

André Gabriel de C. P. de Araújo

1:1.5

Questão 1

(Total: 5.5 pts)

O diagrama de numerozinhos da última folha da prova corresponde a uma superfície $z = F(x, y)$ que tem 7 faces. Também é possível interpretá-lo como uma superfície com 8 ou mais faces, mas vamos considerar que a superfície com só 7 faces é que é a correta.

1a:0.5

a) (0.5 pts) Mostre como dividir o plano em ⁷ polígonos que são as projeções destas faces no plano do papel.

1b:0.5

b) (0.5 pts) Chame estas faces de face W ("oeste"), E ("leste"), NW ("noroeste"), NE ("nordeste"), SW ("sudoeste"), SE ("Sudeste") e C ("centro"), e chame as equações dos planos delas de $F_W(x, y)$, $F_E(x, y)$, $F_{NW}(x, y)$, $F_{NE}(x, y)$, $F_{SW}(x, y)$, $F_{SE}(x, y)$ e $F_C(x, y)$. Dê as equações destes planos.

1c:0.5

c) (0.5 pts) Sejam:

$$\begin{aligned} P_C &= \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = F_C(x, y) \}, \\ P_{NW} &= \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = F_{NW}(x, y) \}, \\ r &= P_C \cap P_{NW}. \end{aligned}$$

Represente a reta r graficamente como numerozinhos.

1d:0.0

d) (0.5 pts) Dê uma parametrização para a reta do item anterior. Use notação de conjuntos.

e) (0.5 pts) Seja

1e:0.0

$$A = \{0, 1, \dots, 10\} \times \{0, 1, \dots, 6\};$$

note que os numerozinhos do diagrama de numerozinhos estão todos sobre pontos de A . Para cada ponto $(x, y) \in A$ represente graficamente $(x, y) + \frac{1}{3} \vec{\nabla} F(x, y)$.

Obs: quando $\vec{\nabla} F(x, y) = 0$ desenhe uma bolinha preta sobre o ponto (x, y) , e quando $\vec{\nabla} F(x, y)$ não existir faça um 'x' sobre o numerozinho que está no ponto (x, y) .

f) (1.5 pts) Sejam

1f:0.0

$$\begin{aligned} Q(t) &= \begin{cases} (1, 5) + t(1, -2) & \text{quando } t < 3, \\ (5, 2) + (t - 3)(2, 1) & \text{quando } 3 \leq t, \end{cases} \\ (x(t), y(t)) &= Q(t), \\ h(t) &= F(x(t), y(t)). \end{aligned}$$

Faça o gráfico da função $h(t)$. Considere que o domínio dela é o intervalo $[0, 6]$.

f) (1.5 pts) Dê uma "definição por casos" pra função $h(t)$ que você obteve no item anterior. Repare que a $Q(t)$ do item anterior é definida por casos.

1g:0.0

Andre Gabriel de C. P. de Araújo

2:1.8

Questão 2

(Total: 4.5 pts)

Seja

$$F(x, y) = (x + 2)(x - y)(y + 2).$$

Nesta questão você vai ter que fazer várias cópias do diagrama de numerozinhos da função $F(x, y)$ para os pontos com $x, y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

2a:0.3

a) (1.0 pts) Desenhe o “campo gradiente” da função F nestes pontos, mas multiplicando cada $\vec{\nabla} F(x, y)$ por $\frac{1}{10}$ pros vetores não ficarem uns em cima dos outros. Deixa eu traduzir isso pra termos mais básicos: faça uma cópia do diagrama de numerozinhos da $F(x, y)$, e sobre cada (x, y) com $x, y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ desenhe a seta $(x, y) + \frac{1}{10} \vec{\nabla} F(x, y)$.

2b:1.5

b) (3.5 pts) Faça uma outra cópia desse diagrama de numerozinhos e desenhe sobre ela as curvas de nível da função $F(x, y)$ para $z = 0$, $z = 6$, $z = 12$, $z = -6$ e $z = -12$.

Dicas:

1) O vetor gradiente num ponto (x, y) é sempre ortogonal à curva de nível que passa pelo ponto (x, y) .

2) Faça quantos rascunhos quiser. Eu só vou corrigir seus desenhos pros itens (a) e (b) que disserem “versão final”, e eles têm que ser os mais caprichados possíveis.

