $F(0) = 0$ ,  $F(1) = 3$  e  $F(2)=5$  ao invés de  $F(0) = 3$ ,  $F(1) = 4$ ,  $F(2) = 2$ , baseado no gráfico

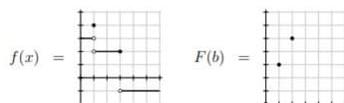
de  $f(x)$  ao lado

**Exercício 5.**

11:17

Seja  $F(b) = \int_{x=0}^b f(x) dx$ .

a) Calcule  $F(0)$ ,  $F(0.5)$ ,  $F(1)$ ,  $F(1.5)$ , ...,  $F(6)$  e represente os valores que você obteve num gráfico. No gráfico à direita abaixo eu representei os pontos  $(0, F(0))$ ,  $(1, F(1))$  e  $(2, F(2))$  — faça os outros.

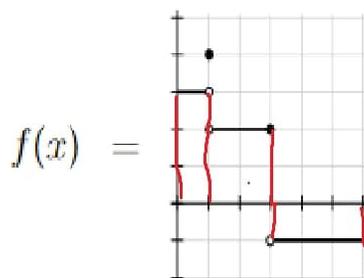


YD

**Yunguer D.M**

11:17

In reply to [this message](#)



Seria assim?

EO

**Eduardo Ochs**

11:17

Bom, a definição da  $F(b)$  é essa aqui:

In reply to [this message](#)

11:18

Vou responder o Orlando e respondo você depois!

YD

**Yunguer D.M**

11:18

Ok

EO

**Eduardo Ochs**

11:19

$F(b) = \int_{x=0}^b f(x) dx$

Tou usando a notação do LaTeX, em que "\_" indica subscrito e "^" indica superscrito

ON

**Orlando Nascimento**

11:19

Ah, o gráfico na direita é referente ao valor das integrais de  $f(x)$ . Entendi, agora. Obrigado.

EO

**Eduardo Ochs**

11:19

Entao, por exemplo:

$$F(0) = \int_{x=0}^{x=0} f(x) dx$$

$$F(1) = \int_{x=0}^{x=1} f(x) dx$$

$$F(2) = \int_{x=0}^{x=2} f(x) dx$$

Ok!!!

11:20

In reply to [this message](#)

11:24

Nao entendi como voce chegou ate' ai'... deixa eu te mostrar um desenho que o Jackson, da outra turma, acabou de me mandar, que e' sobre um exercicio bem anterior a esse mas que vai nos ajudar,

Esse aqui.

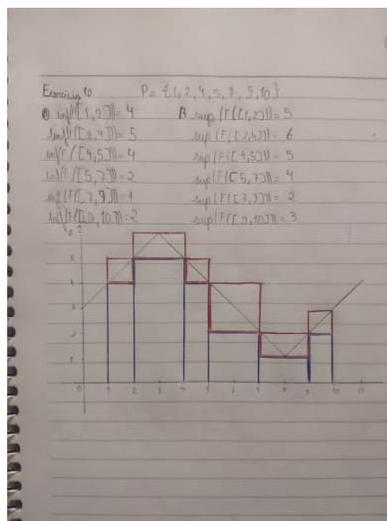
11:24

EO

**Eduardo Ochs**

11:24

J

**Jackson** 11.03.2021 11:14:23

Eu corrigi a A, e fiz a B. E representei no gráfico, seria isso?

EO

**Eduardo Ochs**

11:26

Aqui ele fez uma aproximacao por retangulos por cima e por baixo, que e' o que voce deveria fazer... mas no exercicio em que voce esta' as aproximacoes por retangulos por cima e por baixo ficam diferentes uma da outra no intervalo que contem o  $x=1$

YD

**Yunguer D.M**

11:26

acho que entendi

Então ficaria um quadrado flutuante no  $x=1$ ?

11:26

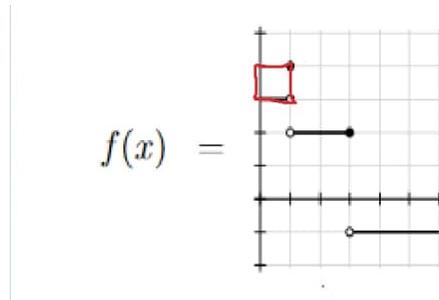
- EO** **Eduardo Ochs** 11:26  
Sim!
- YD** **Yunguer D.M** 11:27  
Já que é a diferença?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:27  
E num item desse exercicio eu peço pra voce dizer a base e a altura desse retangulo flutuante
- YD** **Yunguer D.M** 11:27  
Altura 1 base 1?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:28  
Nao... voce conseguiu fazer os itens a, b e c?
- YD** **Yunguer D.M** 11:30  
Acho q sim
- YD** **Yunguer D.M** 11:30  

$$P_k = \left\{ a, a + 1 \cdot \frac{b-a}{2^k}, a + 2 \cdot \frac{b-a}{2^k}, \dots, b \right\}$$
 Seria essa a partição?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:30  
Sim!
- YD** **Yunguer D.M** 11:32  
1025 pontos e 1024 Intervalos?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:32  
Isso!!!! =)
- YD** **Yunguer D.M** 11:33  
e a largura seria  $(b-a)/1024$ ?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:33  
Sim!
- EO** **Eduardo Ochs** 11:33  
 $(b-a)/1024$

YD

Yunguer D.M

11:34



Em relação ao quadrado flutuante ficaria assim?

EO

Eduardo Ochs

11:35

Esse aí tem base 1 =(

Largura 1

11:35

YD

Yunguer D.M

11:35

Então acho q n entendi como fazer a D

EO

Eduardo Ochs

11:35

Blz

LC

Luiz Cunha

11:35

tambem nao

EO

Eduardo Ochs

11:36

Oops, achei que você tinha entendido...

Se a partição fosse  $P_2$ , que tem 4 subintervalos, ao invés da  $P_{10}$ , vocês saberiam como fazer?

11:37

YD

Yunguer D.M

11:38

Não, estou com dificuldade em visualizar o grafico com essas partições

EO

Eduardo Ochs

11:39

Vou fazer um video explicando isso... mas so' fica pronto em 5 ou 10 mins, entao tentem discutir entre voces ate' la'

- YD** **Yunguer D.M** 11:39  
Ok
- LC** **Luiz Cunha** 11:39  
tranquilo
- YD** **Yunguer D.M** 11:39  
Alguem que conseguiu fazer consegue me dar uma força?
- Professor acho que consegui visualizar seria Largura  $3/1024$  e altura 1? 11:42
- EO** **Eduardo Ochs** 11:46  
Pronto:
- <http://angg.twu.net/eev-videos/2020-2-C2-escadas-b.mp4> 11:46
- Acho que a altura vai ser 2... confere com o que eu expliquei no video 11:47
- YD** **Yunguer D.M** 11:47  
Ok
- Entendi a questão da altura 11:50
- Mas a largura estaria certa? 11:50
- EO** **Eduardo Ochs** 11:50  
Sim! E'  $3/1024$
- YD** **Yunguer D.M** 11:50  
Entendi sim mt obg
- EO** **Eduardo Ochs** 12:06  
Voces conseguiram?
- Vejam se voces conseguem ir direto pros exercicios 5 e 6... 12:06
- M** **Marx** 12:07  
In reply to [this message](#)  
ainda tentando
- 12:07

In reply to [this message](#)

ok

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:07  
Professor estou com dificuldade na 5

**EO** **Eduardo Ochs** 12:07  
Opa, diz

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:08  
In reply to [this message](#)  
Em achar de fato o  $f(b)$ . Vi que pela fórmula o int vai ser smp 0 e o sup vai ser o próprio b

A partir daí vem minha dúvida 12:08

$F(1) = \int_{x=0}^{x=1} f(x) dx$  12:11

Como acho de fato o 3? Já que  $f(1)=3$ ? 12:11

**EO** **Eduardo Ochs** 12:12  
Voce conseguiu calcular  $F(0)$ ? Quanto deu?

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:12  
Deu zero, mas eu supus pq o int e sub são zero então qualquer conta com zero daria zero

**EO** **Eduardo Ochs** 12:13  
Isso! Nesse exercicio a gente pode calcular essas integrais como areas, no olho... E  $F(0)$  e' a area de um retangulo de largura 0.

