Tenalita Barbosa de Miranda

TOTAL: 3.7

1: 2.0

Questão 1

(Total: 5.5 pts)
O diagrama de numerozinhos da última folha da prova corresponde a uma superfície $z = F(x, y)$ que tem 7 faces. Também é possível interpretá-lo como uma superfície com 8 ou mais faces, mas vamos considerar que a superfície com só 7 faces é que é a correta.

1a: 0.5

a) (0.5 pts) Mostre como dividir o plano em 7 polígonos que são as projeções destas faces no plano do papel.

1b: 0.5

b) (0.5 pts) Chame estas faces de face W ("oeste"), E ("leste"), NW ("noroeste"), NE ("nordeste"), SW ("sudoeste"), SE ("Sudeste") e C ("centro"), e chame as equações dos planos delas de $F_W(x, y)$, $F_E(x, y)$, $F_{NW}(x, y)$, $F_{NE}(x, y)$, $F_{SW}(x, y)$, $F_{SE}(x, y)$ e $F_C(x, y)$. Dê as equações destes planos.

1c: 0.5

c) (0.5 pts) Sejam:

$$\begin{aligned} P_C &= \{\, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = F_C(x, y) \,\}, \\ P_{NW} &= \{\, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = F_{NW}(x, y) \,\}, \\ r &= P_C \cap P_{NW}. \end{aligned}$$

Represente a reta r graficamente como numerozinhos.

1d: 0.0

d) (0.5 pts) Dê uma parametrização para a reta do item anterior. Use notação de conjuntos.

1e: 0.5

e) (0.5 pts) Seja

$$A = \{0, 1, \ldots, 10\} \times \{0, 1, \ldots, 6\};$$

note que os numerozinhos do diagrama de numerozinhos estão todos sobre pontos de A. Para cada ponto $(x, y) \in A$ represente graficamente $(x, y) + \frac{1}{3}\vec{\nabla} F(x, y)$.

Obs: quando $\vec{\nabla} F(x, y) = 0$ desenhe uma bolinha preta sobre o ponto (x, y), e quando $\vec{\nabla} F(x, y)$ não existir faça um '×' sobre o numerozinho que está no ponto (x, y).

1f: 0.0

f) (1.5 pts) Sejam

$$\begin{aligned} Q(t) &= \begin{cases} (1,5) + t\overrightarrow{(1,-2)} & \text{quando } t < 3, \\ (5,2) + (t-3)\overrightarrow{(2,1)} & \text{quando } 3 \leq t, \end{cases} \\ (x(t), y(t)) &= Q(t), \\ h(t) &= F(x(t), y(t)). \end{aligned}$$

Faça o gráfico da função $h(t)$. Considere que o domínio dela é o intervalo $[0, 6]$.

1g: 0.0

f) (1.5 pts) Dê uma "definição por casos" pra função $h(t)$ que você obteve no item anterior. Repare que a $Q(t)$ do item anterior é definida por casos.

alita Barbosa de Miranda

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

1a: 0.5

a)

Versão final

F_{NW} F_{NE} F_E F_W F_C F_{SW} F_{SE}

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

1c: 0.5

c) $r = P_C \cap P_{NW}$

r

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

1e: 0.5

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

ta Barbosa de Miranda

2 : 1.7

Questão 2

(Total: 4.5 pts)

Seja

$$F(x,y) = (x+2)(x-y)(y+2).$$

Nesta questão você vai ter que fazer várias cópias do diagrama de numerozinhos da função $F(x,y)$ para os pontos com $x, y \in \{-2,-1,0,1,2\}$.

2a : 0.2

a) **(1.0 pts)** Desenhe o "campo gradiente" da função F nestes pontos, mas multiplicando cada $\vec{\nabla}F(x,y)$ por $\frac{1}{10}$ pros vetores não ficarem uns em cima dos outros. Deixa eu traduzir isso pra termos mais básicos: faça uma cópia do diagrama de numerozinhos da $F(x,y)$, e sobre cada (x,y) com $x, y \in \{-2,-1,0,1,2\}$ desenhe a seta $(x,y) + \frac{1}{10}\vec{\nabla}F(x,y)$.

