

Questão 1

1:3.8

(Total: 5.5 pts)

O diagrama de numerozinhos da última folha da prova corresponde a uma superfície $z = F(x, y)$ que tem 7 faces. Também é possível interpretá-lo como uma superfície com 8 ou mais faces, mas vamos considerar que a superfície com só 7 faces é que é a correta.

1a:0.5

a) (0.5 pts) Mostre como dividir o plano em 7 polígonos que são as projeções destas faces no plano do papel.

1b:0.5

b) (0.5 pts) Chame estas faces de face W ("oeste"), E ("leste"), NW ("noroeste"), NE ("nordeste"), SW ("sudoeste"), SE ("Sudeste") e C ("centro"), e chame as equações dos planos delas de $F_W(x, y)$, $F_E(x, y)$, $F_{NW}(x, y)$, $F_{NE}(x, y)$, $F_{SW}(x, y)$, $F_{SE}(x, y)$ e $F_C(x, y)$. Dê as equações destes planos.

1c:0.5

c) (0.5 pts) Sejam:

$$\begin{aligned} P_C &= \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = F_C(x, y) \}, \\ P_{NW} &= \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = F_{NW}(x, y) \}, \\ r &= P_C \cap P_{NW}. \end{aligned}$$

Represente a reta r graficamente como numerozinhos.

1d:0.0

d) (0.5 pts) Dê uma parametrização para a reta do item anterior. Use notação de conjuntos.

e) (0.5 pts) Seja

1e:0.5

$$A = \{0, 1, \dots, 10\} \times \{0, 1, \dots, 6\};$$

note que os numerozinhos do diagrama de numerozinhos estão todos sobre pontos de A . Para cada ponto $(x, y) \in A$ represente graficamente $(x, y) + \frac{1}{3} \vec{\nabla} F(x, y)$.

Obs: quando $\vec{\nabla} F(x, y) = 0$ desenhe uma bolinha preta sobre o ponto (x, y) , e quando $\vec{\nabla} F(x, y)$ não existir faça um 'x' sobre o numerozinho que está no ponto (x, y) .

f) (1.5 pts) Sejam

1f:0.3

$$\begin{aligned} Q(t) &= \begin{cases} (1, 5) + t(1, -2) & \text{quando } t < 3, \\ (5, 2) + (t - 3)(2, 1) & \text{quando } 3 \leq t, \end{cases} \\ (x(t), y(t)) &= Q(t), \\ h(t) &= F(x(t), y(t)). \end{aligned}$$

Faça o gráfico da função $h(t)$. Considere que o domínio dela é o intervalo $[0, 6]$.

1g:1.5

g) (1.5 pts) Dê uma "definição por casos" pra função $h(t)$ que você obteve no item anterior. Repare que a $Q(t)$ do item anterior é definida por casos.

2:0.3

Questão 2

(Total: 4.5 pts)

Seja

$$F(x, y) = (x + 2)(x - y)(y + 2).$$

Nesta questão você vai ter que fazer várias cópias do diagrama de numerozinhos da função $F(x, y)$ para os pontos com $x, y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

2a:0.3

a) (1.0 pts) Desenhe o “campo gradiente” da função F nestes pontos, mas multiplicando cada $\vec{\nabla}F(x, y)$ por $\frac{1}{10}$ pros vetores não ficarem uns em cima dos outros. Deixa eu traduzir isso pra termos mais básicos: faça uma cópia do diagrama de numerozinhos da $F(x, y)$, e sobre cada (x, y) com $x, y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ desenhe a seta $(x, y) + \frac{1}{10}\vec{\nabla}F(x, y)$.

2b:0.0

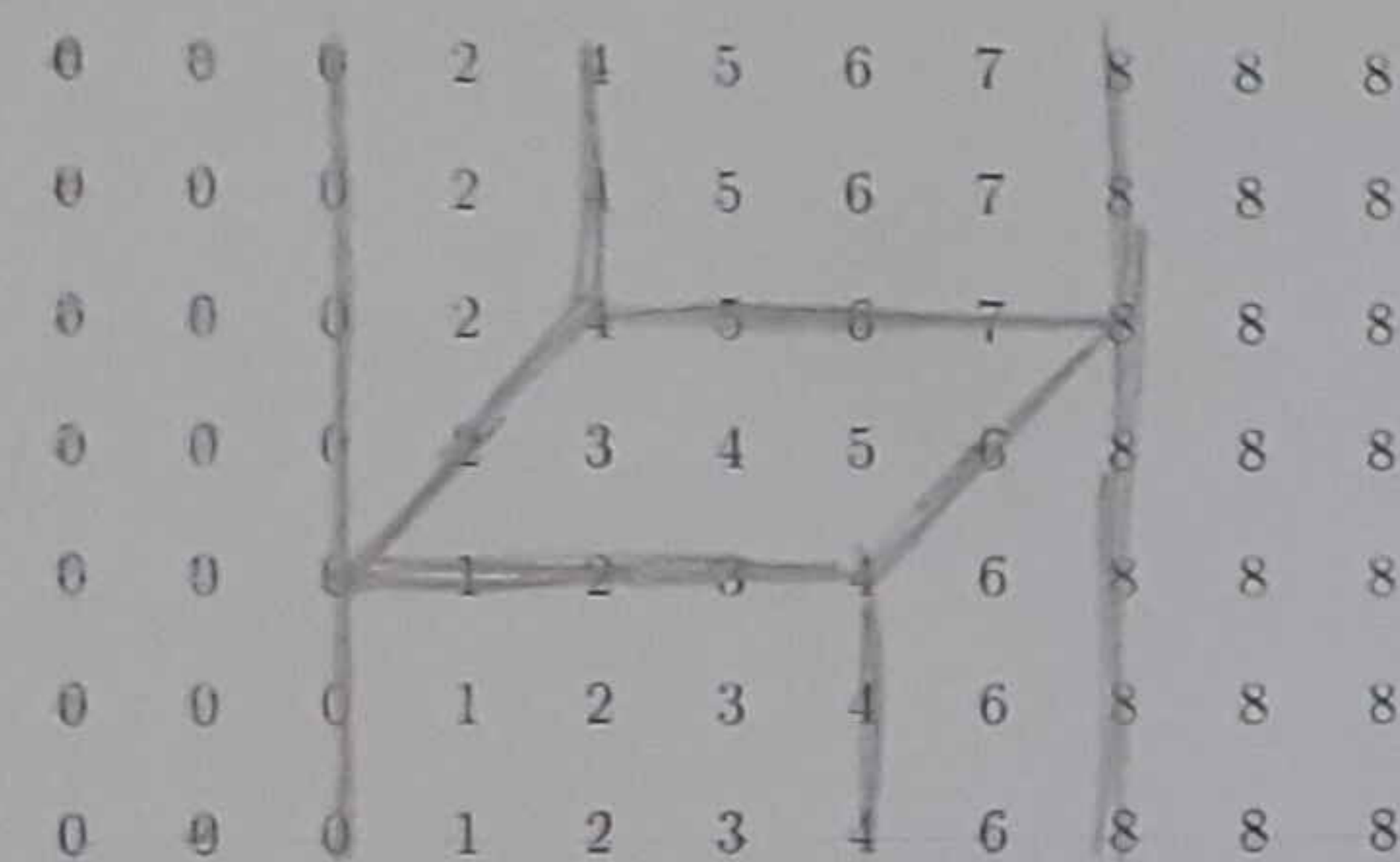
b) (3.5 pts) Faça uma outra cópia desse diagrama de numerozinhos e desenhe sobre ela as curvas de nível da função $F(x, y)$ para $z = 0$, $z = 6$, $z = 12$, $z = -6$ e $z = -12$.