$F(1) = \int_{x=0}^{x=1} f(x) dx$  vai ser a area de um retangulo de altura 3 e largura 1 12:14

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:15  
O sub vai ser smp a altura?

**EO** **Eduardo Ochs** 12:15  
sub ou sup?

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:15  
O sub vai ser smp a largura?\*\*\*

In reply to [this message](#) 12:16

Sup, errei de nv kkkkk

EO

**Eduardo Ochs** 12:17

Nesse exercicio nao e' mais pra gente pensar em termos de sups e infs e de aproximacoes por cima e por baixo... a gente sabe que a aproximacao por cima e a aproximacao por baixo vao dar o mesmo resultado e a gente pode calcular as integrais so' calculando a area sob a curva.

ON

**Orlando Nascimento** 12:19

Posso lançar uma dúvida? [Se a Rhayssa ainda for mandar mais algo eu espero de boas]

EO

**Eduardo Ochs** 12:19

Manda!

RM

**Rhayssa Mendes** 12:19

Pode mandar

ON

**Orlando Nascimento** 12:19

Sobre a 5b, seria assim?

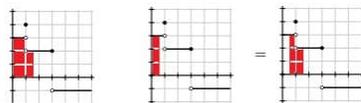
Pelas contas:

$$\begin{aligned}\int_{x=0}^{x=1.5} f(x) dx &= \int_{x=0}^{x=1} f(x) dx + \int_{x=1}^{x=1.5} f(x) dx \\ &= 3(1-0) + 2(1.5-1) \\ &= 3 + 1 \\ &= 4\end{aligned}$$

$$\int_{x=0}^{x=0.5} f(x) dx = 3(0.5-0) = 1.5$$

$$\int_{x=0}^{x=1.5} f(x) dx - \int_{x=0}^{x=0.5} f(x) dx = 2.5$$

Pelo gráfico:



12:20

EO

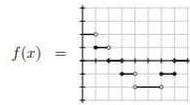
**Eduardo Ochs** 12:20

isso!!!

- ON** **Orlando Nascimento** 12:20  
Faltou o sinal de "-" entre os graficos
- EO** **Eduardo Ochs** 12:20  
beleza, eu entendi =)
- ON** **Orlando Nascimento** 12:21  
Beleza então, a partir daí eu consegui entender o resto do ex5 e 6
- Obrigado 12:21
- EO** **Eduardo Ochs** 12:21  
Otimo!!! =)
- LC** **Luiz Cunha** 16:19  
professor, não sei se já perguntaram , mas o teste amanhã abre que horas?
- GR** **Gabriel Ribeiro** 16:25  
acho q as 13

12 March 2021

- EO** **Eduardo Ochs** 11:03  
Oi! Acabei de mandar isto aqui pelo Classroom:
- Estamos no Telegram! Lembre que o mini-teste é hoje - mas eu 11:03  
mudei o horário dele, ele vai começar às 20:00 e não às 13:00.  
Durante as 24 horas que vocês terão pra fazer o mini-teste nem eu  
nem o monitor vamos responder nenhuma pergunta sobre a matéria  
dele, então aproveitem pra tirar todas as dúvidas de vocês antes das  
20:00! E lembrem que ele vai ser baseado em exercícios deste PDF -  
<<http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-escadas.pdf>> - e que dá pra  
fazer estes exercícios mesmo que você não tenha entendido  
totalmente a matéria anterior!!!
- JS** **João Vitor Spala** 11:21  
ah, ótimo. achei q tinha perdido a hora hdsauhduahs
- M** **Marx** 11:29  
Professor, estou com uma dúvida



11:30

EO

**Eduardo Ochs**

11:30

Diz

M

**Marx**

11:30

Aqui (3,F(3)) tem msm valor de (2,F(2))?

EO

**Eduardo Ochs**

11:30

Sim!

M

**Marx**

11:30

Ah ok, obg

EO

**Eduardo Ochs**

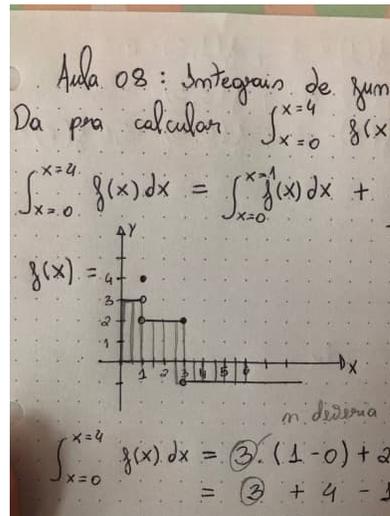
11:30

=)

RM

**Rhayssa Mendes**

11:39

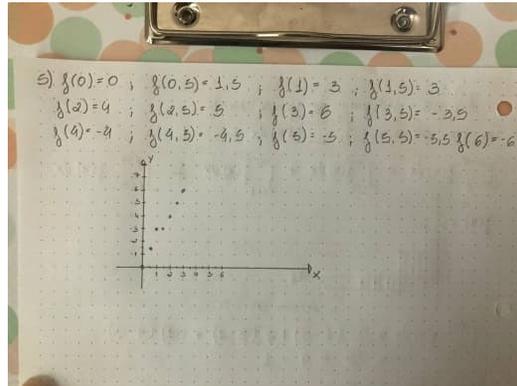


Professor, me baseei nesses retângulos para calcular a 5)a

Mas n sei se peguei o jeito ainda

11:39

11:39



- EO** **Eduardo Ochs** 11:39  
 Opa, otimo!!! Dica:  
 In reply to [this message](#) 11:41  
 A partir desse desenho daqui voce deve ser capaz de calcular todos os valores da F que eu pedi no item 5a no olho. Pega uma outra folha de papel e tenta desenhar esses pontos da F direto no grafico sem fazer nenhuma conta por escrito.
- BC** **Bia Carreiro** 11:44  
 Para o teste é necessário entender apenas o 5 e o 6 professor? Ou seria bom o slide inteiro?
- M** **Marx** 11:45  
 O slide constrói a ideia do 5 e 6
- EO** **Eduardo Ochs** 11:45  
 Acho que deve dar pra fazer o mini-teste entendendo os outros exercicios superficialmente.
- RM** **Rhayssa Mendes** 12:09  
 In reply to [this message](#)  
 Então os pontos que eu marquei aqui estão certos?
- EO** **Eduardo Ochs** 12:10  
 Tem varios errados =(
- RM** **Rhayssa Mendes** 12:11  
 A forma q to fazendo é por meio da área do retângulo.  $f(1)$  possui 1

de base e 3 de altura. Esse esse raciocínio no restante

f(2) possui 2 de base e 2 de altura

12:12

EO

**Eduardo Ochs**

f(1) ou F(1)?

12:12

RM

**Rhayssa Mendes**

F(1)

12:12

EO

**Eduardo Ochs**

Quanto deu o seu F(2)?

12:13

RM

**Rhayssa Mendes**

4

12:13

EO

**Eduardo Ochs**

Deveria dar 5

12:14

RM

**Rhayssa Mendes**

Como chego no 5? Meu raciocínio de fazer base vezes altura ta certo?

12:14

EO

**Eduardo Ochs**

Esse raciocinio so' serve pra retangulos. Se voce pintar a area sob a curva da f(x) entre x=0 e x=2 voce vai obter algo que e' formado por dois retangulos de alturas diferentes grudados.

12:15

RM

**Rhayssa Mendes**

Então para F(2) eu devo fazer um retângulo que a base vai do 1 até o 2 e que possui altura 2 e somar com o retangulo que a base vai do 0 até o 1 e tem altura 3?

12:18

EO

**Eduardo Ochs**

Isso!