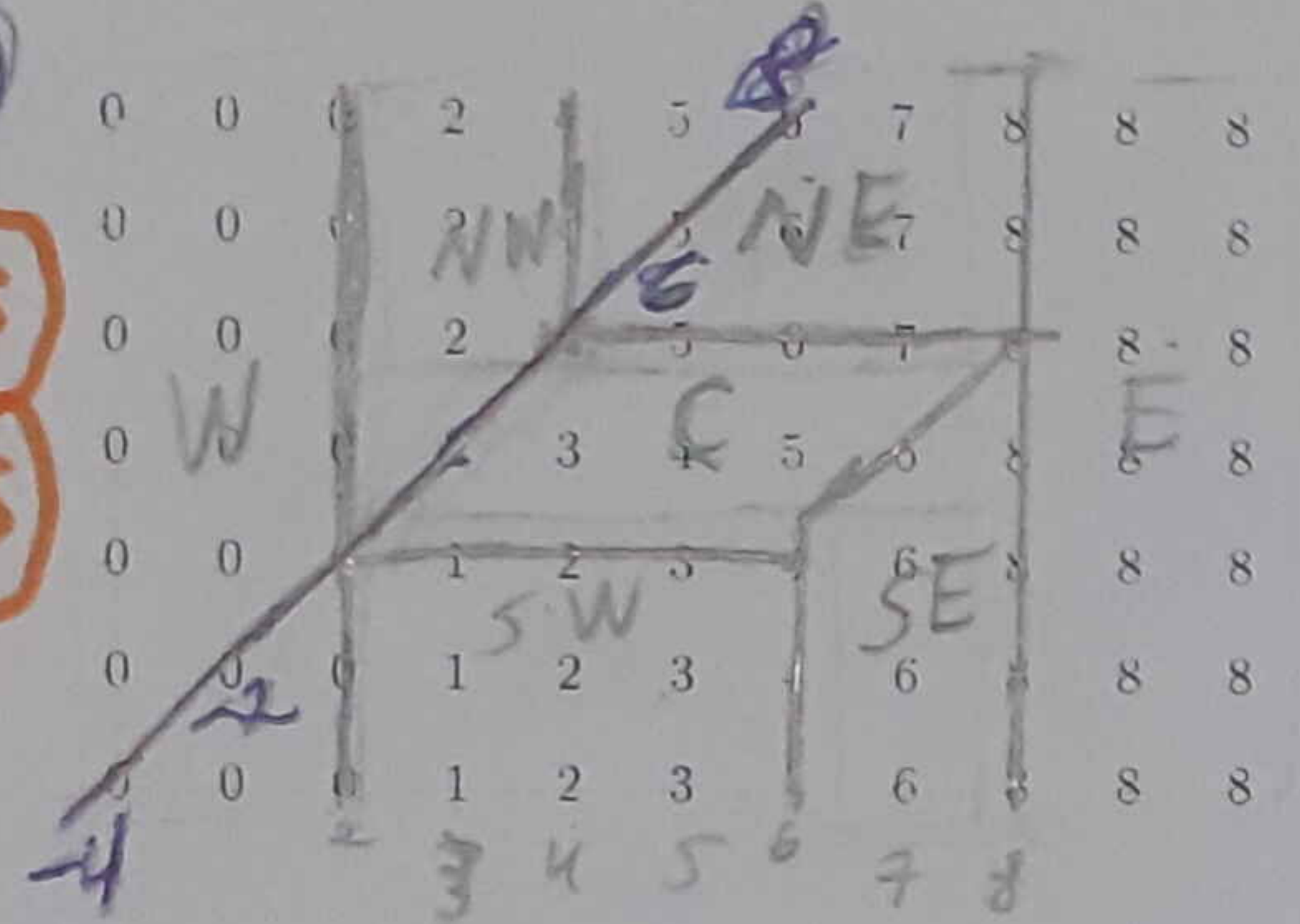
Arbitragem Global de cartas P. de 1 raio.

VERSÃO FINAL

b) c)