2b : 1.5

b) **(3.5 pts)** Faça uma outra cópia desse diagrama de numerozinhos e desenhe sobre ela as curvas de nível da função $F(x,y)$ para $\cancel{z=0}$, $\cancel{z=6}$, $z=12$, $\cancel{z}=-6$ e $\cancel{z=-12}$.

Dicas:

1) O vetor gradiente num ponto (x,y) é sempre ortogonal à curva de nível que passa pelo ponto (x,y).

2) Faça quantos rascunhos quiser. Eu só vou corrigir seus desenhos pros itens (a) e (b) que disserem "versão final", e eles têm que ser os mais caprichados possíveis.

Teralita Barbosa de Miranda

Questão 1

b) $F_W(x,y) = 0$

$F_E(x,y) = 8$

$F_{NE}(x,y) = x$

$F_{NW}(x,y) = 2x-4$

$F_{SW}(x,y) = x-2$

$F_{SE}(x,y) = 2x-8$

$F_C(x,y) = x+y-4$

1b: 0.5

1d: 0.0

CONFIRA O QUE ACONTECE QUANDO $(x,y,z) = (1,2,3)$

d) Parametrização da reta r:

$$r = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid (2,2,0) + t\overrightarrow{(1,1,2)}\}$$

e) $\vec{\nabla} F_W(x,y) = 0$

$\vec{\nabla} F_E(x,y) = 0$

$\vec{\nabla} F_{NE}(x,y) = (\partial x, \partial y) = \overrightarrow{(1,0)}$

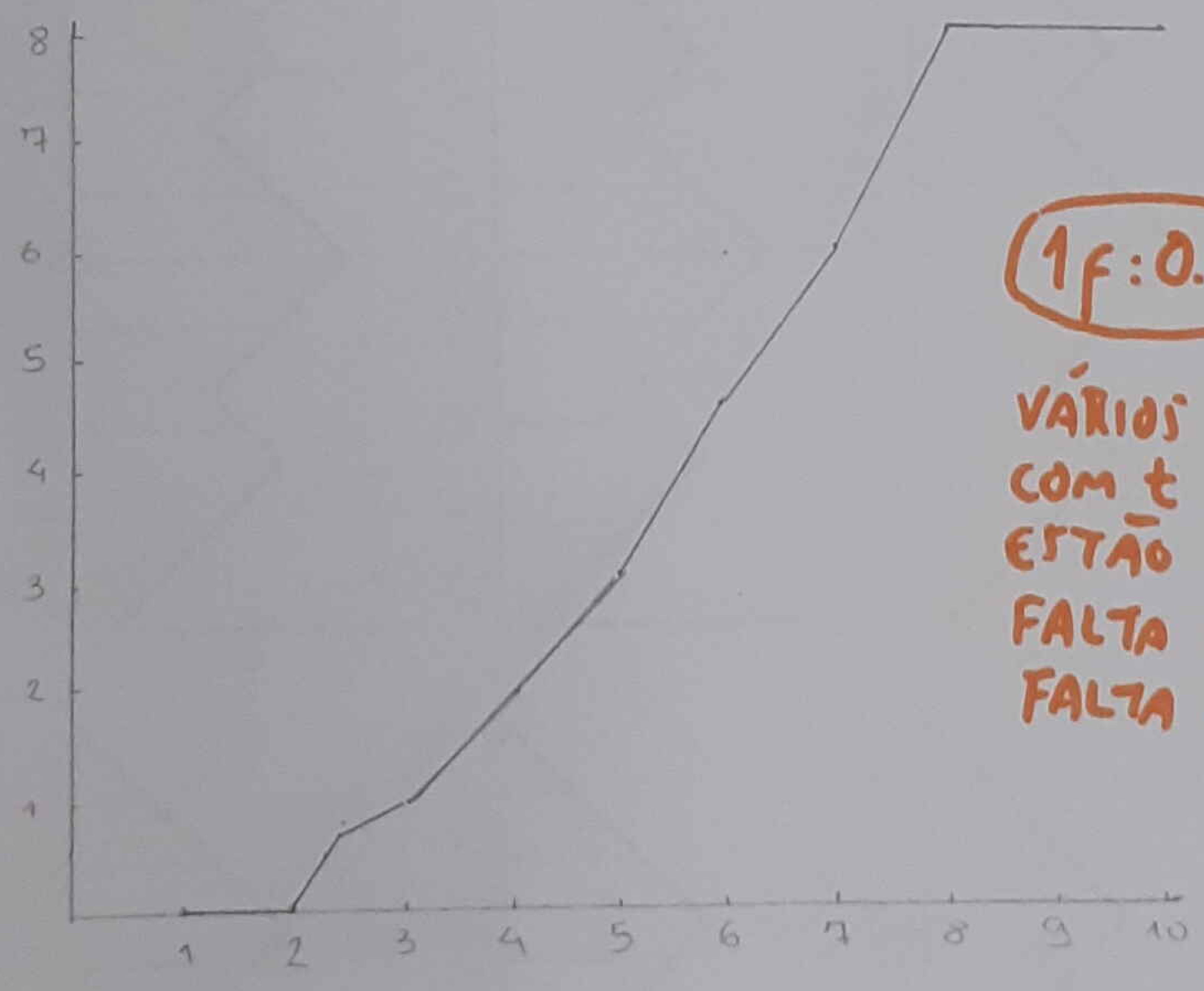
$\vec{\nabla} F_{NW}(x,y) = (\partial x, \partial y) = \overrightarrow{(2,0)}$