12:19

BC

**Bia Carreiro**

O F(1,5) deveria dar quanto?

12:21

- EO** 12:22  
4
- BC** 12:25  
No caso, o  $F(1,5)$  seria um retângulo que a base vai de 1 até 1,5 e possui 2 de altura somado com um retângulo de base 0 até 1 e altura 3?
- RM** 12:26  
In reply to [this message](#)  
Eu fiz dessa forma tb
- EO** 12:27  
Sim!
- RM** 12:29  
No  $F(3,5)$  da 6,5 ou 7,5?
- 12:29  
Ja que a altura ta na parte negativa do gráfico, eu subtraio ou somo com os retângulos anteriores?
- EO** 12:32  
Tenta primeiro descobrir quanto e'  
 $\int_{x=4}^{x=5} f(x) dx...$
- RM** 12:33  
Base: do 4 até o 5  
Altura: 1
- 12:33  
Ou -1 ja q ta na parte negativa
- 12:34  
Considerando a parte negativa, a área da -1
- EO** 12:34  
Da' uma olhada no exercicio 18 das notas do Pierluigi
- 12:35  
E na proposicao 6 dele.
- RM** 12:38  
Olhando a proposição 6 ficaria o sinal - do lado de fora da integral.  
Então ficaria -(área)



**Eduardo Ochs**

12:38

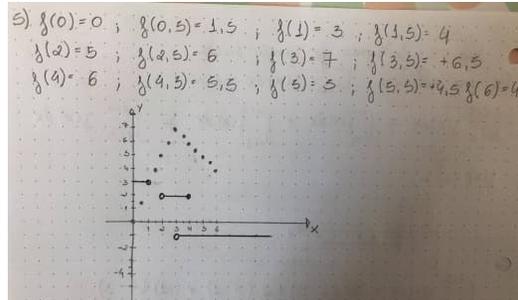
Isso!



**Rhayssa Mendes**

12:48

In reply to [this message](#)



O gráfico fica dessa forma?



**Eduardo Ochs**

12:48

isso!

(Exceto que voce desenhou o segmento do meio mais `a direita do que deveria)

12:49



**Master Chungus**

13:44

gente esse grupo não é sobre teoria das categorias?



**Eduardo Ochs**

13:55

Nao... voce ta' procurando o grupo de Categorias do pessoal da USP?

[Big](#) Se for e' o "Categorias e Aplicações"

13:55



**João Vitor Spala**

18:16

Professor, vou falar a real... Estou tendo muitas dificuldades de entender os conceitos de integral pelas definições do livro q vc passou. Eu li todas as páginas q pediu mas nao consegui entender como fazer os exercícios desse ultimo pdf. To o dia tentando encontrar em outras video aulas outras explicações dessa materia mas parece que nao bate (ou pelo menos eu nao entendi) com os exercicios e as definições do livro



**Eduardo Ochs**

18:17

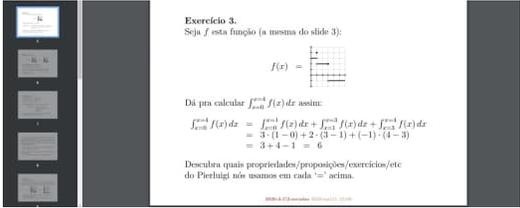
Opa

- manda duvidas especificas que eu ajudo 18:17
- JS** **João Vitor Spala** 18:18  
E sem resolução ou pelo menos um gabarito nos exercicios fica bem complicado de entender se oq eu mesmo fiz ta certo...
- esse  $F(x)$  que os exercicios desse ultimo pdf falam é o mesmo 18:18  
que o que foi definido nos outros slides das outras aulas?
- EO** **Eduardo Ochs** 18:19  
Entao, eu preciso MUITO que as pessoas treinem discutir umas com as outras, e treinem mandar o que elas estao tentando fazer pra ca'...
- JS** **João Vitor Spala** 18:20  
eu to tentando falar c o pessoal do grupo mas parece que a glr n entendeu mt tb
- EO** **Eduardo Ochs** 18:21  
Ate' a pagina 11 a  $f(x)$  e' a que foi definida no slide 3... na pagina 12 eu redefino a  $f(x)$
- Bom, o mini-teste era pras pessoas verem que e' pra elas 18:23  
participarem das aulas e discussoes, e verem que nao da' pra estudar em cima da hora...
- Mas ele vale so' 0.5 pontos a mais na P1 18:23
- JS** **João Vitor Spala** 18:28  
esse  $F(B)$  dos slides anteriores é simplesmente encontrar a imagem do conjunto, certo?
- EO** **Eduardo Ochs** 18:29  
Nos slides sobre integrais de funcao escada no slide 5 eu defino a  $F$  como uma integral.
- Nos slides anteriores a  $F$  e' uma funcao que recebe conjuntos 18:29  
de numeros e retorna conjuntos de numeros (a imagem do conjunto input).
- JS** **João Vitor Spala** 18:33  
In reply to [this message](#)  
slide 5 ou exercicio 5?

In reply to [this message](#) 18:33  
show

**EO** **Eduardo Ochs** 18:33  
In reply to [this message](#)  
slide 5 mesmo.

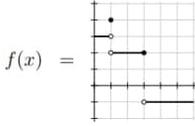
**JS** **João Vitor Spala** 18:38



nesse slide aqui?

**EO** **Eduardo Ochs** 18:41  
Sim!

**JS** **João Vitor Spala** 19:26



Exercício 1.  
Calcule:  
a)  $\int_{x=0}^{x=1} f(x) dx$

professor, a letra a deveria dar quanto?

**EO** **Eduardo Ochs** 19:26  
3

**JS** **João Vitor Spala** 19:29  
a explicação no ultimo video eh usar aquela forma de subir os valores de x pra função e ai achar a imagem  
fazendo isso eu acho dois pontos 19:29  
3 e 4 19:29  
da imagem 19:29  
mas a integral é um valor 19:29

- EO** **Eduardo Ochs** 19:29  
Ei, a explicacao do video diz pra voce subir infinitos pontos, nao so' dois...
- JS** **João Vitor Spala** 19:29  
qual o proximo passo pra passar desses pontos pro valor final da integral?  
In reply to [this message](#) 19:30  
mas nesse intervalo, a imagem nao daria 3 e 4?
- EO** **Eduardo Ochs** 19:30  
Aah, e' porque nesse exercicio a gente nao precisa mais pensar em termos de limites de sups e infis...  
Da' sim 19:30  
Nesse exercicio e nos seguintes a gente pode pensar so' em termos de areas 19:30
- JS** **João Vitor Spala** 19:33  
entendi!
- EO** **Eduardo Ochs** 20:10  
Coloquei o mini-teste na pagina do curso e no Classroom!
- ON** **Orlando Nascimento** 20:27  
[@eduardoochs](#) , os calculos, as respostas e desenhos estou fazendo a mão, como está escrito no pdf. Minha pergunta é, posso escrever a explicação de como eu cheguei aos raciocínios digitado? Minha caligrafia atualmente parece uma mistura de egípcio antigo com hebraico
- EO** **Eduardo Ochs** 20:42  
Nao precisa escrever, as questoes so' pedem pra voce fazer os desenhos =P
- ON** **Orlando Nascimento** 20:44  
Então blz, achei que fosse querer tudo bem explicado [Baseado no seu comentário sobre a P1 do semestre passado], vou enviar os desenhos pelo classroom



**Eduardo Ochs**

20:45

Blz! =)

18 March 2021



**Eduardo Ochs**

11:08

Oi!

Assuntos de hoje: <http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-TFC.pdf> 11:08

4

Digamos que queremos "integrar" isto:

$$\int_{x=3}^{x=4} e^{2x} \cos(e^{2x}) dx = ?$$

Podemos usar o TFC2 várias vezes, chutando 'a's, 'b's e 'F's...