1a: 0.5

1c: 0.5

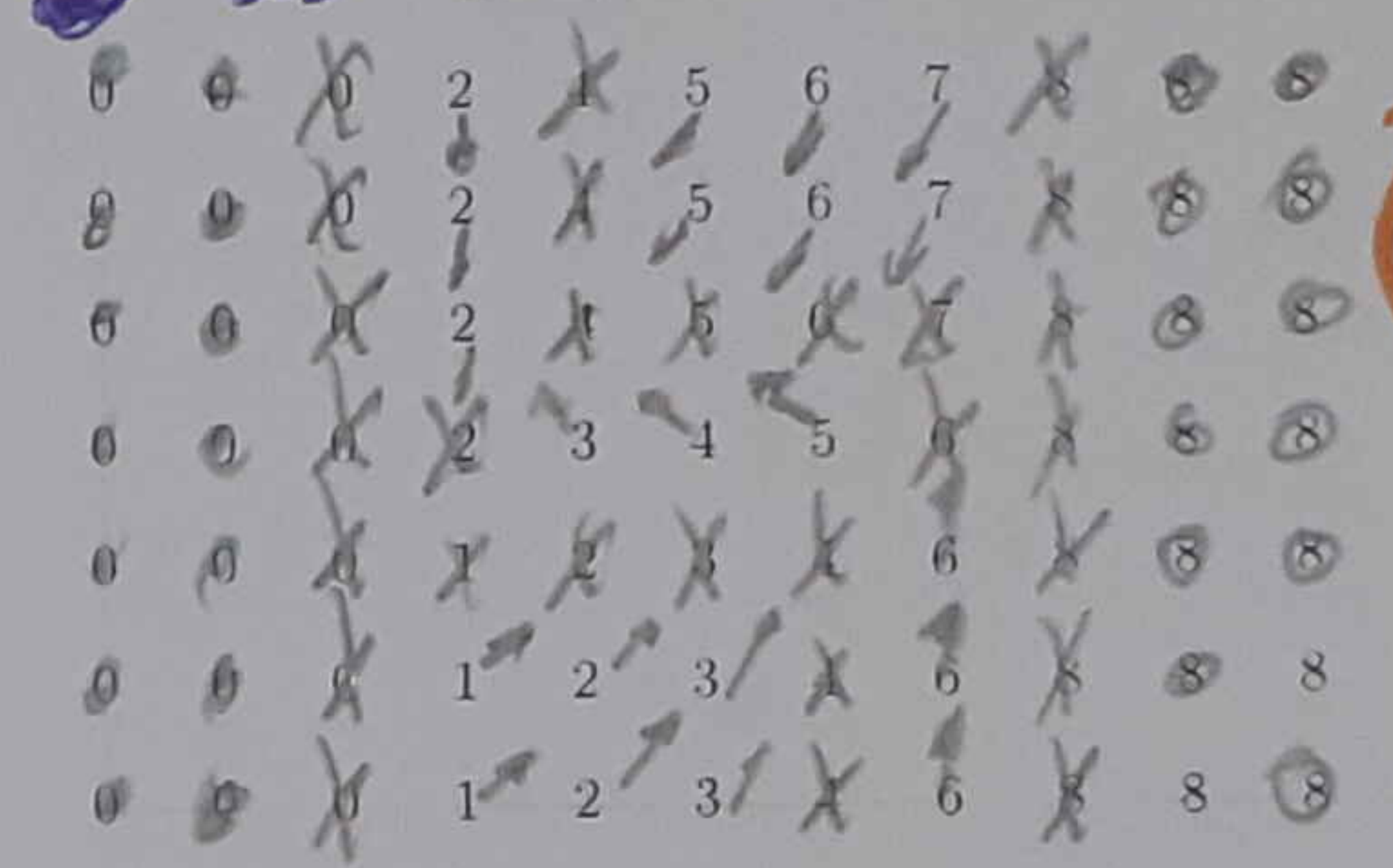


rela



2) Versão Final

1e: 0.0



0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	4	5	6	7	8	8	8
0	0	0	2	3	4	5	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8
0	0	0	1	2	3	4	6	8	8	8

b)