$\vec{\nabla} F_{SW}(x,y) = (\partial x, \partial y) = \overrightarrow{(1,0)}$

$\vec{\nabla} F_{SE}(x,y) = (\partial x, \partial y) = \overrightarrow{(2,0)}$

$\vec{\nabla} F_C(x,y) = (\partial x, \partial y) = \overrightarrow{(1,1)}$

f)



1f: 0.0

VÁRIOS PONTOS COM t INTEIRO ESTÃO ERRADOS, FALTA O BICO, FALTA A DESCONTINUIDADE...

1g: 0.0

Thalita Barbosa de Miranda

Questão 2.

Seja $F(x,y) = (x+2)(x-y)(y-2)$

$\hookrightarrow x^2y - 2x^2 - xy^2 + 4xy - 4x - 2y^2 + 4y$

OOPS

0	-4	-16	-12	0
0	-6	-6	0	12
0	-2	0	6	16
0	0	2	6	12
0	0	0	0	0

$\vec{\nabla F}_x(x,y) = 2xy - 4x - y^2 + 4y - 4$

$\vec{\nabla F}_y(x,y) = x^2 - 2xy + 4x - 4y + 4$

TODAS AS SETAS ESTÃO ERRADAS !! ☹

campo gradiente:

[0, -8] [0, -3]

[3, -8] [1, -1]

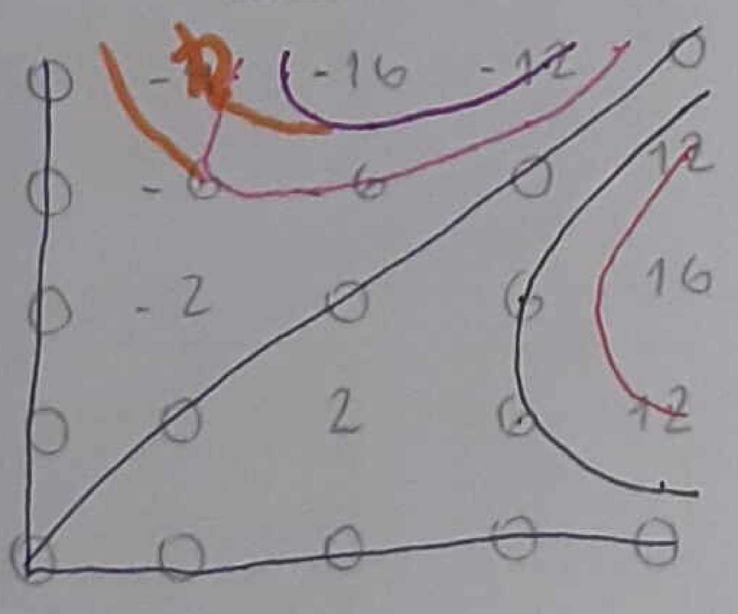
[4, -8] [0, 1]

[5, -8] [-3,

[8, -8] [

2a: 0.2

b)



$z = 0$

$z = -6$

$z = -12$

$z = 6$

$z = 12$

2b: 1.5