

C2 24/MAR/2025

INÍCIO: 14:30

EU NÃO SOU O ANTÔNIO
↑
ISSO VAI SER 1000X
MAIS IMPORTANTE DO
QUE PARECE...

<http://anggtwu.net/>
anggtwu.net

EDUARDO OCHS
CLIQUEM EM "C2" NA
BARRA DE NAVEGAÇÃO
À ESQUERDA

EU TOU HÁ ANOS ADAPTANDO
ESSE CURSO PRA:

- PESSOAS QUE FIZERAM UM ENSINO MÉDIO PÉSSIMO
- PESSOAS QUE ERRAM MUITO EM CONTA (COMO EU)

O OBJETIVO DO CURSO É A
GENTE APRENDER A LIDAR
COM ALGUMAS CONTAS MUITO
GRANDES E MUITO COMPLICADAS...

→ A GENTE QUER APRENDER
A FAZER CONTAS FÁCEIS
DE JUSTIFICAR E DE
REVISAR.

EU TAMBÉM TOU
HÁ ANOS AJUSTANDO
OS CRITÉRIOS DE
CORREÇÃO PRA
"FORÇAR" AS
PESSOAS A ESTUDAREM
DOS JEITOS CERTOS...

UM JEITO DE PASSAR
NO CURSO É COLAR
NAS PROVAS E FAZER
UM REQUERIMENTO DE
REVISÃO DE PROVA...

EU VOU ANULAR AS
QUESTÕES COM INDÍCIOS
FORTES DE COLA MAS
A BANCA DE REVISÃO
VAI DESANULAR ELAS.

NO SEMESTRE PASSADO
EU ESCREVI UM MONTE
DE TEXTOS SOBRE ISSO...
"O PURO É UM LIVRO"

NO SEMESTRE PASSADO
EU PEDI PROS ALUNOS
PRA RECLAMAREM DO
MEU CURSO NA COORDE-
NADAÇÃO DE EP...

SUGESTÃO 1: "O EDUARDO
USA UMA OPERAÇÃO
MALUCA QUE NÃO TÁ
EM LIVRO NENHUM"

SUGESTÃO 2: FALER
COM O PESSOAL
QUE ERA DO
CAEPRO EM 2023
E DESCOBRAM
QUE ACUSAÇÕES
FALSAS SÃO
ACEITAM SEM
VERIFICAÇÃO...

EU QUERIA UMA
REUNIÃO COM A
COORDENAÇÃO DA
EP - ISSO FARIA
AS PESSOAS
TROCAREM IDÉIAS
E MATERIAL...

ISSO NÃO ADIANTA
MAIS!!! SE VOCÊS
RECLAMAREM O
QUE VAI ACONTECER
É QUE A EP VAI
MANDAR UM OFÍCIO
PRO RCN PEDINDO
PRA EU NÃO DAR
MAIS MATÉRIAS
OBRIGATORIAS...

ACHO QUE A EP
TÁ MANDANDO
ESSES OFÍCIOS
DESDE 2023, E
NINGUÉM OLHA

AS PROVAS DE QUE
AS ACUSAÇÕES SÃO
FALSAS QUE ESTÃO
PÚBLICAS DESDE
MARÇO/2023...

"NÃO TENHO TEMPO
DE LER NADA,
NÃO VOU ABRIR
LINK NENHUM".

$$\dots = 2 + \sqrt{25 - x^2}$$

$$= 2 + \sqrt{5^2 - x^2}$$

$$\ominus 2 + 5 - x \quad \leftarrow \text{AIPIM}$$

$$= 7 - x$$

ABRAM O PDFZWHO
"INTRODUÇÃO AO
CURSO" E PROCUREM
A PÁGINA "SOBRE
APRENDER A E B"
- P. 5 - QUE FALA
SOBRE AIPIMS.

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$$

[AIPIM] $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$

[AIPIM] = $(\sqrt{a^2 + b^2} = a + b)$

$$2(x+y) \Rightarrow 2 \cdot (x+y)$$

$$f(x+y) \Rightarrow f \boxed{aP}(x+y)$$

$$(a+b) [a := 4z] \Rightarrow (a+b) \boxed{5} (a := 4z)$$

$$(a+b = b+a) [a := 4z] = (4z + a)$$

EXPRESSÃO ORIGINAL SUBSTITUIÇÃO "a VIRA 4z" EXP

$$2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 6 + 4 \cdot 5 = 6 + 20 = 26$$

$$2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 26$$

2025
:30

OU O ANTÔNIO
ER 1000X
RTANTE DO
CE...

anggtwu.net/
anggtwu.net
OCHS
Em "CZ" NA
E NAVEGAÇÃO
ZDA

HA' ANOS ADAPTANDO
SO PRA:
QUE FIZERAM UM
MÉDIO PÉSSIMO
E QUE ERAM MUITO
TA (como eu)
NO DO CURSO É A
PRENDER A LIDAR
NAS CONTAS MUITO
E MUITO COMPLICADAS...
ENTE QUER APRENDER
FAZER CONTAS FÁCEIS
JUSTIFICAR E DE
ISAR.