$$F_W(x, y) = 0$$

$$F_E(x, y) = 8$$

$$F_{NW}(x, y) = 2x - 4$$

$$F_{NE}(x, y) = x$$

$$F_{SW}(x, y) = x - 2$$

$$F_{SE}(x, y) = 2x - 8$$

$$F_C(x, y) = x + y - 4$$

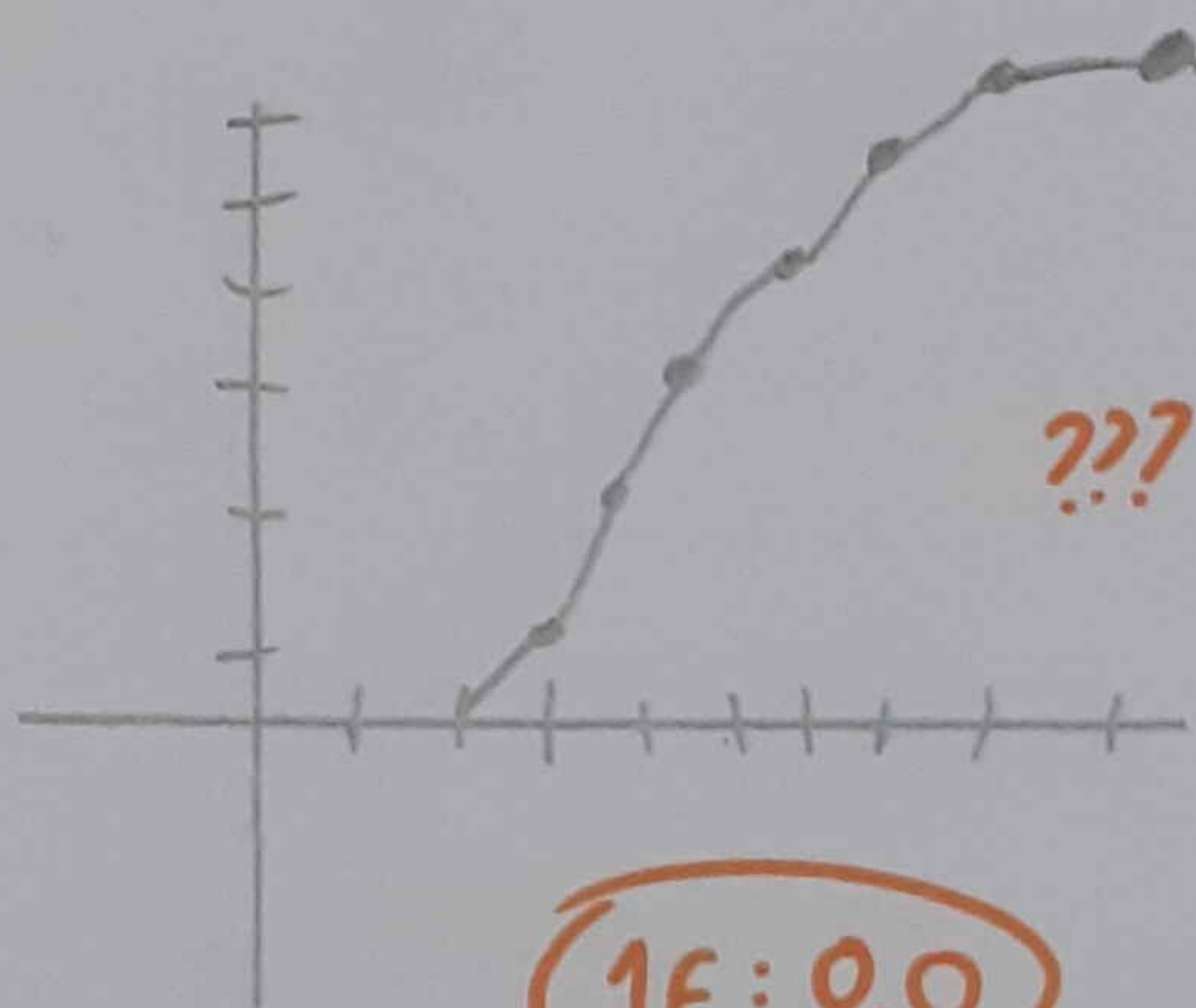
$$(3, 4) = 6 - 4 = 2 = Z$$

$$(6, 6) = 6 = Z$$

$$(3, 0) = 3 - 2 = 1 = Z$$

1b: 0.5

f)



domínio
[0, 6]

1f: 0.0

1g: 0.0

d) $x, y, z \in \mathbb{R}^3 / (2, 2, 0) + t(1, 1, -2)$

1d: 0.0

André Góes

2.

$$a) f(x, y) = (x+2)(x-y)(y+2)$$

2	0	-12	-16	-12	0
1	0	-6	-6	0	12
0	0	-2	0	6	16
-1	0	0	2	6	12
-2	0	0	0	0	0
	-2	-1	0	1	2