Dicas:

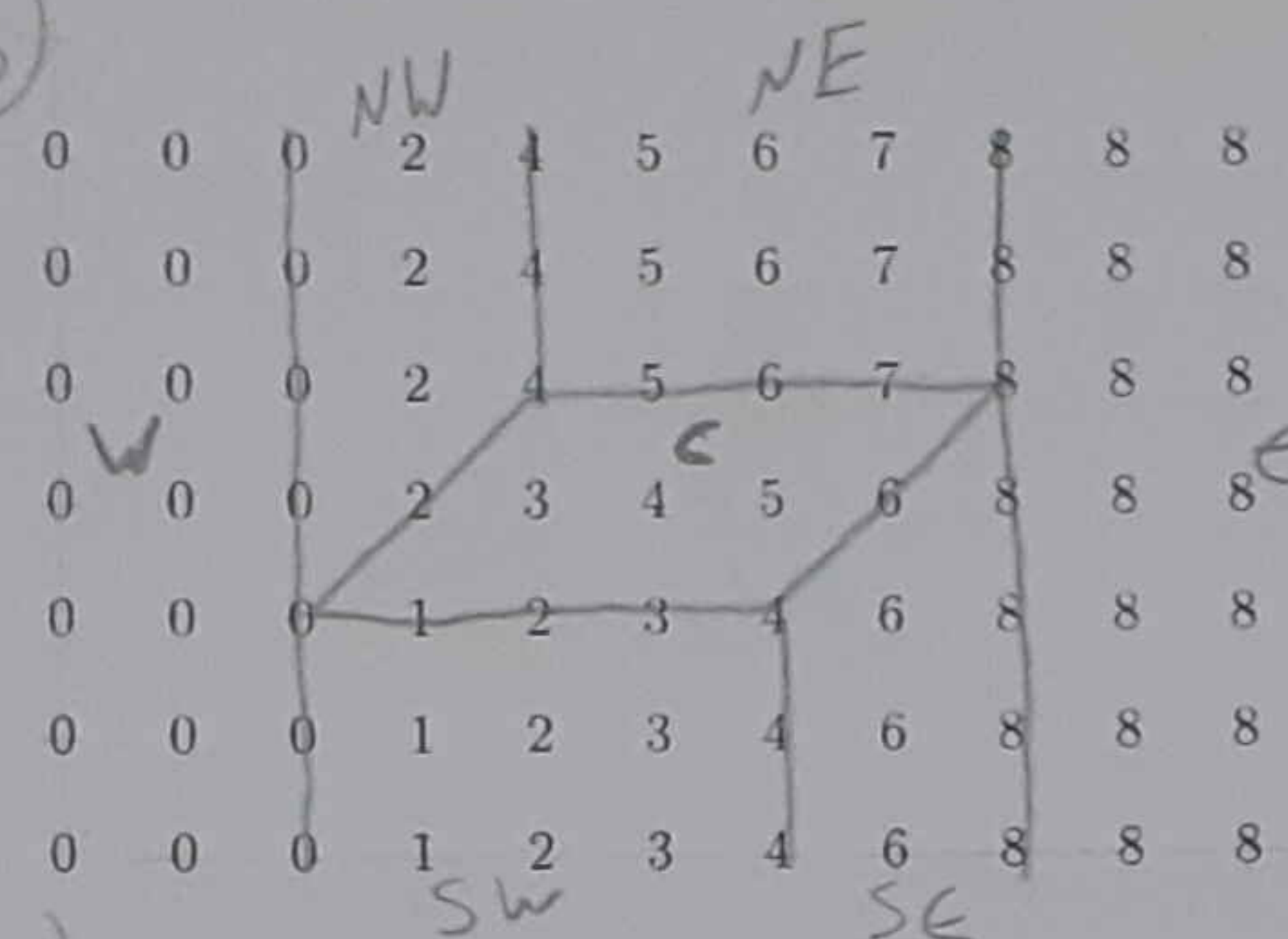
1) O vetor gradiente num ponto (x, y) é sempre ortogonal à curva de nível que passa pelo ponto (x, y) .

2) Faça quantos rascunhos quiser. Eu só vou corrigir seus desenhos pros itens (a) e (b) que disserem “versão final”, e eles têm que ser os mais caprichados possíveis.

(A)