EU TAMBÉM TOU
HA' ANOS AJUSTANDO
OS CRITÉRIOS DE
CORREÇÃO PRA
"FORÇAR" AS
PESSOAS A ESTUDAREM
DOS JEITOS CERTOS...

UM JEITO DE PASSAR
NO CURSO É COLAR
NAS PROVAS E FAZER
UM REQUERIMENTO DE
REVISÃO DE PROVA...
EU VOU ANULAR AS
QUESTÕES COM INDÍCIOS
FORTES DE COLA MAS
A BANCA DE REVISÃO
VAI DESANULAR ELAS.

NO SEMESTRE PASSADO
EU ESCREVI UM MONTE
DE TEXTOS SOBRE ISSO...
"O PURO É UM LIXO"

NO SEMESTRE PASSADO
EU PEDI PROS ALUNOS
PRA RECLAMAREM DO
MEU CURSO NA COOR-
REÇÃO DE EP...

SUGESTÃO 1: "O EDUARDO
USA UMA OPERAÇÃO
MALUCA QUE NÃO TA'
EM LIVRO NENHUM"

SUGESTÃO 2: FALEM
COM O PESSOAL
QUE ERA DO
CAEPRO EM 2023
E DESCOBRAM
QUE ACUSAÇÕES
FALSAS SÃO
ACEITAM SEM
VERIFICAÇÃO...

EU QUERIA UMA
REUNIÃO COM A
COORDENAÇÃO DA
EP - ISSO FARIA
AS PESSOAS
TROCAREM IDEIAS
E MATERIAL...

ISSO NÃO ADIANTA
MAIS!!! SE VOCÊS
RECLAMAREM O
QUE VAI ACONTECER
É QUE A EP VAI
MANDAR UM OFÍCIO
PRO RCN PEDINDO
PRA EU NÃO DAR
MAIS MATÉRIAS
OBRIGATORIAS...

ACHO QUE A EP
TA' MANDANDO
ESSES OFÍCIOS
DESDE 2023, E
NINGUÉM OLHA

AS PROVAS DE QUE
AS ACUSAÇÕES SÃO
FALSAS QUE ESTÃO
PÚBLICAS DESDE
MARÇO/2023...

"NÃO TENHO TEMPO
DE LER NADA,
NÃO VOU ABRIR
LINK NENHUM!"

$$\begin{aligned} & \dots = 2 + \sqrt{25 - x^2} \\ & = 2 + \sqrt{5^2 - x^2} \\ & \ominus 2 + 5 - x \quad \leftarrow \text{AIPIM} \\ & = 7 - x \end{aligned}$$

ABRAM O PDFZINHO
"INTRODUÇÃO AO
CURSO" E PROCUREM
A PÁGINA "SOBRE
APRENDER A E B"
- P.S - QUE FALA
SOBRE AIPIMS.

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$$

$$[\text{AIPIM}] \quad \sqrt{a^2 + b^2} = a + b$$

$$[\text{AIPIM}] = (\sqrt{a^2 + b^2} = a + b)$$

$$2(x+y) \Rightarrow 2 \cdot (x+y)$$

$$f(x+y) \Rightarrow f[\boxed{aP}](x+y)$$

$$(a+b)[a:=42] \Rightarrow (a+b)\boxed{5}(a:=42)$$

$$\underbrace{(a+b = b+a)}_{\text{EXPRESSÃO ORIGINAL}} \underbrace{[a:=42]}_{\text{SUBSTITUIÇÃO "a VIRA 42"}} = \underbrace{(42+b = b+42)}_{\text{EXPRESSÃO NOVA}}$$

$$2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 6 + 4 \cdot 5 = 6 + 20 = 26$$

$$2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 26$$

C2 24/MAR/2025

INÍCIO: 14:30

EU NÃO SOU O ANTÔNIO
↑
ISSO VAI SER 1000X
MAIS IMPORTANTE DO
QUE PARECE...