[TFC2]  $\left[ \begin{matrix} \frac{d=200}{f(x)=\sin x} \\ \frac{d=1}{f'(x)=\cos x} \end{matrix} \right] = \left( \int_{x=42}^{x=200} \cos x dx = (\sin x) \Big|_{x=42}^{x=200} \right)$

[TFC2]  $\left[ \begin{matrix} \frac{d=1}{f(x)=2e^{2x}} \\ \frac{d=1}{f'(x)=4e^{2x}} \end{matrix} \right] = \left( \int_{x=3}^{x=4} (2e^{2x}) \cos(e^{2x}) dx = (\sin(e^{2x})) \Big|_{x=3}^{x=4} \right)$

[TFC2]  $\left[ \begin{matrix} \frac{d=1}{f(x)=\frac{1}{2} \sin(e^{2x})} \\ \frac{d=1}{f'(x)=\cos(e^{2x})} \end{matrix} \right] = \left( \int_{x=3}^{x=4} e^{2x} \cos(e^{2x}) dx = \left( \frac{1}{2} \sin(e^{2x}) \right) \Big|_{x=3}^{x=4} \right)$

Ou seja:  $? = \left( \frac{1}{2} \sin(e^{2x}) \right) \Big|_{x=3}^{x=4}$   
 que dá pra calcular **em tempo finito** — se soubermos calcular senos e exponenciais em tempo finito.

2020-2-C2-TFC 2021mar17 16:21

Esse assunto e' mais ou menos independente dos anteriores... 11:08  
 entao parem de fazer os exercicios de antes e venham fazer esses aqui!

Hoje a gente vai aprender a calcular integrais rapido =) 11:08



**Mari Bravo C3**

11:17

Bom dia professor!

ok!

11:18



**Eduardo Ochs**

11:18

Oi! Bom dia!



**Gabriel Drumond**

11:18

bom dia



**Eduardo Ochs**

11:19

Bd

Ei, vejam se voces conseguem relembrar como usar a operacao 11:26  
 de substituicao - a gente viu isso la' no primeiro slide - e fazer esses primeiros exercicios... o pessoal da outra turma se enrolou

- GD** **Gabriel Drumond** 11:32  
ok
- EO** **Eduardo Ochs** 11:34  
(E enquanto voces ficam ai' em silencio eu tou acrescentando mais coisas no material =))
- MB** **Mari Bravo C3** 12:22  
In reply to [this message](#)  
Professor, me confundi um pouco nessa parte, sobre a primeira linha de [TFC2] e depois chegar na terceira. Elas são individuais né? Foram só para teste?
- EO** **Eduardo Ochs** 12:23  
Cada linha e' independente. A primeira e' o primeiro chute, a segunda e' o segundo chute, e a terceira e' o terceiro chute.
- MB** **Mari Bravo C3** 12:23  
Ok! Obgg
- EO** **Eduardo Ochs** 12:25  
Uma vez eu dei aula pra uma turma de Matematica Discreta em que as pessoas nao conseguiam chutar nada e uma vez eu pedi pra elas escolherem um numero entre 5 e 10 e elas nao conseguiram.  
Ai' eu vi que e' MUITO IMPORTANTE treinar esse negocio de chutar (e testar) porque umas pessoas tem muita dificuldade com isso. 12:25
- MB** **Mari Bravo C3** 12:26  
Caramba, realmente :/
- EO** **Eduardo Ochs** 12:29  
Tem muitas ideias em Calculo 2 que ficam muito mais faceis se a gente consegue testar elas com um chute absurdo primeiro sem se preocupar com se ele e' absurdo ou nao... depois de fazer o teste com uma funcao qualquer a gente entende a estrutura um pouco melhor e ai' da' pra fazer chutes melhores.



**Eduardo Ochs**

12:48

Acabei de por isso aqui nos slides:

13

No slide 9 eu disse que a gente ia aprender a transformar integrais mais complicadas em integrais mais simples. No exercício 1d você deve ter passado um tempão tentando resolver *direto* uma integral complicada. O truque é esse aqui. As [S2] e [S3] do próximo slide são consequências da [S1] do slide 10, que você demonstrou no exercício 5...

Dica **MUITO** importante que **MUITAS** pessoas levam **MUITO** tempo pra entender: No item e do próximo slide você vai substituir a  $f$  mas não a  $F$ , e a primeira linha da [S2] vai virar "Se  $F'(u) = \tan u$  então:..."

2020-2-C2-TFC 2021mar18 12:48

12:48

14

$$[S2] = \begin{pmatrix} \text{Se } F'(u) = f(u) \text{ então:} \\ F(y(x)) \Big|_{x=a}^{x=b} = \int_{x=a}^{x=b} f(y(x))y'(x) dx \\ \parallel \\ F(u) \Big|_{u=g(a)}^{u=g(b)} = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f(u) du \end{pmatrix}$$

$$[S3] = \begin{pmatrix} \int_{x=a}^{x=b} f(y(x))y'(x) dx \\ \parallel \\ \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f(u) du \end{pmatrix}$$

**Exercício 7.**

a) [S3]  $\left[ \begin{matrix} g(x) := x^2 \\ f(x) := x^2 \end{matrix} \right] = ?$

b) [S3]  $\left[ \begin{matrix} f(u) := \tan u \\ g(x) := x^2 \end{matrix} \right] = ?$

c) [S2]  $\left[ \begin{matrix} f(u) := \tan u \\ g(x) := x^2 \end{matrix} \right] = ?$

2020-2-C2-TFC 2021mar18 12:48

12:50



**Mari Bravo C3**

13:24

Beleza!



**Eduardo Ochs**

14:51

Gente, so' um aviso

Eu (ainda) nao tou conseguindo fazer com que rolem muitas discussoes no canal dessa turma, mas deem pelo menos uma olhada nas discussoes que tao rolando agora no canal da turma de de tarde. 14:52



**Gabriel Drumond**

18:12

In reply to [this message](#)

Como posso ter acesso as discussões da turma da tarde? Me adiciona lá por favor!



**Eduardo Ochs**

19:16

In reply to [this message](#)

Consegui acessar as discussões que aconteceram antes de você entrar?

**GD** **Gabriel Drumond** 19:36  
sim!

**EO** **Eduardo Ochs** 19:45  
👍👍👍

19 March 2021

**EO** **Eduardo Ochs** 11:05  
Oi!  
Acabei de mandar isso aqui pelo Classroom:

Oi! Estamos no Telegram! 11:05  
Hoje vamos tirar todas as duvidas daqui ate' o exercicio 6:  
<http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-TFC.pdf>  
E provavelmente no sexta que vem vamos ter um mini-teste sobre  
isso.  
Assistam o video!

Tem link pro video aqui: 11:06  
<http://angg.twu.net/2020.2-C2.html>

**MB** **Mari Bravo C3** 11:06  
bom dia!  
ok, professor

**EO** **Eduardo Ochs** 11:07  
Bom dia!

Lembrem que voces podem tirar duvidas tanto aqui quanto no 11:09  
grupo da turma de de tarde... e eu fiz o video inspirado por umas  
perguntas da turma de de tarde - se eles nao tivessem perguntado  
umas coisas eu acharia que o exercicio 6 e' mais obvio do que e'.

Enquanto voces dao uma olhada nisso ai' eu tou fazendo slides 11:14  
sobre como a integracao por substituicao e' usada "na pratica".

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:10  
Professor, estou com uma dúvida em relação a última aula. Se  $F'(x)$   
 $= \cos(x)$

**EO** **Eduardo Ochs** 12:10  
Opa, diz

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:10  
Podemos supor que  $F(x) = \text{sen}(x) + \text{constante}$ ?

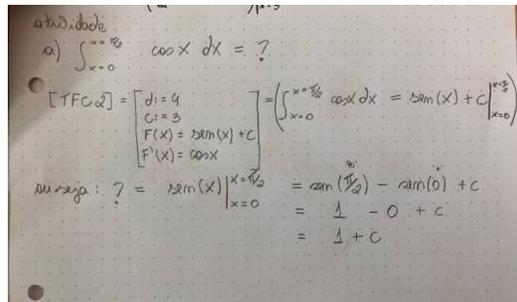
**EO** **Eduardo Ochs** 12:11  
Sim!

