

Cálculo 2 - 2024.2

Aula 54: volumes

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://anggtwu.net/2024.2-C2.html>

Links

StewPtCap6p12 (p.389) 6.2 Volumes
StewPtCap6p13 (p.390) volume da esfera
StewPtCap6p18 (p.395) pirâmide de base quadrada
StewPtCap6p19 (p.396) Figura 15
StewPtCap6p20 (p.397) Exercícios: **façam do 1 ao 5!**
StewPtCap8p17 (p.500) trombeta de Gabriel
StewPtCap13p18 (p.768) 13.3 Comprimento de Arco e Curvatura
StewPtCap15p6 (p.874) 15.1 Integrais múltiplas sobre retângulos
StewPtCap15p9 (p.877) aproximações do volume
Miranda285 9.3 Volume
Miranda288 O volume da esfera de raio r é $\frac{4}{3}\pi r^3$
Miranda285 9.3.1 Secções transversais
Miranda289 9.3.2 Sólidos de revolução
Miranda292 **Façam os exercícios 2, 3, 4 e 5!**
Leit6p3 (p.374) 6.1 Volumes de sólidos por cortes
Leit6p17 (p.388) 6.3 Comprimento de arco
3cT75 Pirâmide (3D)
2gT105 Um jogo colaborativo
2gT137 P2 de 2023.1, questão sobre volumes
Quadros:
2iQ62 2024.1
2hQ47 2023.2
2gQ59 2023.1
MpgP8 Set comprehensions

Exercício 1

Sejam:

$$\begin{aligned}
 A &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\} \\
 B &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\} \\
 C &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\} \\
 D &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq x\} \\
 E &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq x\} \\
 [x = \alpha] &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = \alpha\} \\
 [y = \beta] &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = \beta\} \\
 [[x = \alpha]] &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = \alpha\} \\
 [[y = \beta]] &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = \beta\} \\
 [[z = \gamma]] &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = \gamma\}
 \end{aligned}$$

Lembre das técnicas do “jogo colaborativo”, e:

- Represente graficamente A .
- Represente graficamente B .
- Represente graficamente C .
- Represente graficamente D .
- Represente graficamente E .
- Represente num gráfico só A e $A \cap [x = 0.5]$. Qual é o comprimento de $A \cap [x = 0.5]$?
- Represente num gráfico só B e $B \cap [x = 0.5]$. Qual é o comprimento de $B \cap [x = 0.5]$?
- Represente num gráfico só D e $D \cap [[x = 0.5]]$. Qual é a área de $D \cap [[x = 0.5]]$?
- Represente num gráfico só D e $D \cap [[y = 0.5]]$. Qual é a área de $D \cap [[y = 0.5]]$?
- Represente num gráfico só D e $D \cap [[z = 0.5]]$. Qual é a área de $D \cap [[z = 0.5]]$?
- Represente num gráfico só E e $E \cap [[x = 0.5]]$. Qual é a área de $E \cap [[x = 0.5]]$?
- Represente num gráfico só E e $E \cap [[y = 0.5]]$. Qual é a área de $E \cap [[y = 0.5]]$?
- Represente num gráfico só E e $E \cap [[z = 0.5]]$. Qual é a área de $E \cap [[z = 0.5]]$?

Calcule:

- área($E \cap [[x = 0.2]]$)
 - área($E \cap [[x = 0.8]]$)
- p) $\int_{t=0}^{t=1} \text{área}(E \cap [[x = t]]) dt$

Dicas pro exercício 1

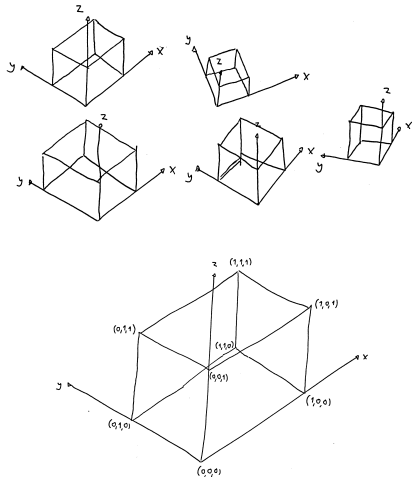
O conjunto C é um cubo e os conjuntos D e E vão ser pedaços do cubo C .

Existem 8 pontos de \mathbb{R}^3 que obedecem isto aqui: $x, y, z \in \{0, 1\}$. Vou inventar um nome pra eles: eles vão ser os pontos “simples”. O conjunto C contém todos os pontos simples mas os conjuntos D e E só contém alguns pontos simples cada um... quais?

Pra fazer os itens que envolvem os conjuntos D e E comece fazendo um MONTE de desenhos de cubos à mão, SEM USAR RÉGUA – como eu fiz na figura de cima à direita. Se você não usar régua o seu ganho de velocidade vai ser tão grande que você não vai se incomodar muito pra descartar os desenhos que ficarem tortos demais, e você vai poder escolher quais são os desenhos nos quais os eixos estão numa posição melhor pra desenhar o conjunto E , que é meio complicado.

Quando você encontrar uma posição pros eixos que você ache que está boa faça uma versão ampliada do seu cubo naquela posição ocupando uma folha inteira, e depois escreva do lado de cada um dos pontos “simples” as coordenadas dele – como eu fiz na figura de baixo à direita. Use essa figura pra tentar entender os conjuntos D e E .

A melhor posição pra desenhar o conjunto E não é a da figura de baixo à direita.



Exercício 2

StewPtCap6p19 (p.396) Figura 15