

Cálculo 2 - 2020.1

Aula 13: Integração por substituição

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://angg.twu.net/2020.1-C2.html>

Exemplo (VERSÃO COM GAMBIARRAS)

$$\begin{aligned}
 & \int 2 \cos(3x + 4) dx \\
 &= \int 2(\cos u) \cdot \frac{1}{3} du \\
 &= \frac{2}{3} \int \cos u du \\
 &= \frac{2}{3} \operatorname{sen} u \\
 &= \frac{2}{3} \operatorname{sen}(3x + 4)
 \end{aligned}
 \quad \left[\begin{array}{l} u = 3x + 4 \\ \frac{du}{dx} = 3 \\ du = 3 dx \\ dx = \frac{1}{3} du \end{array} \right]$$

O “bloquinho de substituições” à direita é **parecido** com as substituições da primeira aula no sentido de que “algumas linhas são consequências das linhas anteriores e estão lá só pra ajudar a gente a se enrolar menos” (veja os slides da primeira aula!) mas ele é bem menos formal do que as substituições com ‘:=’, e ele tem várias gambiarras pesadas... por exemplo, o “ $dx = \frac{1}{3} du$ ” é algo que até é fácil de aprender a usar, mas que a gente vai demorar pra conseguir formalizar.

Exercício 1.

Assista este videozinho sobre como *usar* estas gambiarras,

http://angg.twu.net/eev-videos/2020_int_subst_1.mp4

e faça o exercício do final dele: $\int (2x + 3)^{10} dx = ?$

Mais diferenças

Repare que esse bloquinho de substituição com ‘=’s ao invés de ‘:=’s fica solto à direita, longe das contas, ao invés de ficar colado numa expressão específica... e ele é usado duas vezes, no primeiro ‘=’ e no último.

Além disso nós usamos ele pra transformar ‘ $3x+4$ ’ em ‘ u ’ no primeiro passo do exemplo. Os bloquinhos de substituição com ‘:=’s têm uma sintaxe super rígida e eles só substituem *variáveis*. Veja:

<http://angg.twu.net/LATEX/2020-1-C2-intro.pdf#page=7>

Integração por partes

Video:

http://angg.twu.net/eev-videos/2020_int_partes_1.mp4

Definições:

$$\begin{aligned} [IP1] &= \left(fg = \int f'g \, dx + \int fg' \, dx \right) \\ [IP2] &= \left(\int f'g \, dx = fg - \int fg' \, dx \right) \\ [IP3] &= \left(\int fg' \, dx = fg - \int f'g \, dx \right) \end{aligned}$$

Exercícios:

- a) Calcule $\int (2x)e^{3x} dx$ usando o mesmo tipo de anotações sob as expressões que eu usei no vídeo.
- b) Verifique que só uma das regras IP2 e IP3 do vídeo funcionam pra resolver o item anterior — uma transforma aquela integral em algo mais simples e a outra transforma em algo mais complicado.
- c) Use o método do final do meu vídeo pra verificar se a sua resposta esta certa.