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:11  
Entao ao atribuir valor valor na letra a do exercicio 1 fica  $1 + c$ ?

**EO** **Eduardo Ochs** 12:12  
No exercicio 7 tem um caso em que  $F'(x) = \tan(x)$ , ou algo assim... e por enquanto a gente ainda nao sabe uma anti-derivada pra tangente...

Pera, qual exercicio? 12:12

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:12  
Exercício 1 ainda. To atrasada :(



**EO** **Eduardo Ochs** 12:13  
Integre por TFC2 e chutar e testar, ne'?

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:13  
Isso

**EO** **Eduardo Ochs** 12:14  
Esses "C"s nas ultimas 3 linhas estao errados... deixa eu tentar te convencer disso. Vou pegar um exemplo um pouco mais simples.

digamos que a gente queira calcular 12:15

$(\sin(x) + C) \Big|_{x=42}^{x=99}$  12:15

isso vai dar  $(\sin(99) + C) - (\sin(42) + C)$  12:15

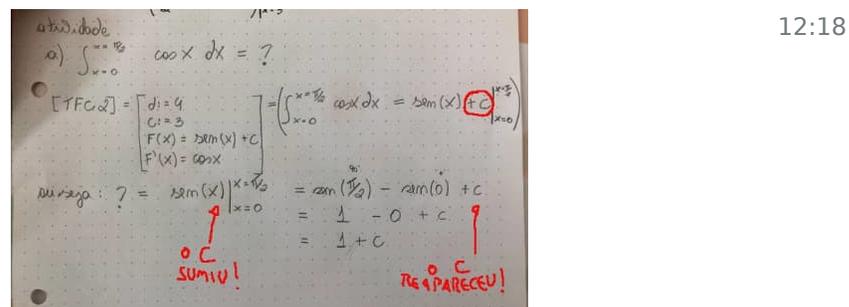
que vai dar  $\sin(99) - \sin(42)$  12:16

Os "C"s se cancelam 12:16

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:16  
Ahhh, entendi

Entao ele é desprezível 12:17

**EO** **Eduardo Ochs** 12:18  
Sim! Eu acho bem melhor a gente trabalhar sem os "C"s, pelo menos por enquanto...



Tem umas horas em que os livros usam C, outras em que eles usam C<sub>1</sub> e C<sub>2</sub>, e eles nao explicam direito as regras pra usar esses Cs... se as pessoas tivessem varias horas pra estudar juntas em grupo em bibliotecas maravilhosas elas conseguiriam descobrir as regras sozinhas, mas nao e' o caso agora... =( 12:19

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:21  
Entendi professor  
Obrigada:) 12:21

**EO** **Eduardo Ochs** 12:22  
Voce consegue participar das aulas/discussoes da turma de de tarde? Essa de de manha ta' uma tristeza so'...

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:23  
Vou tentar professor

EO

**Eduardo Ochs**

12:23

Voce ta' no grupo do Telegram da outra turma?

RM

**Rhayssa Mendes**

12:24

Um outro detalhe que vi no grupo da tarde e que o senhor falou la que a letra b da 2

In reply to [this message](#)

12:25

Estou sim, mas acabo vendo as mensagens la quando a aula deles termina

EO

**Eduardo Ochs**

12:25

Ok!

RM

**Rhayssa Mendes**

12:25

In reply to [this message](#)

$$b) \int_{x=0}^{x=\pi} \cos(x) dx$$

$$[T.F.C.2] = \left[ \begin{array}{l} d := \pi \\ c := 0 \\ F(x) = \sin(x) + C \\ F'(x) = \cos(x) \end{array} \right] = \left( \int_{x=0}^{x=\pi} \cos(x) dx = \sin(x) \Big|_{x=0}^{x=\pi} \right)$$

$$-\sin(x) \Big|_{x=0}^{x=\pi} = -\sin(\pi) + \sin(0)$$

$$= -(-1) + 0$$

$$= 1$$

N acho o erro

EO

**Eduardo Ochs**

12:26

Vou fazer umas anotacoes ai', pera

RM

**Rhayssa Mendes**

12:26

Achei professor, dei mt mole nessa

EO

**Eduardo Ochs**

12:29

$$b) \int_{x=0}^{x=\pi} \cos(x) dx = ?$$

$$[T.F.C.2] \#1 \left[ \begin{array}{l} d := \pi \\ c := 0 \\ F(x) = \sin(x) + C \\ F'(x) = \cos(x) \end{array} \right] = \left( \int_{x=0}^{x=\pi} \cos(x) dx = \sin(x) \Big|_{x=0}^{x=\pi} \right)$$

$$-\sin(x) \Big|_{x=0}^{x=\pi} = -\sin(\pi) + \sin(0)$$

$$= -(-1) + 0$$

$$= 1$$

$y = \cos(x)$

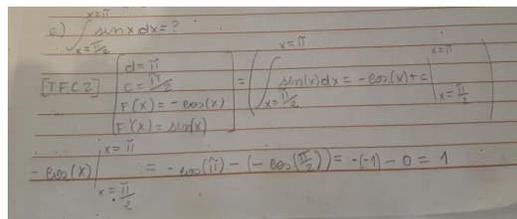
**RM** **Rhayssa Mendes** 12:30  
 In reply to [this message](#)  
 Obrigada professor

**EO** **Eduardo Ochs** 12:31  
 👍👍👍

**MB** **Mari Bravo C3** 12:57  
 In reply to [this message](#)  
 aqui  $d = \pi/2$  e  $c = 0$  né?

**EO** **Eduardo Ochs** 12:58  
 Nossa, sim! Eu nao tinha visto isso!!! =/

**MB** **Mari Bravo C3** 13:16



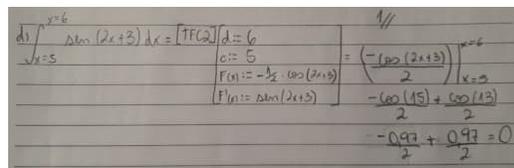
1C é assim professor? 13:16

**EO** **Eduardo Ochs** 13:18  
 ISSOOOO!!!! =) =) =)

**MB** **Mari Bravo C3** 13:31  
 Não entendi muito bem a F(x), o -1/2 multiplicando o cos(x)

**MB** **Mari Bravo C3** 13:31

**PM** **Pedro Miranda** 17.03.2021 17:24:13



25 March 2021

<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b>	11:01
	Oi!	
	O assunto de hoje e' isso aqui:	11:02
	<a href="http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-int-subst.pdf">http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-int-subst.pdf</a>	
	Principalmente essa gambiarra, que a gente tem que aprender a usar na pratica:	11:03
	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <div style="text-align: right;">7</div> <p><b>A gambiarra nos livros</b>  Dê uma olhada na página 165 do Martins/Martins.  Eles pulam <b>MUITOS</b> passos, e dizem</p> <p>Fazendo <math>u = g(x)</math>, <math>du = g'(x) dx</math>, e substituindo em (A)...</p> <p>A idéia é esta aqui:</p> <math display="block">\int \underbrace{f(g(x))}_{u} \underbrace{g'(x) dx}_{du} = \int f(u) du</math> <p>mas nós só vamos ver um jeito de dar um significado <b>preciso</b> pra esse "<math>\frac{du}{dx} dx = du</math>" em Cálculo 3...  (Dê uma olhada também na "Aula 4" da Cristiane Hernández).</p> <p style="font-size: small; text-align: center;">2020-2-C2-int-subst_2021mar24_17:11</p> </div>	11:04
<b>MB</b>	<b>Mari Bravo C3</b>	11:09
	bom dia!	
	beleza professor	11:09
<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b>	11:11
	Oi! Bom dia!	
<b>GD</b>	<b>Gabriel Drumond</b>	11:20
	Bom dia professor	
<b>EO</b>	<b>Eduardo Ochs</b>	11:33
	Oi! Bom dia atrasado!	
	Acabei de colocar mais um monte de coisas aqui:	11:33
	<a href="http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-int-subst.pdf">http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-int-subst.pdf</a>	11:33
	Acho que deve ter um monte de video-aulas sobre integracao por substituicao por ai', mas esse caso das potencias de senos e cossenos vai ser bem importante pra gente e acho que poucos lugares explicam isso com detalhes.	11:34
		11:36

**As anotações à direita**

Note que à direita das contas do exemplo 1 tinha isso aqui:

$$\begin{bmatrix} s = \sin x \\ \frac{ds}{dx} = \cos x \\ \sin x = s \\ (\cos x)^2 = 1 - s^2 \\ \cos x dx = ds \end{bmatrix}$$

que à primeira vista parece com a operação '[:=]'; mas exceto pela primeira linha ele não segue **nenhuma** das convenções sobre o '[=]' que vimos aqui:

<http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-intro.pdf#page=6>

E ainda por cima ele é usado duas vezes, uma pra mudar de  $x$  pra  $s$  e outra pra voltar pra  $x$ !...

