

Cálculo 2 - 2024.1

Aulas 10 e 11: integração por partes

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://anggtwu.net/2024.1-C2.html>

Links

[Miranda199](#) 6.3 Integração por Partes

[Miranda205](#) Exercícios

[Leit9p4](#) (p.531) 9.1 Integração por partes

[Leit9p9](#) (p.536) Exercícios 9.1

[StewPtCap7p5](#) (p.420) 7.1 Integração por Partes

[StewPtCap7p8](#) (p.423) 7.1 Exercícios

[CederjC2V2p35](#) (p.33) 19 Integração por partes

[2iQ27](#) Quadros da aula 10 (08/abr/2024)

[2iQ31](#) Quadros da aula 10 (08/abr/2024) -
definição do [IP]

[2iQ33](#) Quadros da aula 11 (09/abr/2024)

Introdução

Lembre que:

$$\begin{aligned} \text{[TFC2]} &= \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right) \\ \text{[II]} &= \left(\int F'(x) dx = F(x) \right) \\ \text{[II]} \left[\begin{array}{l} F(x) := fg \\ F'(x) := f'g + fg' \end{array} \right] &= \left(\int f'g + fg' dx = fg \right) \end{aligned}$$

Vou definir:

$$\text{[IP]} = \left(\int fg' dx = fg - \int f'g dx \right)$$

Compare com:

StewPtCap7p5 (p.420) 7.1 Integração por Partes

A gente vai evitar usar diferenciais, e portanto a gente vai evitar usar essa fórmula aqui, que vários livros usam – a “fórmula da integração por partes com diferenciais”:

$$\text{[IPD]} = \left(\int u dv = uv - \int v du \right)$$

O meu truque preferido pra não me enrolar quando eu uso a fórmula **[IP]** é usar anotações em underbraces. Ao inves de usar só isso aqui,

$$\begin{aligned} \text{[IP]} &= \left(\int fg' dx = fg - \int f'g dx \right) \\ \text{[IP]} \left[\begin{array}{l} f := x \\ f' := 1 \\ g := e^x \\ g' := e^x \end{array} \right] &= \left(\int x e^x dx = x e^x - \int 1 \cdot e^x dx \right) \end{aligned}$$

eu vou acrescentar umas anotações, deste jeito:

$$\int \underbrace{x}_f \underbrace{e^x}_{g'} dx = \underbrace{x}_f \underbrace{e^x}_g - \int \underbrace{1}_{f'} \underbrace{e^x}_{g'} dx \quad \text{por [IP]} \left[\begin{array}{l} f := x \\ f' := 1 \\ g := e^x \\ g' := e^x \end{array} \right]$$

Exercício 1

Complete as igualdades e as justificativas.

Note que os exercícios a, b, c e d abaixo são baseados nos exercícios 3, 4, 6 e 7 desta página do Stewart:

StewPtCap7p8 (p.423) 7.1 Exercícios

- $\int \underbrace{x}_f \underbrace{\cos 5x}_{g'} dx = ?$ por **[IP]**[?]
- $\int \underbrace{x}_f \underbrace{e^{-x}}_{g'} dx = ?$ por **[IP]**[?]
- $\int \underbrace{t}_f \underbrace{\sin 2t}_{g'} dt = ?$ por **[IP]**[?]
- $\int \underbrace{(x^2 + 2x)}_f \underbrace{\cos x}_{g'} dx = ?$ por **[IP]**[?]

Exercício 2

Calcule

$$\int x^2 e^x dx$$

e justifique cada um dos passos em que você usar a regra **[IP]**.

Dica: aqui não é fácil encontrar o melhor modo de escrever a resposta... você vai precisar reescrever o seu desenvolvimento várias vezes usando os personagens a, b e c da Dica 7 e vai precisar nomear os seus objetos.

Aviso

A P1 vai ter uma questão de integração por partes em que o resultado final vai valer 10% dos pontos e os itens de “complete as igualdades e as justificativas” vão valer 90% dos pontos.

Na “vida real” é bem raro aparecerem problemas que a gente resolve usando integração por partes, então a gente vai usar integração por partes mais pra treinar justificativas e modos de escrever.