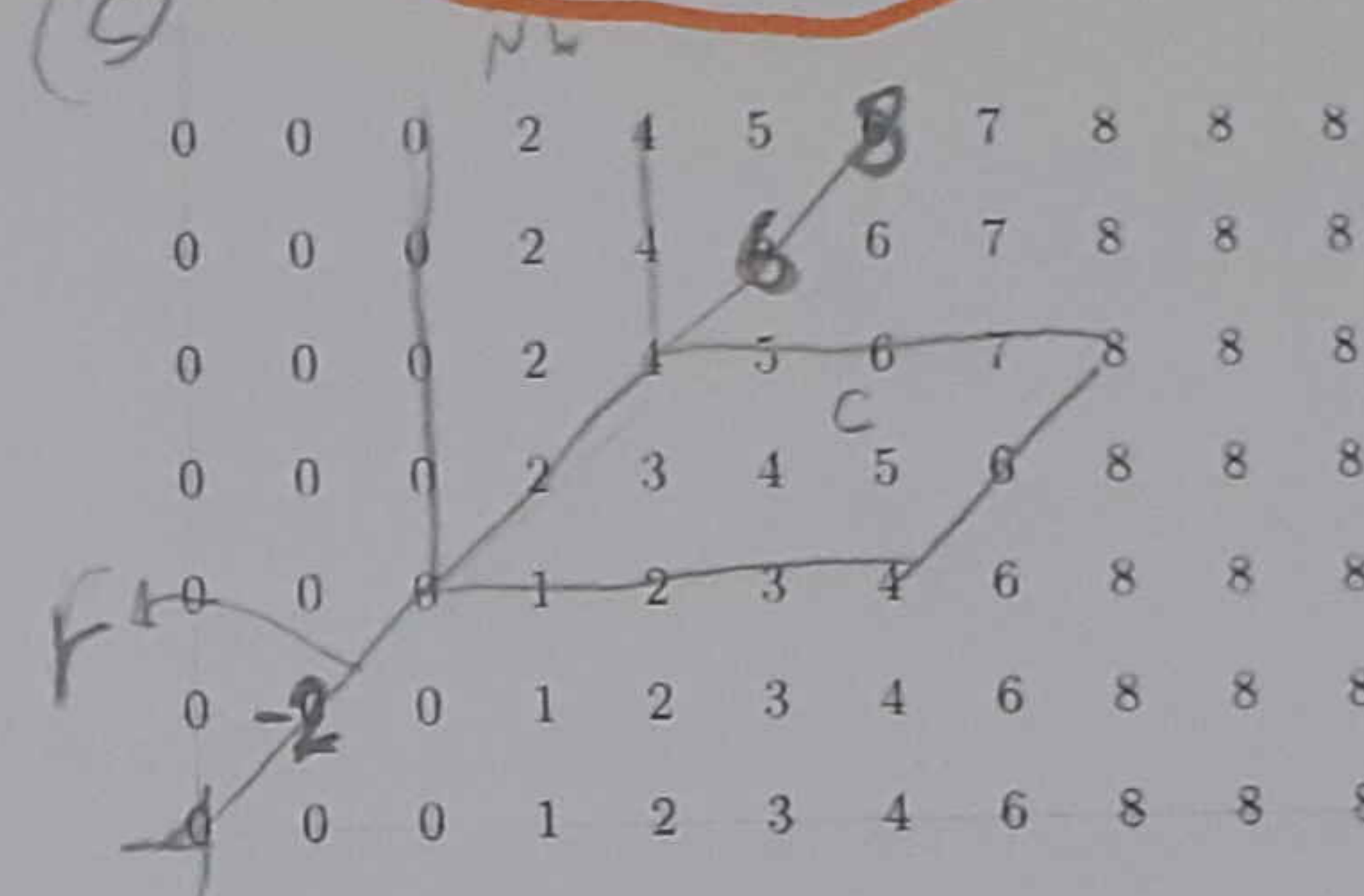


(B)



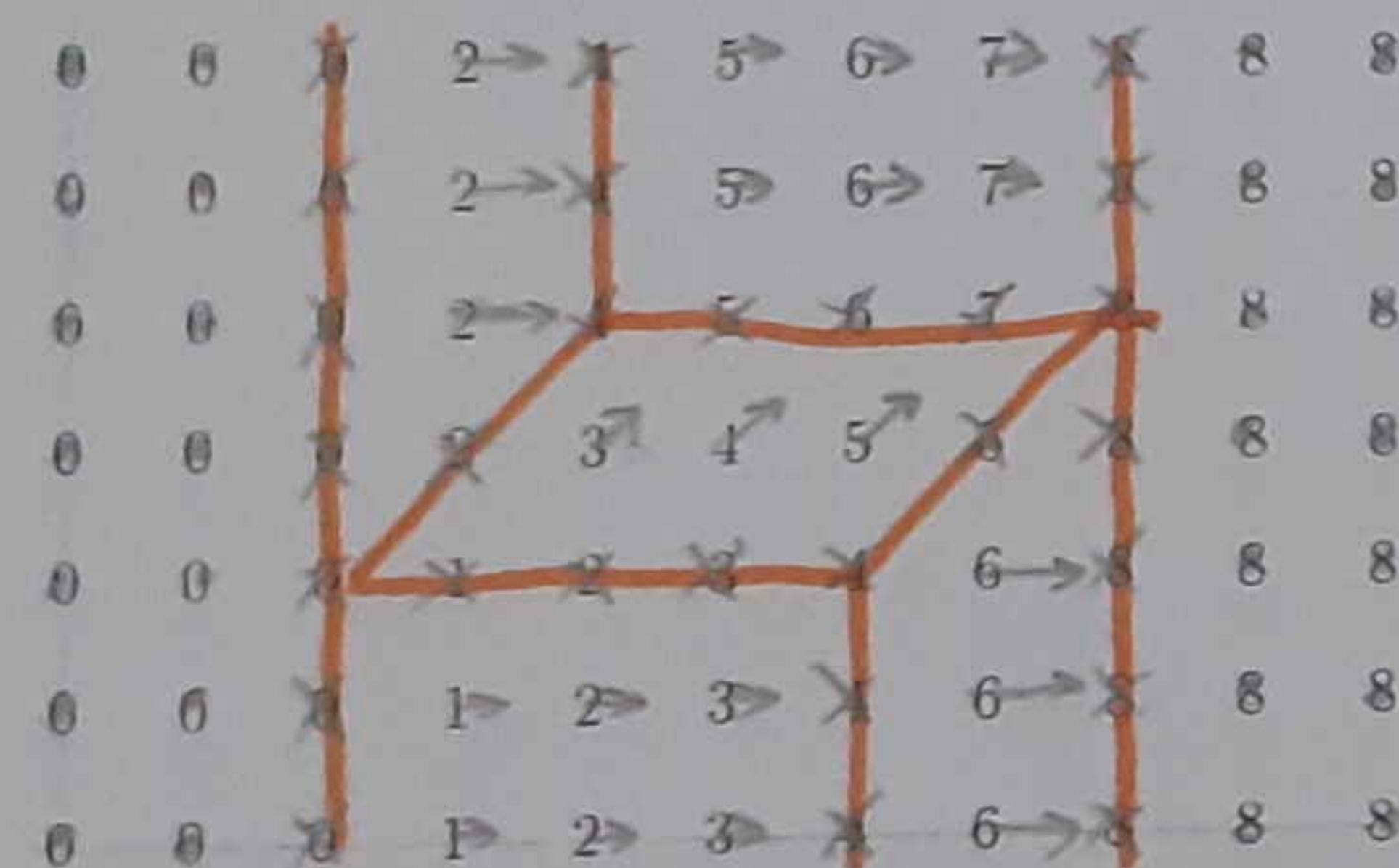
(C)