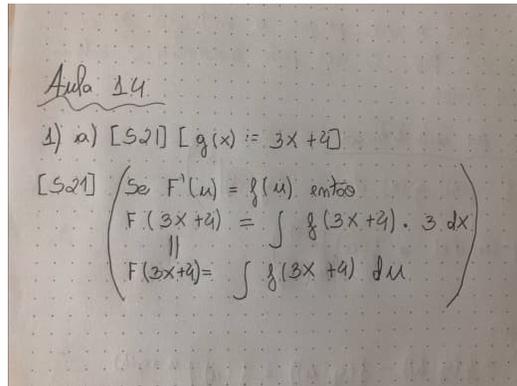
2020-2-C2-intro.tex, 2021mar25, 11:38

Isso aqui também não tá bem explicado nos livros e vídeos 11:38 que eu conheço. Eu vou tratar esse bloquinho como uma série de anotações INFORMAIS que vão nos ajudar a fazer a substituição pra variável nova e depois voltar pra variável original, e às vezes eu vou por muita coisa nessas anotações, às vezes só algo como " $s = \sin x$ " e vocês vão ter que deduzir o resto.

RM

**Rhayssa Mendes**

11:39



Professor, a 1)a é dessa forma?

EO

**Eduardo Ochs**

11:40

Hmm, tem algo errado, deixa eu ver o que é'...

(A integral no canto inferior direito não faz sentido - ela tem  $x$  e  $u$ ) 11:41

Descobri!!!!

11:42

RM

**Rhayssa Mendes**

11:42

Então em vez de  $du$  seria  $dx$ ?

Já que substituí tudo por termos em  $x$ ?

11:43

- EO** Eduardo Ochs 11:43  
 Nao, e' quase que o contrario disso => Deixa eu tentar explicar direito...
- O "=" depois de uma operacao de substituicao tem um significado especial. A gente pronuncia ele como "o resultado de fazer esta substituicao `a esquerda e' a expressao `a direita" 11:44
- E voce nao pode fazer mais nada alem da substituicao que esta' especificada na operacao [:=]. 11:45
- Voce substituiu o u por  $3x+4$  11:45
- Um jeito de entender isso e' pensar que num caso tipo (expr1) [var:=expr2] os "="s dentro da expr1 sao coisas que a gente nao sabe se sao verdade ou nao, entao a gente nao pode tratar eles como se eles fossem verdade... por exemplo, 11:47
- $(x + 2 = 5) [x:=4] = (4 + 2 = 5)$  11:48
- Outra coisa importante: aqui a primeira linha e' verdade, mas a segunda nao: 11:49
- $(x + 2 = 5) [x:=4] = (4 + 2 = 5)$   
 $(x + 2 = 5) [x:=4] = (6 = 5)$
- MC** Master Chungus 11:49  
 isso é redução beta!
- EO** Eduardo Ochs 11:50  
 porque na segunda linha a gente fez mais coisas alem da substituicao
- In reply to [this message](#) 11:50  
 Siiiiimm!!!! Peguei de lambda-calculo!!!! =>
- RM** Rhayssa Mendes 11:50  
 No caso da  $F(u)$  eu n substituo entao? Deixo  $F(u)$  msm?  
 Pq eu substitui tudo pq tem um obs:  $u = g(x)$  então pra mim  $F(u) = F(g(x))$
- EO** Eduardo Ochs 11:51  
 Deixa  $F(u)$  sim!
- Big**, voce nao e' a pessoa que caiu aqui achando que era um canal de discussao de Teoria de Categorias? 11:52

MC

**Master Chungus**

11:53

In reply to [this message](#)

Sim 😊

RM

**Rhayssa Mendes**

11:53

Aula 14

a) [S21]  $[g(x) := 3x+4]$

[S21]  $\left( \begin{array}{l} \text{Se } F'(u) = f(u) \text{ entao} \\ F(3x+4) = \int f(3x+4) \cdot 3 \, dx \\ \parallel \\ F(u) = \int f(3x+4) \, du \end{array} \right)$

b) [S21]  $[g(x) := 3x+4]$   $[f(u) := \frac{2}{3} \cos u]$

[S21]  $\left( \begin{array}{l} \text{Se } F'(u) = f(u) \text{ entao} \\ F(3x+4) = \int f(3x+4) \cdot 3 \, dx \\ \parallel \\ F(u) = \int f(\frac{u}{3}) \, du \end{array} \right)$

c) [S31]  $[g(x) := 3x+4]$

[S31]  $\left( \begin{array}{l} \int f(3x+4) \cdot 3 \, dx \\ \parallel \\ \int f(u) \, du \end{array} \right)$

Dessa forma professor?

EO

**Eduardo Ochs**

12:17

Pera, ja' vou fazer umas anotacoes ai' e mandar...

Eu tava digitando as dicas que eu dei agora ha' pouco

12:17

Voce podem dar uma olhada na versao nova do PDF, nos slides 6 e 7?

12:18

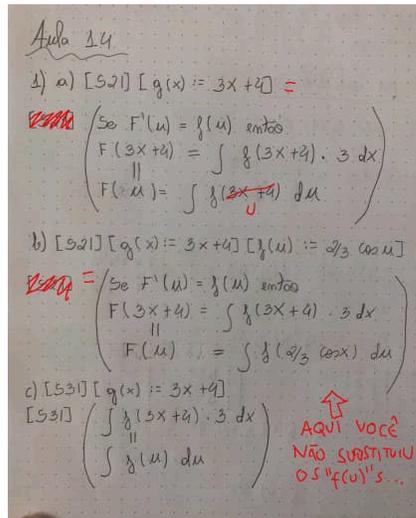
<http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-int-subst.pdf>

12:18

@rhaycsm, da' uma olhada:

12:23

12:24



RM

**Rhayssa Mendes**

12:28

Professor nao entendi o comentário sobre nao ter substituído os "f(u)"s

EO

**Eduardo Ochs**

12:30

O [f(u) := 2/3 cos u] diz que todas as ocorrencias de f(...) na expressao `a esquerda da substituicao deveriam ser substituidas por 2/3 cos (...)

E voce nao substituiu nenhum dos `f(...)''s

12:31

Faz sentido?

12:33

(Eu nao corriji o seu item c)

12:34

Mas acho que voce so' vai conseguir fazer o item b depois de refazer o a... voce pode fazer o a de novo?

12:35

RM

**Rhayssa Mendes**

12:37

In reply to [this message](#)

Estou com dificuldade em entender issi

In reply to [this message](#)

12:37

Posso sim

12:38

Aula 14

1) a) [521] [g(x) := 3x+4] =

~~[521]~~  $\left( \begin{array}{l} \text{Se } F'(u) = f(u) \text{ então} \\ F(3x+4) = \int f(3x+4) \cdot 3 \, dx \\ \parallel \\ F(u) = \int f(u) \, du \end{array} \right)$

b) [521] [g(x) := 3x+4] [f(u) := 2/3 cos u]

~~[521]~~ / Se F'(u) = f(u) então \

EO

**Eduardo Ochs**

12:39

Essa parte de substituir funcoes e' dificil mesmo =/

Agora a 1a ta' certa!

