

Léa Bruna F. de Oliveira.

**TOTAL: 4.1**

## Questão 1

**1:3.8**

(Total: 5.5 pts)

O diagrama de numerozinhos da última folha da prova corresponde a uma superfície  $z = F(x, y)$  que tem 7 faces. Também é possível interpretá-lo como uma superfície com 8 ou mais faces, mas vamos considerar que a superfície com só 7 faces é que é a correta.

**1a:0.5**

a) (0.5 pts) Mostre como dividir o plano em 7 polígonos que são as projeções destas faces no plano do papel.

**1b:0.5**

b) (0.5 pts) Chame estas faces de face W ("oeste"), E ("leste"), NW ("noroeste"), NE ("nordeste"), SW ("sudoeste"), SE ("Sudeste") e C ("centro"), e chame as equações dos planos delas de  $F_W(x, y)$ ,  $F_E(x, y)$ ,  $F_{NW}(x, y)$ ,  $F_{NE}(x, y)$ ,  $F_{SW}(x, y)$ ,  $F_{SE}(x, y)$  e  $F_C(x, y)$ . Dê as equações destes planos.

**1c:0.5**

c) (0.5 pts) Sejam:

$$\begin{aligned} P_C &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = F_C(x, y)\}, \\ P_{NW} &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = F_{NW}(x, y)\}, \\ r &= P_C \cap P_{NW}. \end{aligned}$$

Represente a reta  $r$  graficamente como numerozinhos.

**1d:0.0**

d) (0.5 pts) Dê uma parametrização para a reta do item anterior. Use notação de conjuntos.

e) (0.5 pts) Seja

$$A = \{0, 1, \dots, 10\} \times \{0, 1, \dots, 6\};$$

note que os numerozinhos do diagrama de numerozinhos estão todos sobre pontos de  $A$ . Para cada ponto  $(x, y) \in A$  represente graficamente  $(x, y) + \frac{1}{3}\vec{\nabla}F(x, y)$ .

Obs: quando  $\vec{\nabla}F(x, y) = 0$  desenhe uma bolinha preta sobre o ponto  $(x, y)$ , e quando  $\vec{\nabla}F(x, y)$  não existir faça um 'x' sobre o numerozinho que está no ponto  $(x, y)$ .

f) (1.5 pts) Sejam

f)

$$Q(t) = \begin{cases} (1, 5) + t\overrightarrow{(1, -2)} & \text{quando } t < 3, \\ (5, 2) + (t - 3)\overrightarrow{(2, 1)} & \text{quando } 3 \leq t, \end{cases}$$

$$(x(t), y(t)) = Q(t),$$

$$h(t) = F(x(t), y(t)).$$

**1e:0.5**

Faça o gráfico da função  $h(t)$ . Considere que o domínio dela é o intervalo  $[0, 6]$ .

**1f:0.3**

g) (1.5 pts) Dê uma "definição por casos" pra função  $h(t)$  que você obteve no item anterior. Repare que a  $Q(t)$  do item anterior é definida por casos.

**1g:1.5**

2:03

## Questão 2

(Total: 4.5 pts)

Seja

$$F(x, y) = (x + 2)(x - y)(y + 2).$$

Nesta questão você vai ter que fazer várias cópias do diagrama de numerozinhos da função  $F(x, y)$  para os pontos com  $x, y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ .

2a:03

a) (1.0 pts) Desenhe o “campo gradiente” da função  $F$  nestes pontos, mas multiplicando cada  $\vec{\nabla}F(x, y)$  por  $\frac{1}{10}$  pros vetores não ficarem uns em cima dos outros. Deixa eu traduzir isso pra termos mais básicos: faça uma cópia do diagrama de numerozinhos da  $F(x, y)$ , e sobre cada  $(x, y)$  com  $x, y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  desenhe a seta  $(x, y) + \frac{1}{10}\vec{\nabla}F(x, y)$ .

2b:0.0

b) (3.5 pts) Faça uma outra cópia desse diagrama de numerozinhos e desenhe sobre ela as curvas de nível da função  $F(x, y)$  para  $z = 0, z = 6, z = 12, z = -6$  e  $z = -12$ .

### Dicas:

- 1) O vetor gradiente num ponto  $(x, y)$  é sempre ortogonal à curva de nível que passa pelo ponto  $(x, y)$ .
- 2) Faça quantos rascunhos quiser. Eu só vou corrigir seus desenhos pros itens (a) e (b) que disserem “versão final”, e eles têm que ser os mais caprichados possíveis.

Ces Bruno Freire de Oliveira.