1c:0.5

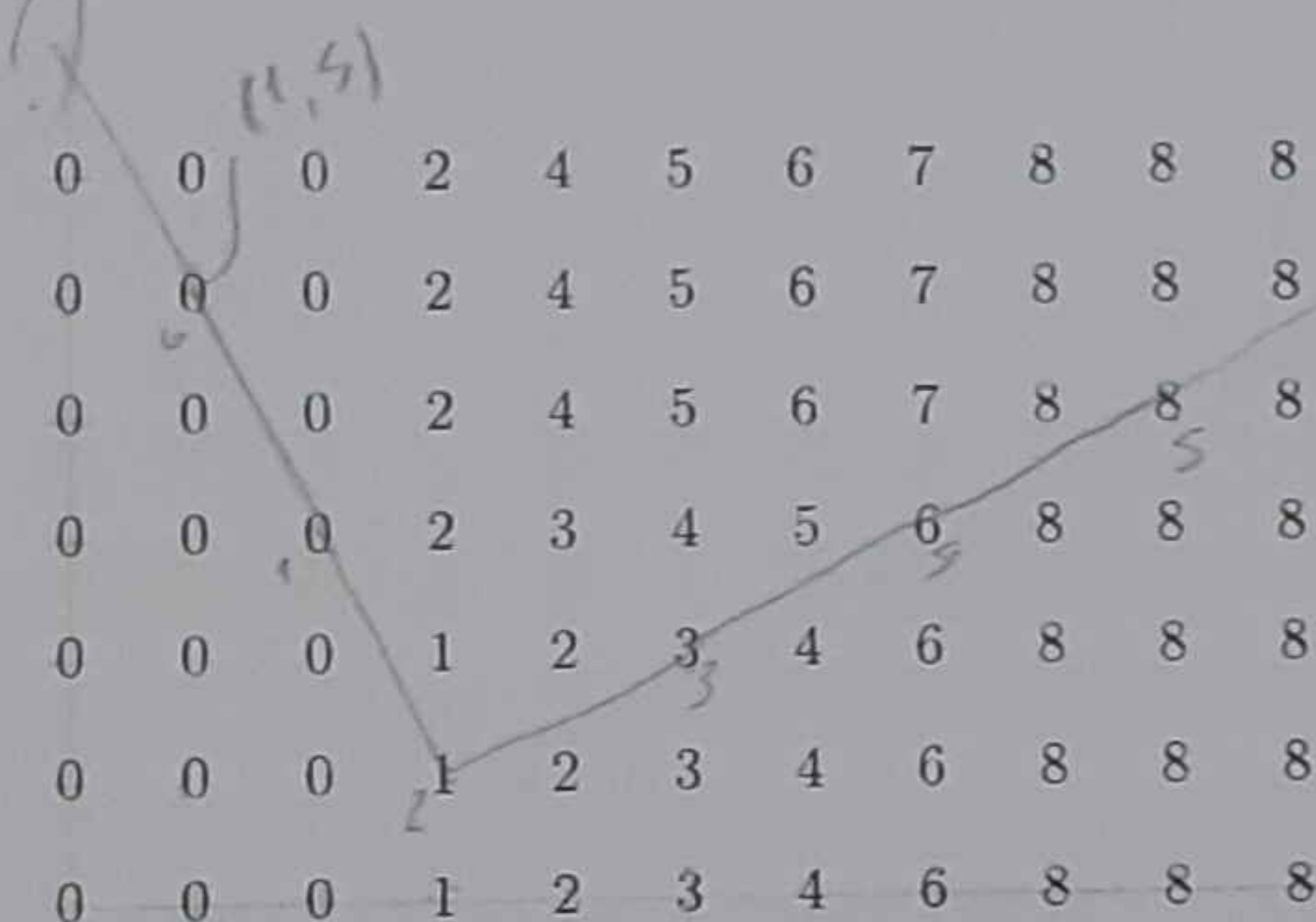


(D)

