

Cálculo 2 - 2022.1

Mini-teste 2

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://angg.twu.net/2022.1-C2.html>

Mini-teste 2

(Veja o rodapé pra detalhes).

Isto aqui é um exemplo do livro do Miranda:

Problema. Calcule a antiderivada de $(\sin 4x)^5 \cos 4x$.

Solução. Observamos que a derivada de $\sin 4x$ é $4 \cos x$, que é um múltiplo do fator $\cos 4x$ que aparece no integrando. Isso motiva a substituição

$$u = \sin 4x, \quad du = 4 \cos 4x \, dx \quad \frac{du}{4} = \cos 4x \, dx$$

e assim:

$$\begin{aligned} \int (\sin 4x)^5 \cos 4x \, dx &= \frac{1}{4} \int u^5 \, du \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} u^6 + C \\ &= \frac{1}{24} (\sin 4x)^6 + C. \end{aligned}$$

Justifique o passo $\int (\sin 4x)^5 \cos 4x \, dx = \frac{1}{4} \int u^5 \, du$. Mais precisamente: imagine que você tentou justificar ele dizendo que ele é verdadeiro “por mudança de variáveis”, e o jogador O respondeu: “me mostra um caso particular do $[MV_1]$ que justifica esse passo” — e o jogador O te dá essa dica daqui: “o $[MV_1]$ é sobre integrais definidas, então suponha que a primeira integral vai de $x = a$ até $x = b$ ”.

Gabarito

Veja estes PDFs pra mais detalhes:

<http://angg.twu.net/LATEX/2022-1-C2-dicas-para-P1.pdf>

<http://angg.twu.net/LATEX/2022-1-C2-P1.pdf#page=4>

As contas são:

$$[\text{MT2}] = \left(\int \text{sen}(4x)^5 \cos(4x) dx = \frac{1}{4} \int u^5 du \right)$$

$$[\text{MV}_2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u) du \right)$$

$$[\text{MV}_2] \left[\begin{array}{l} g(x) := \text{sen}(4x) \\ g'(x) := 4 \cos(4x) \end{array} \right] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(\text{sen}(4x)) \cdot 4 \cos(4x) dx = \int_{u=\text{sen}(4a)}^{u=\text{sen}(4b)} f'(u) du \right)$$

$$[\text{MV}_2] \left[\begin{array}{l} g(x) := \text{sen}(4x) \\ g'(x) := 4 \cos(4x) \\ f'(u) := u^5 \end{array} \right] = \left(\int_{x=a}^{x=b} \text{sen}(4x)^5 \cdot 4 \cos(4x) dx = \int_{u=\text{sen}(4a)}^{u=\text{sen}(4b)} u^5 du \right)$$

$$[\text{MV}_2] \left[\begin{array}{l} g(x) := \text{sen}(4x) \\ g'(x) := 4 \cos(4x) \\ f'(u) := \frac{1}{4} u^5 \end{array} \right] = \left(\int_{x=a}^{x=b} \frac{1}{4} \text{sen}(4x)^5 \cdot 4 \cos(4x) dx = \int_{u=\text{sen}(4a)}^{u=\text{sen}(4b)} \frac{1}{4} u^5 du \right)$$