1a:0.5

5

(A)

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

(B)

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

(C)

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

(D)

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

1e:0.5

(E)

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

(F)

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

Bruno F. de Oliveira

1d

Parametrizações da reta r:

$$(2, 2, 0) + t(1, 1, 2), \quad t \in \mathbb{R}$$

1e  
b) Equações dos planos:

$$F_W(x, y) = 0$$

$$F_{NW}(x, y) = -4 + 2x$$

$$F_{NE}(x, y) = x$$

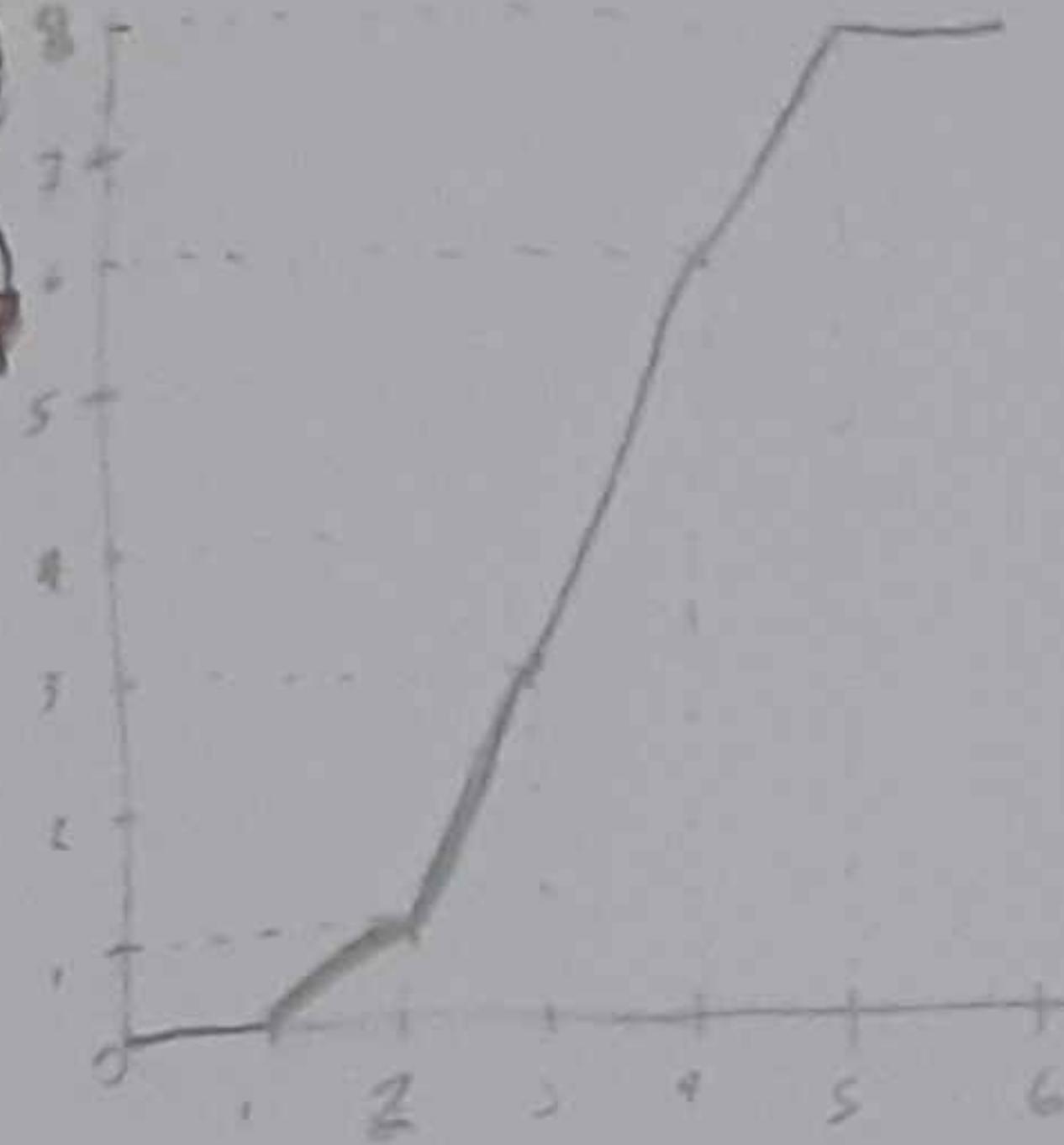
$$F_E(x, y) = 8$$

$$F_{SW}(x, y) = -2 + x$$

$$F_{SE}(x, y) = -8 + 2x$$

$$F_C(x, y) = -4 + x + y$$

1f



1d: 0.0

ERA  $\{(2, 2, 0) + t(\overrightarrow{1, 1, 2}) \mid t \in \mathbb{R}\} \dots$

$$h(t) = \begin{cases} 0 & \text{quando } t < 1 \\ t-1 & \text{quando } 1 \leq t < 2 \\ 2t-3 & \text{quando } 2 \leq t < 3 \\ 3t-6 & \text{quando } 3 \leq t < 4 \\ 2t-2 & \text{quando } 4 \leq t < 5 \\ 8 & \text{quando } t \geq 5 \end{cases}$$