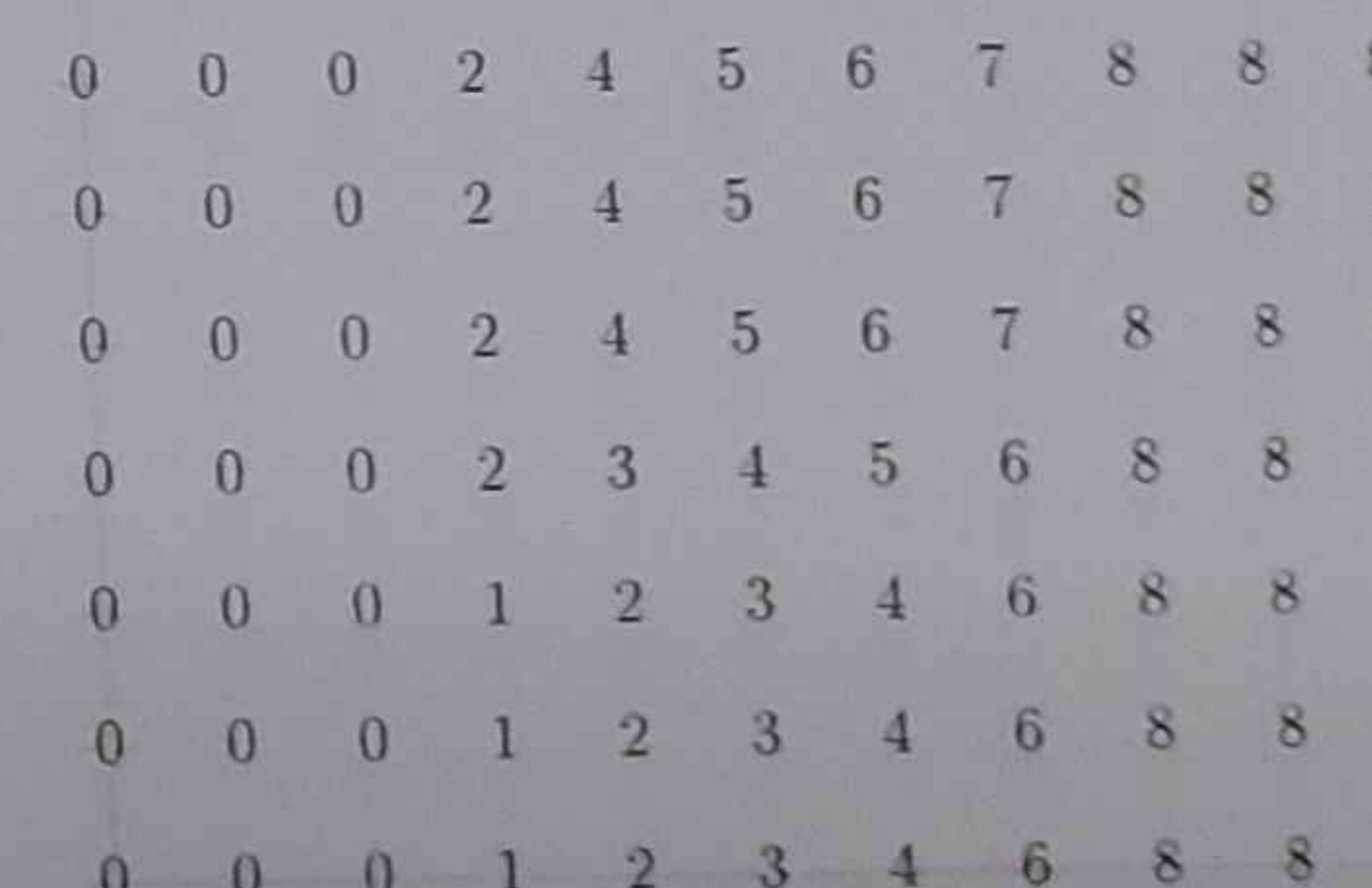
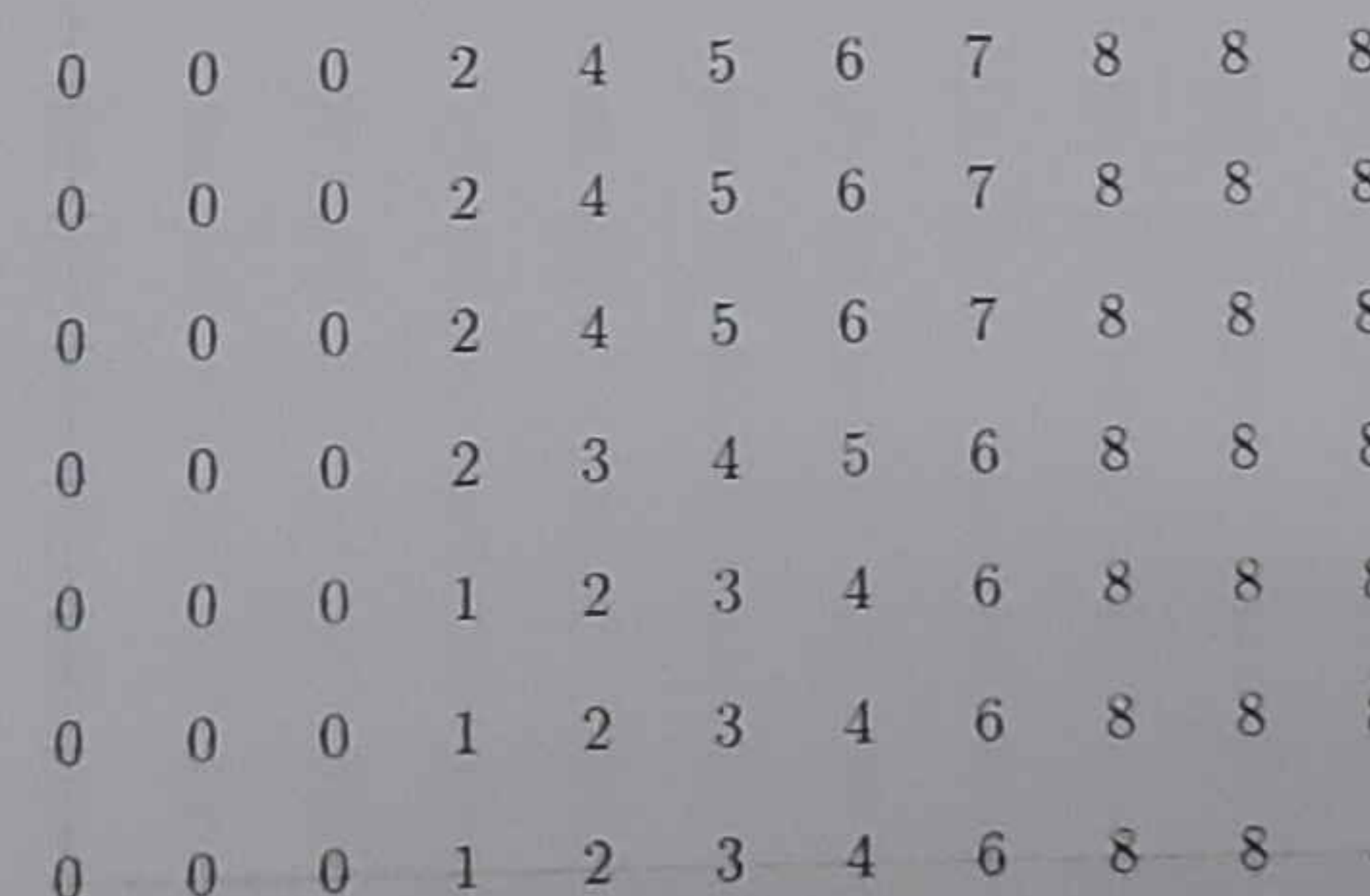