12:39

Tenta fazer a 1b agora. E' melhor voce usar outra folha.

12:39

Ah, nada a ver, mas onde voce conseguiu papel pontilhado?

12:40

Vendem blocos de papel pontilhado em papelarias?

RM

**Rhayssa Mendes**

12:40

Ahh, na letra b em vez de ficar f(2/3 cosx) du fica f(2/3 cosu) du?

EO

**Eduardo Ochs**

12:41

Pera, deixa eu passar uns exercicios em miniatura pra voce...

RM

**Rhayssa Mendes**

12:43

In reply to [this message](#)

Tem um site que eu pretendia comprar no início período. Mas o frete e o prazo não ajudaram, então imprimi em casa msm e fiz os furos

In reply to [this message](#)

12:43

<https://www.lojinhadalivia.com.br/bloco-nali-p-fichario-a4-90gm2> era esse o site

EO

**Eduardo Ochs**

12:43

Aaaah, legal!!!

Antigamente so' tinha blocos de papel pontilhado importados... 12:44

RM

**Rhayssa Mendes**

12:45

In reply to [this message](#)

Ainda é difícil achar, acho mais na internet msm

Aula 14

a) a) [521] [g(x) := 3x+4] =

$$\left( \begin{array}{l} \text{Se } F'(u) = f(u), \text{ então} \\ F(3x+4) = \int f(3x+4) \cdot 3 \, dx \\ \parallel \\ F(u) = \int f(u) \, du \end{array} \right)$$

b) [521] [g(x) := 3x+4] [f(u) := 2/3 \cos u] =

$$\left( \begin{array}{l} \text{Se } F'(u) = f(u), \text{ então} \\ F(3x+4) = \int f(3x+4) \cdot 3 \, dx \\ \parallel \\ F(u) = \int f(u) \, du \end{array} \right)$$

c) [531] [g(x) := 3x+4] =

$$\left( \begin{array}{l} \int f(3x+4) \cdot 3 \, dx \\ \parallel \\ \int f(u) \, du \end{array} \right)$$

12:46

Tentei ajeitar

EO

**Eduardo Ochs**

12:46

Uma vez eu ganhei um num congresso em que eu fui mas eu fiquei com pena de usar, ai' fiquei guardando pra so' usar ele pra coisas em que o pontilhado fosse me ajudar muito... e acho que so' usar 4 folhas dele ate' hoje

RM

**Rhayssa Mendes**

12:46

In reply to [this message](#)

So com oq presumi, entao tem chance de ainda estar errado :(

In reply to [this message](#)

12:47

Kkkkkkk tb fico com pena de desperdiçar, pq fiz na mão uma a uma

EO

**Eduardo Ochs**

12:47

na mao mas na impressora, ne'?

RM

**Rhayssa Mendes**

12:48

In reply to [this message](#)

Isso kkkkkk e cortei no estilete a altura da folha

EO

**Eduardo Ochs**

12:48

$$\begin{aligned} \text{a)} & (f(u)) [f(u) := \frac{2}{3} \cos u] = ? \\ \text{b)} & \left( \int f(3x+4) dx \right) [f(u) := \frac{2}{3} \cos u] = ? \\ \text{c)} & (f(3x+4)) [f(u) := \frac{2}{3} \cos u] = ? \\ \text{d)} & \left( \int f(u) du \right) [f(u) := \frac{2}{3} \cos u] = ? \end{aligned}$$

Tenta fazer esses aqui 12:49

In reply to [this message](#) 12:49

Uau!

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:50  
In reply to [this message](#)

Esses exemplos são para substituir no [S2I]?

**EO** **Eduardo Ochs** 12:50  
Não, são independentes

**RM** **Rhayssa Mendes** 12:54  
Na travei

Considero x e u como iguais? 12:54

**EO** **Eduardo Ochs** 12:54  
Não

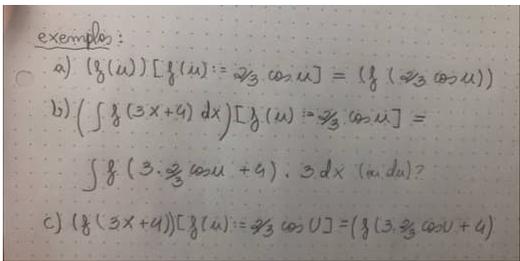
**RM** **Rhayssa Mendes** 12:54  
Pq minha dificuldade e substituir u no lugar de x sendo que x é diferente de u

**EO** **Eduardo Ochs** 12:55  
Pensa que o [:=] é uma operação sintática... por exemplo, (bananana) [a:=oo] = (boonoonoo)

Independente do significado matemático de bananana 12:55

Mas a operação [:=] também nos permite substituir funções, e isso é um pouco mais complicado... 12:56

Você travou em que item? 12:57

- RM** **Rhayssa Mendes** 12:57  
 In reply to [this message](#)  
 b
- EO** **Eduardo Ochs** 12:57  
 Tenta fazer a c primeiro
- Faz a c... eu devia ter posto ela antes da b 12:58
- RM** **Rhayssa Mendes** 13:00
- 
- exemplos:  
 a)  $\int f(u) [f(u) = \frac{2}{3} \cos u] = \int (\frac{2}{3} \cos u)$   
 b)  $\left( \int f(3x+4) dx \right) [f(u) = \frac{2}{3} \cos u] =$   
 $\int f\left(3 \cdot \frac{2}{3} \cos u + 4\right) \cdot 3 dx \text{ (ou } du)$ ?  
 c)  $\int f(3x+4) [f(u) = \frac{2}{3} \cos u] = \int \left( \frac{2}{3} \cos u + 4 \right)$
- EO** **Eduardo Ochs** 13:01  
 Aaaaah
- Digamos que eu defino f desse jeito aqui: 13:01  
 $f(u) = \frac{2}{3} \cos u$  13:01  
 Entao qual seria o valor de  $f(200)$ ? 13:02
- RM** **Rhayssa Mendes** 13:02  
 $f(u) = \frac{2}{3} \cos(200)$  ??
- EO** **Eduardo Ochs** 13:02  
 sim!
- $f(200) = \frac{2}{3} \cos 200$  13:03  
 E qual seria o valor de  $f(3x+4)$ ? 13:03  
 $f(3x+4) = \frac{2}{3} \cos(3x+4)$ , ne'? 13:03
- RM** **Rhayssa Mendes** 13:04  
 In reply to [this message](#)  
 Isso

- EO** **Eduardo Ochs** 13:04  
Ok! Ve se com essas dicas voce consegue fazer a c...
- RM** **Rhayssa Mendes** 13:04  
A letra a e b estao ok?  
No final da b é du pq ela passou a nossa variável? 13:05
- EO** **Eduardo Ochs** 13:07  
A letra a esta' ok  
A b ta' toda errada, mas a c deve esclarecer como fazer a b 13:07
- RM** **Rhayssa Mendes** 13:11  
Acho q achei minha dúvida na questão, eu to substituindo  $f(3x + 4)$  dentro de  $[f(u) := \frac{2}{3} \cos u]$ . É dessa forma msm??
- EO** **Eduardo Ochs** 13:12  
Me manda o que você acha que é a resposta da b...
- RM** **Rhayssa Mendes** 13:12  
 **Photo**  
1280×175  
Eita 13:12  
Ja mando 13:12
- EO** **Eduardo Ochs** 13:13  
Essa era da c?  
Vou tentar digitar mais dicas sobre isso daqui a pouco, mas preciso comprar almoço primeiro 13:14
- RM** **Rhayssa Mendes** 13:19  
In reply to [this message](#)  
Sim. Eu estava substituindo  $[f(u) := \frac{2}{3} \cos u]$  dentro  $f(3x + 4)$   
Mas pelo exemplo vi q meu erro pode estar nisso e agora eu substitui  $f(3x + 4)$  dentro de  $[f(u) := \frac{2}{3} \cos u]$