1e  
9

FALTARAM  
O BICO E A  
DESCONTINUIDADES...

1f: 0.3

1g: 1.5

Bruno F. de Oliveira

Copia para Vitor gretarão.

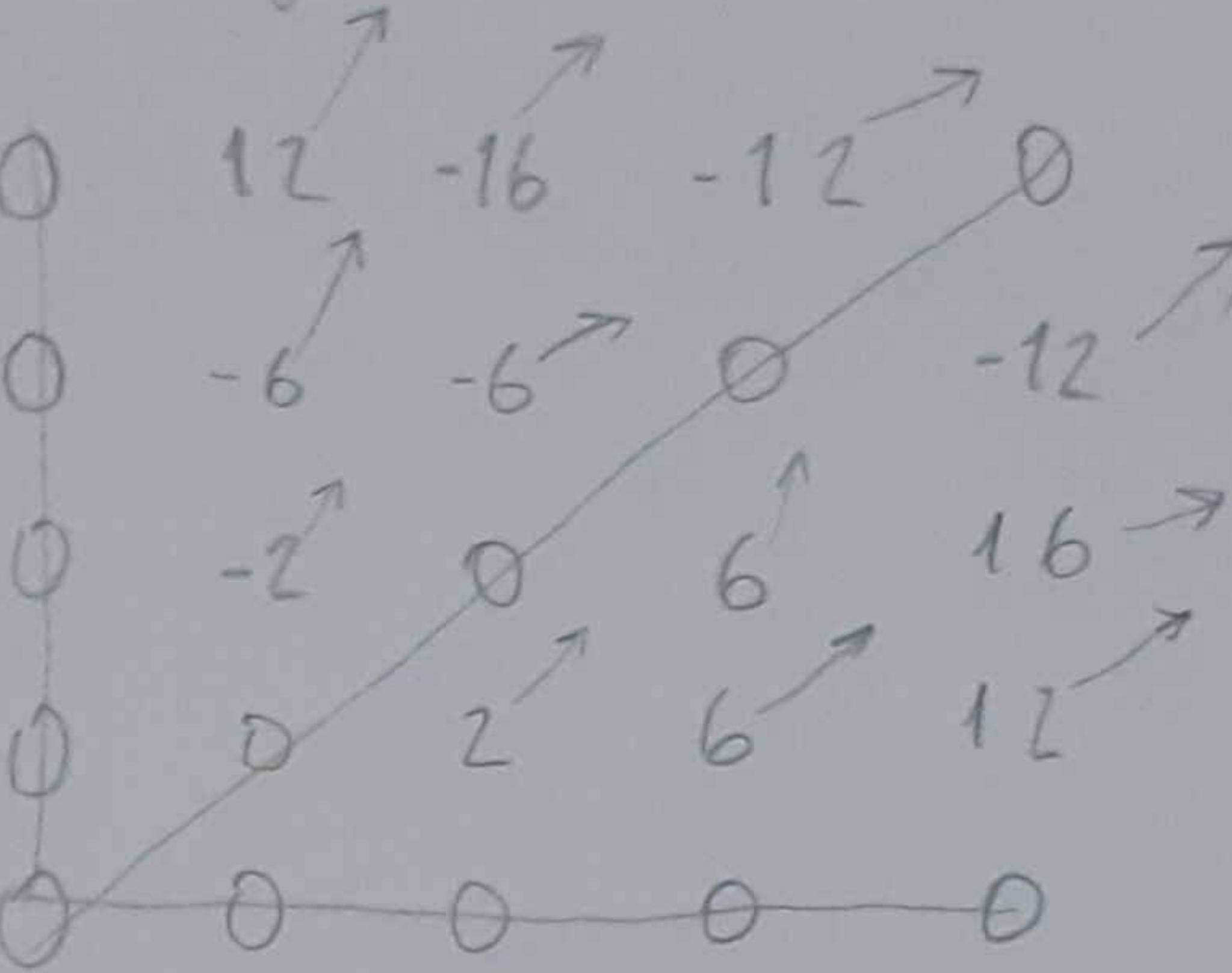
②

$$f(x,y) = (x+2)(x-y)(y+2)$$

Diagrama de numerização:

0	12	-16	-12	0
0	-6	-6	0	-12
0	2	0	6	16
0	0	2	6	12
0	0	0	0	0

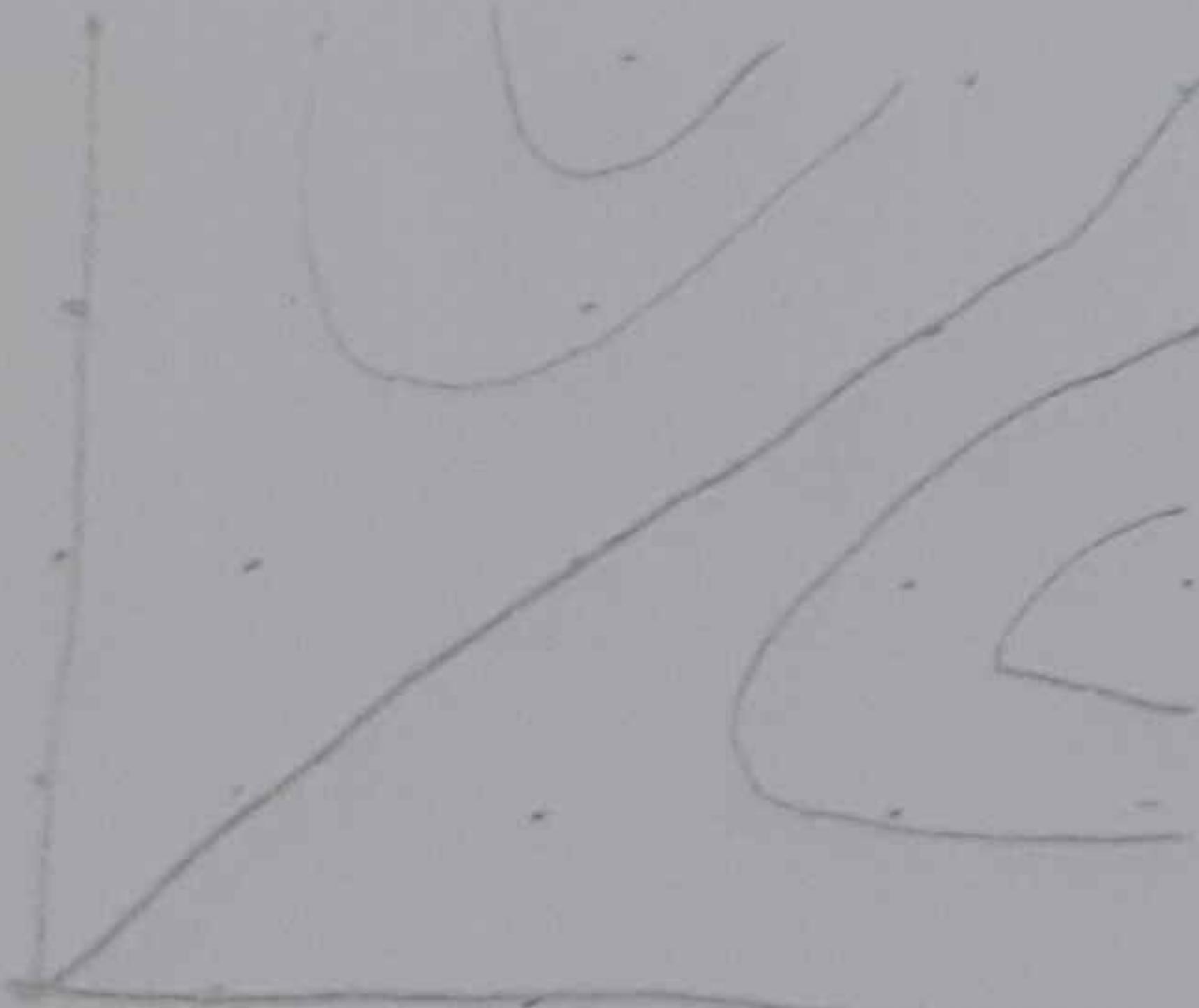
@



MUITAS  
SETAS  
ERRADAS  
||  
||

Versão Final

b)



Versão final

AS CURVAS  
ESTÃO PASSANDO  
PELOS PONTOS  
ERRADOS "

2a: 0.3  
2b: 0.0