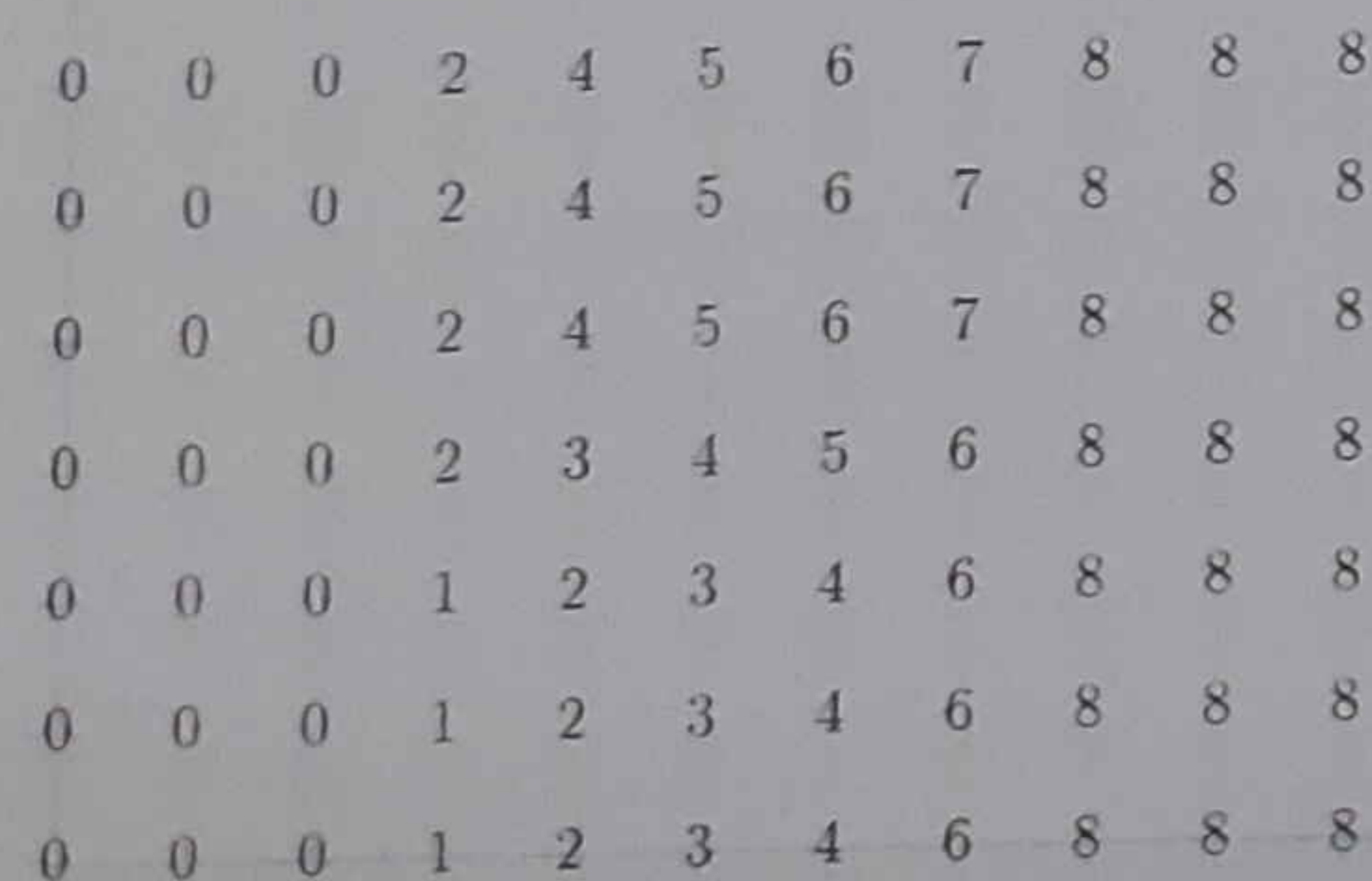
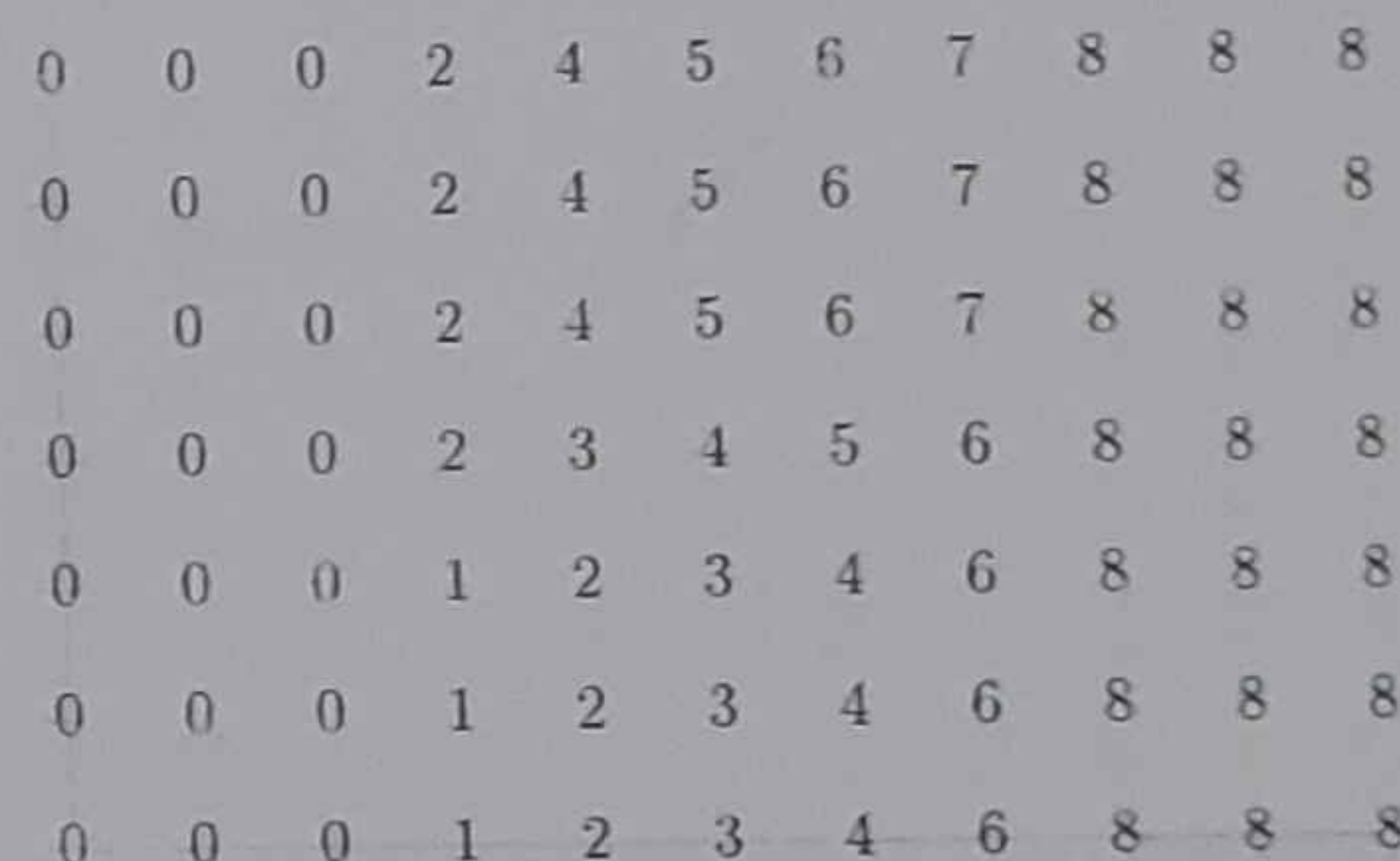
1e:0.5