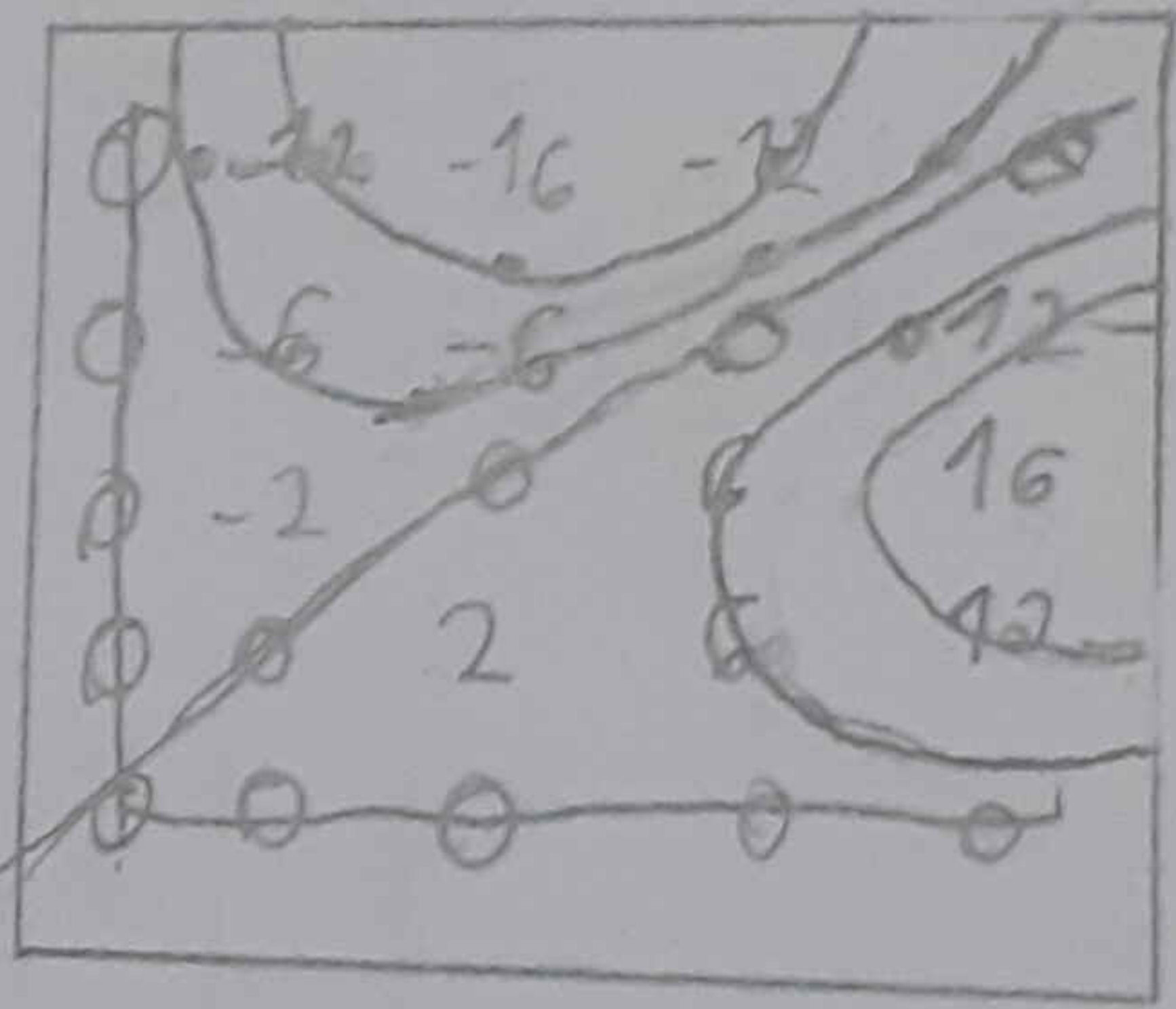
$$V(x) = y + 2$$

$$V(y) = -x + 2$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = y + 2, \quad \frac{\partial F}{\partial y} = -x + 2$$

$$\begin{aligned} (1, -2) &= +, + \\ (1, -1) &= +, + \\ (1, 0) &= +, + \\ (1, 1) &= +, + \\ (1, 2) &= +, + \end{aligned}$$

b)



$$\begin{aligned} (2, -2) &= (-, +) \\ (2, -1) &= (+, +) \\ (2, 0) &= (-, +) \\ (2, 1) &= (-, +) \\ (2, 2) &= (-, +) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= 0 \\ z &= 6 \\ z &= 12 \\ z &= -6 \\ z &= -12 \end{aligned}$$

2b: 1.5

$$\begin{aligned} (0, 2) &= +, + \\ (0, 1) &= +, + \\ (0, 0) &= +, + \\ (0, -1) &= +, + \\ (0, -2) &= +, + \end{aligned}$$

Andreas Gabriel

2. a)

$0 \nearrow$	$-12 \nearrow$	$-16 \nearrow$	$-12 \nearrow$	$6 \rightarrow$
$0 \nearrow$	$-6 \nearrow$	$-6 \nearrow$	$0 \nearrow$	$12 \rightarrow$
$0 \nearrow$	$-2 \nearrow$	$0 \nearrow$	$6 \nearrow$	$16 \rightarrow$
$0 \nearrow$	$0 \nearrow$	$2 \nearrow$	$6 \nearrow$	$12 \rightarrow$
$0 \nearrow$	$0 \nearrow$	$0 \nearrow$	$0 \nearrow$	$0 \rightarrow$

Ambrosio Gabriel

(2a:0.3)

MUITAS
SETAS
ERRADAS!