

Cálculo 2 - 2025.1

Aulas 10 e 11: integração por partes

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://anggtwu.net/2025.1-C2.html>

Links

Miranda199 6.3 Integração por Partes

Miranda205 Exercícios

Leit9p4 (p.531) 9.1 Integração por partes

Leit9p9 (p.536) Exercícios 9.1

StewPtCap7p5 (p.420) 7.1 Integração por Partes

StewPtCap7p8 (p.423) 7.1 Exercícios

CederjC2V2p35 (p.33) 19 Integração por partes

2iQ27 Quadros da aula 10 (08/abr/2024)

2iQ31 Quadros da aula 10 (08/abr/2024) - definição do [IP]

2iQ33 Quadros da aula 11 (09/abr/2024)

Introdução

Lembre que:

$$\begin{aligned} &= \\ &= \\ \left[\begin{array}{l} F(x) := fg \\ F'(x) := f'g + fg' \end{array} \right] &= \int f'g + fg' dx = fg \end{aligned}$$

Vou definir:

=

Compare com:

StewPtCap7p5 (p.420) 7.1 Integração por Partes

A gente vai evitar usar diferenciais, e portanto a gente vai evitar usar essa fórmula aqui, que vários livros usam – a “fórmula da integração por partes com diferenciais”:

$$= \int u dv = uv - \int v du$$

O meu truque preferido pra não me enrolar quando eu uso a fórmula é usar anotações em underbraces. Ao invés de usar só isso aqui,

$$\left[\begin{array}{l} f := x \\ f' := 1 \\ g := e^x \\ g' := e^x \end{array} \right] = \int x e^x dx = x e^x - \int 1 \cdot e^x dx$$

eu vou acrescentar umas anotações, deste jeito:

$$\int \underbrace{x}_f \underbrace{e^x}_{g'} dx = \underbrace{x}_f \underbrace{e^x}_g - \int \underbrace{1}_{f'} \underbrace{e^x}_{g'} dx \quad \text{por} \quad \left[\begin{array}{l} f := x \\ f' := 1 \\ g := e^x \\ g' := e^x \end{array} \right]$$

Exercício 1

Complete as igualdades e as justificativas.

Note que os exercícios a, b, c e d abaixo são baseados nos exercícios 3, 4, 6 e 7 desta página do Stewart:

StewPtCap7p8 (p.423) 7.1 Exercícios

a) $\int \underbrace{x}_f \underbrace{\cos 5x}_{g'} dx = ?$ por [?]

b) $\int \underbrace{x}_f \underbrace{e^{-x}}_{g'} dx = ?$ por [?]

c) $\int \underbrace{t}_f \underbrace{\sin 2t}_{g'} dt = ?$ por [?]

d) $\int \underbrace{(x^2 + 2x)}_f \underbrace{\cos x}_{g'} dx = ?$ por [?]

Exercício 2

Calcule

$$\int x^2 e^x dx$$

e justifique cada um dos passos em que você usar a regra.

Dica: aqui não é fácil encontrar o melhor modo de escrever a resposta... você vai precisar reescrever o seu desenvolvimento várias vezes usando os personagens a, b e c da Dica 7 e vai precisar nomear os seus objetos.

Aviso

A P1 vai ter uma questão de integração por partes em que o resultado final vai valer 10% dos pontos e os itens de “complete as igualdades e as justificativas” vão valer 90% dos pontos.

Na “vida real” é bem raro aparecerem problemas que a gente resolve usando integração por partes, então a gente vai usar integração por partes mais pra treinar justificativas e modos de escrever.