(E)



(F)



Bruno F. de Oliveira

① ① Equações dos planos:

$$F_W(x,y) = 0$$

$$F_{NW}(x,y) = -1 + 2x$$

$$F_{NE}(x,y) = x$$

$$F_E(x,y) = 8$$

$$F_{SW}(x,y) = -2 + x$$

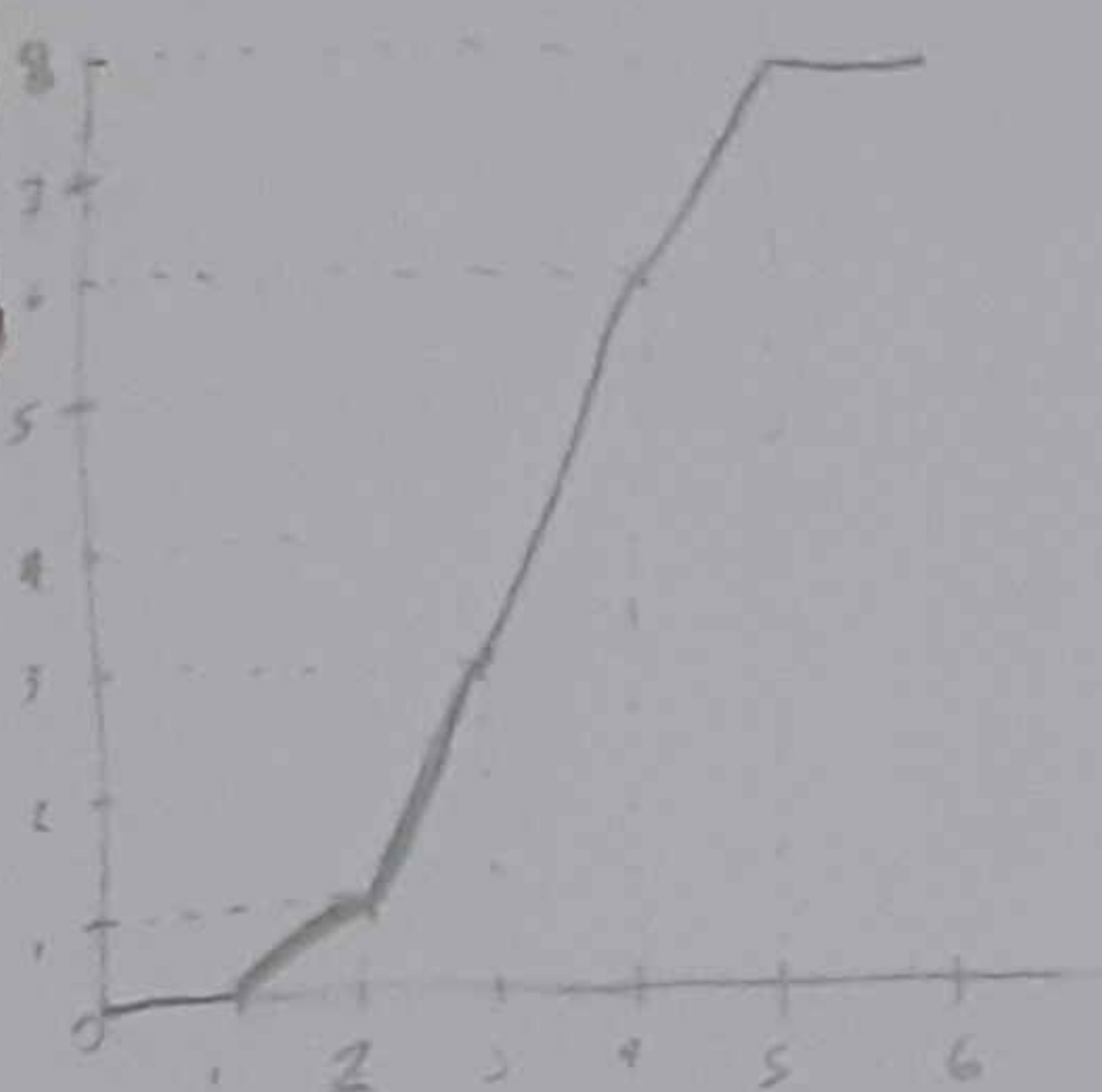
$$F_{SE}(x,y) = -8 + 2x$$

$$F_{CN}(x,y) = -4 + x + y$$

1b: 0.5

① ①

① ①



FALTARAM
O BICO E A
DESCONTINUIDADES...

1f: 0.3

① ① Parametrização da reta r:
 $((2,2,0) + t(1,1,2), t \in \mathbb{R})$

1d: 0.0

ERA $\{(2,2,0) + t(1,1,2) \mid t \in \mathbb{R}\}$...

① ①

h(t) =

$\begin{cases} 0 & \text{quando } t < 1 \\ t-1 & \text{quando } 1 \leq t < 2 \\ 2t-3 & \text{quando } 2 \leq t < 3 \\ 3t-6 & \text{quando } 3 \leq t < 4 \\ 2t-2 & \text{quando } 4 \leq t < 5 \\ 8 & \text{quando } t \geq 5 \end{cases}$