- EO** **Eduardo Ochs** 13:27  
 Eu costumo pensar desta forma aqui...
- O resultado de 13:27  
 $(f(3x+4)) [f(u) := \frac{2}{3} \cos u]$  13:28
- e' o resultado de substituir cada aplicacao da funcao f em 13:29  
 $(f(3x+4))$  pela funcao f da direita, que obedece  $f(u) = \frac{2}{3} \cos u...$
- entao 13:29  
 $(f(3x+4)) [f(u) := \frac{2}{3} \cos u] = (\frac{2}{3} \cos (3x+4))$
- RM** **Rhayssa Mendes** 13:30  
 In reply to [this message](#)  
 Dessa forma aqui entao :)
- Eu estava substituindo errado msm então professor, obrigada 13:31
- EO** **Eduardo Ochs** 13:31  
 Nao, eu tou vendo dois erros ai'...
- Assim que eu comprar o almoco eu mostro! 13:31
- RM** **Rhayssa Mendes** 13:31  
 Seria os parênteses?
- EO** **Eduardo Ochs** 13:32  
 Obrigado pela participacao!!! Ate' ja' =P
- RM** **Rhayssa Mendes** 13:32  
 In reply to [this message](#)  
 Ta bom professor!
- In reply to [this message](#) 13:32  
 Até mais
- EO** **Eduardo Ochs** 14:47  
 As dicas:
- 14:48

**Mais dicas sobre a operação "[:=]" (3)**

No primeiro PDF do curso nós usamos a operação "[:=]" para testar EDOs como  $f'(x) = x^4$  em vários "valores" de  $f$ , pra tentar resolver EDOs por chutar-e-testar... Em

$$(f'(x) = x^4) [f(x) := x^2] = (2x = x^4)$$

na expressão original, ( $f'(x) = x^4$ ), o símbolo  $f$  faz o papel de uma função qualquer, ou de uma variável cujo valor é uma função; a substituição "[ $f(x) := x^2$ ]" diz como substituir a  $f$  original, genérica, pela  $f$  que tem esta *definição* aqui:  $f(x) = x^2$ ... e nós já temos bastante prática com obter consequências de uma definição como  $f(x) = x^2$ . Por exemplo:

$$\begin{array}{ll} f(200) = 200^2 & f'(x) = 2x \\ f(3u+4) = (3u+4)^2 & f'(3u+4) = 2(3u+4) \\ f(42x^3+99) = (42x^3+99)^2 & f'(42x^3+99) = 2(42x^3+99) \end{array}$$

2020-0-C2-104-mlh04\_2021mar25\_14:37

In reply to [this message](#)

14:49

Ve se voce consegue descobrir o erro agora

26 March 2021

EO

**Eduardo Ochs**

11:01

Oi!!!!

RM

**Rhayssa Mendes**

11:02

Bom dia

MB

**Mari Bravo C3**

11:02

Bom dia

EO

**Eduardo Ochs**

11:02

Bdia!

RM

**Rhayssa Mendes**

11:02

In reply to [this message](#)

Achei sim, tinha um f(..) ali sobrando e esqueci dos parênteses

EO

**Eduardo Ochs**

11:02

In reply to [this message](#)

Isso =)

Mais duvidas? Mais comentarios? As dicas novas sobre o operador de substituicao ajudaram?

11:04

(Tou digitando mais coisas sobre uma tecnica dificil que vai ser bem importante, chamada "substituicao trigonometrica"...) 11:04

- MB** **Mari Bravo C3** 11:06  
In reply to [this message](#)  
Ontem tive um imprevisto e não consegui terminar de ver a aula, então ainda devem surgir dúvidas minhas, aí coloco aqui
- EO** **Eduardo Ochs** 11:06  
Beleza!
- MB** **Mari Bravo C3** 11:06  
Fazendo isso agora  
:) 11:06
- EO** **Eduardo Ochs** 11:07  
👍👍👍
- EO** **Eduardo Ochs** 11:56  
Voces estao conseguindo?
- RM** **Rhayssa Mendes** 11:58  
<http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-int-subst.pdf> esse é o slide de hj professor?
- EO** **Eduardo Ochs** 11:58  
A proxima coisa que a gente vai aprender precisa de um monte de tecnicas pra gente conseguir resolver as integrais ate' o final... eu acabei de digitar um exemplo completo e tou  
Sim! 11:58  
...tou digitando o melhor modo que eu conheco de aprender 11:59  
cada uma das tecnicas em separado. O exemplo completo e' esse aqui:  
12:02

$$\begin{aligned}
 & \int s\sqrt{1-s^2} ds \\
 &= \int \sin \theta \sqrt{1-(\sin \theta)^2} \cos \theta d\theta \\
 &= \int \sin \theta \sqrt{(\cos \theta)^2} \cos \theta d\theta \\
 &= \int \sin \theta \cos \theta \cos \theta d\theta \\
 &= \int (\cos \theta)^2 \sin \theta d\theta \\
 &= \int t^2 \cdot (-1) dt \\
 &= -\frac{1}{3}t^3 \\
 &= -\frac{1}{3}(\cos \theta)^3 \\
 &= -\frac{1}{3}(\sqrt{1-(\sin \theta)^2})^3 \\
 &= -\frac{1}{3}(\sqrt{1-s^2})^3
 \end{aligned}
 \quad
 \begin{aligned}
 & \left[ \begin{array}{l} s = \sin \theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \cos \theta \\ \cos \theta d\theta = ds \end{array} \right] \\
 & \left[ \begin{array}{l} c = \cos \theta \\ \frac{dc}{d\theta} = -\sin \theta \\ \sin \theta d\theta = (-1) \cdot dc \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

2020-2-C2-168-wolfram\_2021mar26\_11:54

EO

**Eduardo Ochs**

12:22

Eieiei

Alguem conseguiu fazer o exercicio 3?

12:22

ON

**Orlando Nascimento**

12:36

Esse aqui?

**Exercício 3.**

- a) Calcule a integral do exemplo  $1 - \int (\sin x)^5 (\cos x)^3 dx$  – usando a substituição  $c = \cos x$  ao invés de  $s = \sin x$ .
- b) Teste o seu resultado.

12:36

EO

**Eduardo Ochs**

12:37

Sim!

Na verdade ele tem uma dica extra no PDF novo que eu ainda nao subi pro site...

12:37

- Exercício 3.**
- a) Calcule a integral do exemplo  $1 - \int (\sin x)^5 (\cos x)^3 dx$  – usando a substituição  $c = \cos x$  ao invés de  $s = \sin x$ .
- b) Teste o seu resultado.

Dica: em algum lugar do teste você vai precisar da identidade  $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$ ... nós vamos começar a usar identidades trigonométricas a beça.

2020-2-C2-168-wolfram\_2021mar26\_12:38

12:38

ON

**Orlando Nascimento**

12:46

$$= \int \operatorname{sen}^5(x) \cos^3(x) dx$$

Re-escrevendo os expoentes:  $\operatorname{sen}^5 = (\operatorname{sen}(x))^2 \cdot \operatorname{sen}(x)$  e  $\operatorname{sen}^2 = 1 - \cos^2$

$$\int (1 - \cos^2(x))^2 \operatorname{sen}(x) \cos^3(x) dx$$

$$c = \cos(x), \frac{dc}{dx} = -\operatorname{sen}(x), dx = -\frac{1}{\operatorname{sen}(x)} dc$$

$$\int -c^3 (1 - c^2)^2 dc$$

$$\int -c^3 + 2c^5 - c^7 dc$$

$$-\frac{\cos^4(x)}{4} + \frac{\cos^6(x)}{6} - \frac{\cos^8(x)}{8}$$

Next messages