

Cálculo 2  
 PURO-UFF - 2018.2  
 VS - 19/dez/2018 - Eduardo Ochs  
 Respostas sem justificativas não serão aceitas.  
 Proibido usar quaisquer aparelhos eletrônicos.

- 1) **(Total: 2.0)** Calcule  $\int (\cos \theta)^3 (\sen \theta)^3 d\theta$   
 a) **(0.5 pts)** Pela substituição  $s = \sen \theta$ ,  
 b) **(0.5 pts)** Pela substituição  $c = \cos \theta$ ,  
 c) **(1.0 pts)** Pelo truque do 'E'.

- 2) **(Total: 2.0)** Calcule  
 a) **(1.0 pts)**  $\int_{x=a}^{x=b} \sqrt{1-x^2} dx$ ,  
 b) **(0.0 pts)**  $\int_{x=-1}^{x=1} \sqrt{1-x^2} dx$ .

- 3) **(Total: 2.0)** Calcule:

$$\int \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 9}} dx$$

- 4) **(Total: 2.5)** Seja  $F(x, y) = x^3 y^4$ . Sejam [1], [2], [3] as seguintes EDOs induzidas por esta  $F$ :

[1]  $F_y dy = -F_x dx$ ,

[2]  $F_x dx + F_y dy = 0$ ,

[3]  $x F_x dx + x F_y dy = 0$ ,

- a) **(1.0 pts)** Escreva [1] explicitamente e resolva-a por variáveis separáveis.  
 b) **(1.0 pts)** Escreva [2] explicitamente e resolva-a por EDOs exatas.  
 c) **(0.5 pts)** Mostre que a EDO [3], que é claramente equivalente a [2], não é exata.

- 5) **(Total: 1.5)** Encontre uma EDO cujas soluções são (ou "devem ser"! ) as curvas  $xy = (\text{constante})$  e resolva-a — isto é, encontre a solução geral da sua EDO.

Algumas definições, fórmulas e substituições:

$$\begin{array}{llll} c = \cos \theta & c^2 + s^2 = 1 & \frac{ds}{d\theta} = c & E = c + is \\ s = \sen \theta & z^2 = t^2 + 1 & \frac{dc}{d\theta} = -s & c = \frac{E+E^{-1}}{2} \\ t = \tan \theta & \sqrt{1-s^2} = c & \frac{dt}{d\theta} = z^2 & s = \frac{E-E^{-1}}{2i} \\ z = \sec \theta & \sqrt{t^2+1} = z & \frac{dz}{d\theta} = zt & e^{ik\theta} + e^{-ik\theta} = 2 \cos k\theta \\ E = e^{i\theta} & \sqrt{z^2-1} = t & & e^{ik\theta} - e^{-ik\theta} = 2i \sen k\theta \end{array}$$