1g: 1.5

Grupo F. de Oliveira

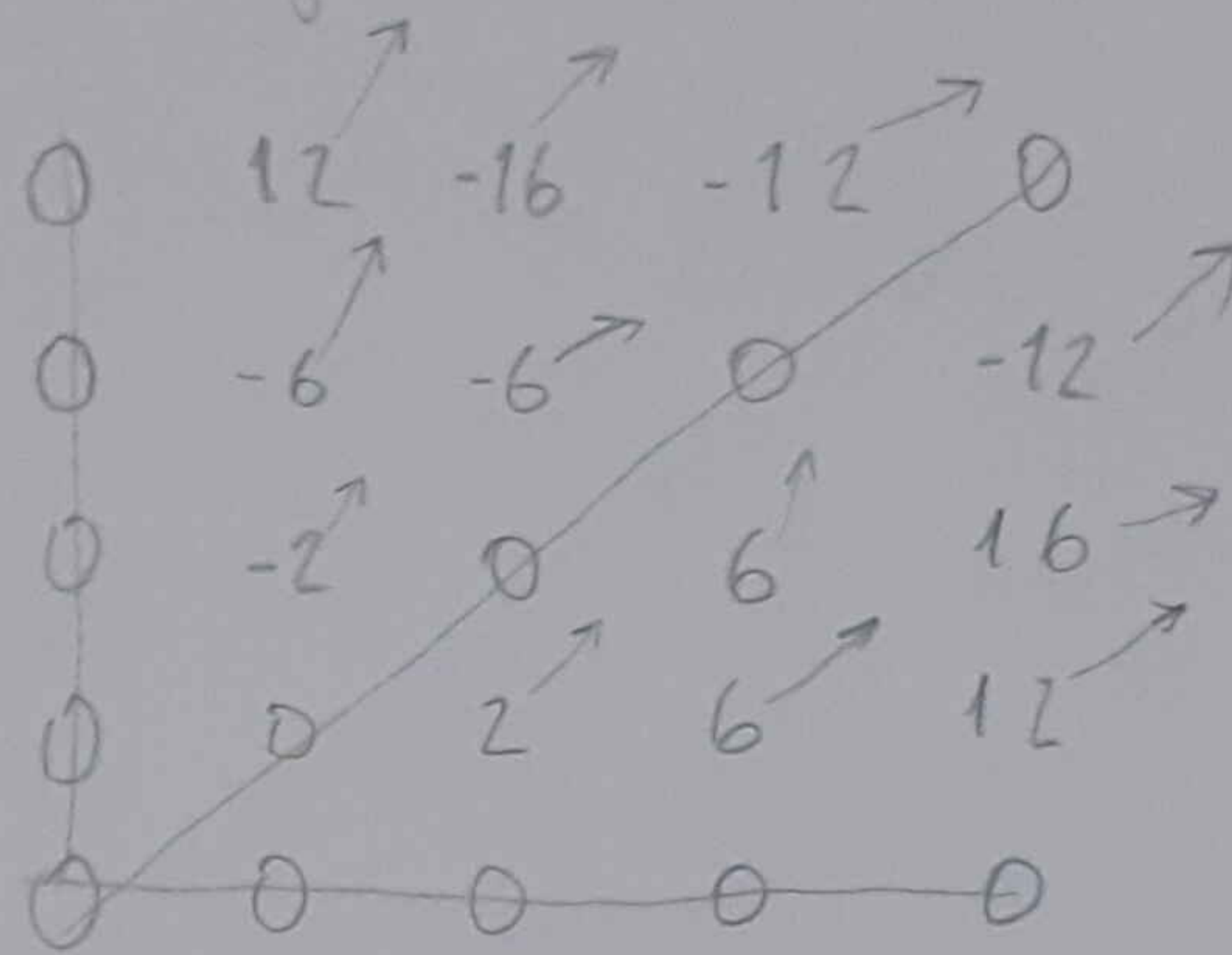
Cópia para vetor gradiente.

② $f(x,y) = (x+2)(x-y)(y+2)$

Diagrama de numeração:

0	12	-16	-12	0
0	-6	-6	0	-12
0	2	0	6	16
0	0	2	6	12
0	0	0	0	0

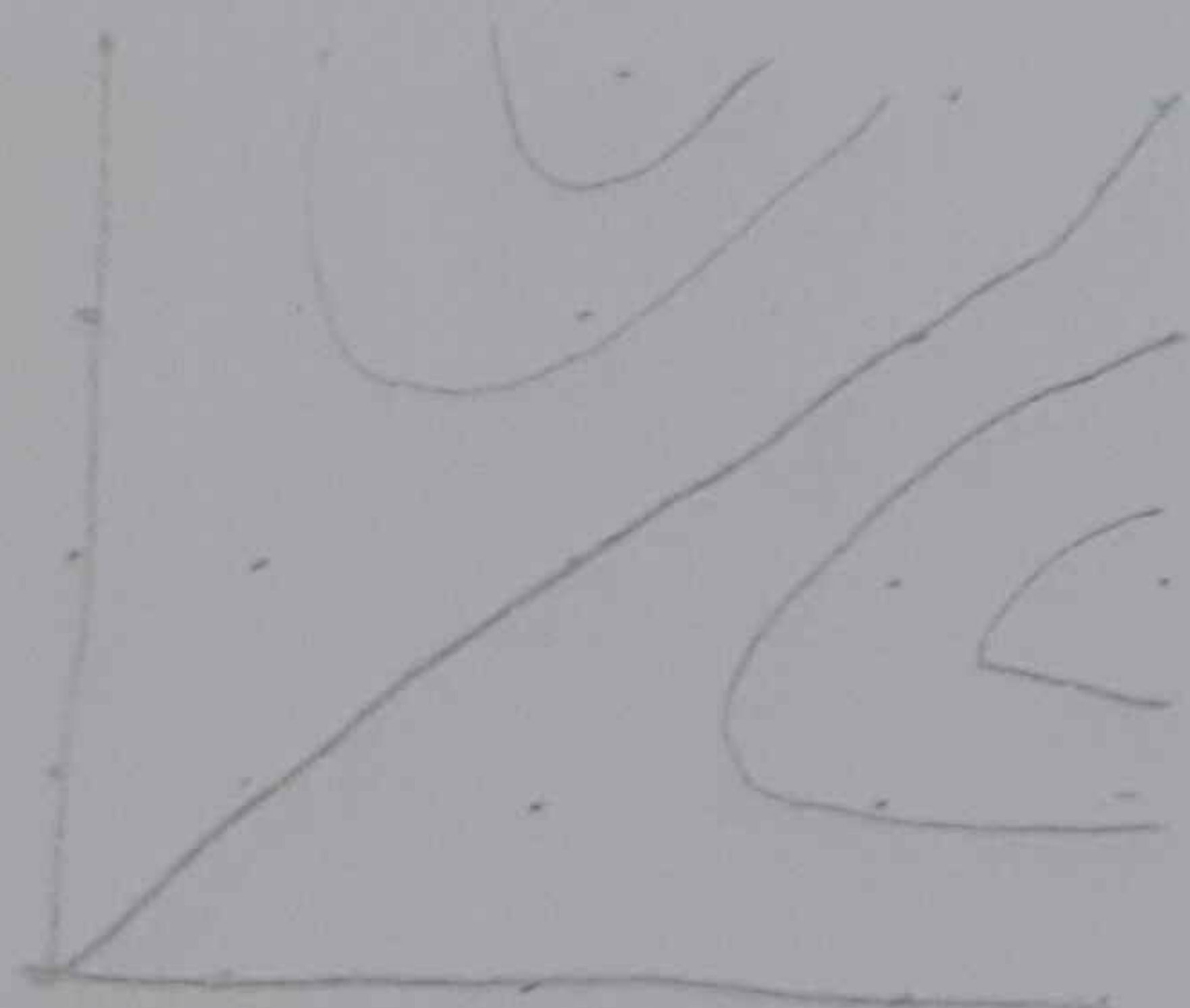
ⓐ



Versão Final

MUITAS
SETAS
ERRADAS
!!
~

ⓑ



Versão Final

AS CURVAS
ESTÃO PASSANDO
PELOS PONTOS
ERRADOS !!

$z_a: 0.3$
 $z_b: 0.0$