

Cálculo 3 - 2022.1

Prova de reposição (VR)

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://angg.twu.net/2022.1-C3.html>

Questão 1.**(Total: 5.0 pts)**

Sejam:

$$F(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^3}}{y},$$

$$(x_0, y_0) = (1, 1).$$

Lembre que a fórmula para a aproximação de Taylor de 2a ordem é:

$$z(x_1, y_1) \approx z$$

$$+ z_x \Delta x + z_y \Delta y$$

$$+ \frac{z_{xx} \Delta x \Delta x}{2} + z_{xy} \Delta x \Delta y + \frac{z_{yy} \Delta y \Delta y}{2}$$

Calcule as aproximações de Taylor de 1a e 2a ordem da função $F(x, y)$ em torno do ponto (x_0, y_0) e use-as para calcular duas aproximações para $F(1.1, 1.1)$, uma usando Taylor de 1a ordem e outra usando Taylor de 2a ordem.

Note que esta questão tem um monte de “subitens secretos” – um monte de coisas que você vai ter que calcular de forma organizada pra conseguir chegar até os resultados finais – e eu não estou dizendo quais são esses subitens... você vai ter que se virar!

Questão 2.**(Total: 5.0 pts)**Sejam $(x_0, y_0) = (4, 3)$ e:

$$F(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) = \Delta y,$$

$$G(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) = \Delta x(\Delta x + \Delta y),$$

$$H(x, y) = F(x, y) + G(x, y).$$

Faça os diagramas de numerozinhos das funções $F(x, y)$, $G(x, y)$ e $H(x, y)$ nos pontos com $\Delta x, \Delta y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Depois faça uma cópia (a caneta) do seu diagrama de numerozinhos para a função $z = H(x, y)$ e trace sobre essa cópia (a lápis) as curvas de nível dela em 5 valores de z diferentes. *Dica:* essas curvas de nível vão ser “curvas quádricas”, como parábolas e elipses, que você deve ter visto no fim no curso de GA.