<http://anggtwu.net/>
anggtwu.net

EDUARDO OCHS
CLIQUEM EM "C2" NA
BARRA DE NAVEGAÇÃO
À ESQUERDA

EU TOU HA' ANOS ADAPTANDO
ESSE CURSO PRA:
- PESSOAS QUE FIZERAM UM
ENSINO MÉDIO PÉSSIMO
- PESSOAS QUE ERRAM MUITO
EM CONTA (COMO EU)

O OBJETIVO DO CURSO É A
GENTE APRENDER A LIDAR
COM ALGUMAS CONTAS MUITO
GRANDES E MUITO COMPLICADAS...

→ A GENTE QUER APRENDER
A FAZER CONTAS FÁCEIS
DE JUSTIFICAR E DE
REVISAR.

EU TAMBÉM TOU
HA' ANOS AJUSTANDO
OS CRITÉRIOS DE
CORREÇÃO PRA
"FORÇAR" AS
PESSOAS A ESTUDAREM
DOS JEITOS CERTOS...

UMA MANGA IMPORTANTÍSSIMA:
"JUSTIFICATIVA" -
"JUSTIFICATIVA NO SENTIDO
ANTÔNIO" É MUITO DIFERENTE DE
"JUSTIFICATIVA NO SENTIDO
CALC SEM RW"

OP3: EU NÃO SEI COMO O
ANTÔNIO DA C2 -
ESSA HISTÓRIA É
SOBRE O QUE OS
ALUNOS ME CONTARAM
SOBRE COMO ELE TA
C1.

OP3 2: PRA METADE DO
PURO EU SOU UM
IRRESPONSÁVEL
INCORRIGÍVEL QUE
TEM QUE SER
VIGIADO, PUNIDO,
PROCESSADO E
TALVEZ DEMITIDO!
QUANDO O ANTÔNIO
DIZ "ESSA JUSTIFICATIVA
É RUM" TODO MUNDO
ACEITA!!!

CLIQUEM NO
SCREENSHOT NA
PÁGINA DO CURSO.

DIGAMOS QUE A
GENTE SABE QUE:

$a = b$ [H1]
 $b = c + 1$ [H2]
 $c = d$ [H3]
 $e = 1 + d$ [H4]

VOU MOSTRAR QUE
 $a = e$.

DEMONSTRAÇÃO:

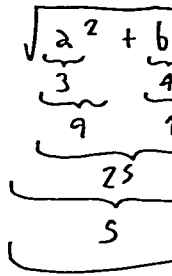
$a = b$
 $= c + 1$
 $= d + 1$
 $= 1 + d$
 $= e$

POR [H1], I.E., $a = b$
POR [H2], I.E., $b = c + 1$
POR [H3], I.E., $c = d$
POR $x + y = y + x$
POR [H4], $e = 1 + d$

$2 + \sqrt{5^2 - x^2}$
 $= 2 + 5 - x$

POR $\sqrt{a^2 - b^2} = a - b$

SEMPRE QUE
É SEMPRE
 $\sqrt{a^2 + b^2} =$
SE $a = 3$ E



AGORA LEIAM
O SLIDE 20 -
"RELEIA A DICA 7"

UMA PÉLIA IMPORTANTE
QUE AINDA NÃO ESTÁ
NO PDFZINHO DA
INTRODUÇÃO AO CURSO:
PRA FAZER AS COISAS
QUE VÃO VALER PONTO NA
PROVA VOCÊ VAI TER
QUE TREINAR MUITAS
COISAS QUE NÃO VÃO
VALER PONTO NA
PROVA.

AS PROVA
SE VOCÊ
BASTANTE
COISAS
AVISAR
DÉNCIA
E PES
ENTEN
MAS N
O SUF
TIRAR
QUASE
QUANTO
QUE NÃO
NADA.

ANTÔNIO

DOX

DO

WU.net/

WU.net

Z" NA
GARÃO

OS ADAPTANDO

IZERAM UM
PÉSSIMO
ERRAM MUITO
(O EU)

CURSO É A
A LIDAR

TAS MUITO
TO COMPLICADAS...

VER APRENDER
ONTAS FÁCEIS
CAR E DE

EU TAMBÉM TOU
HÁ ANOS AJUSTANDO
OS CRITÉRIOS DE
CORREÇÃO PRA
"FORÇAR" AS
PESSOAS A ESTUDAREM
DOS JEITOS CERTOS...

UMA MANGA IMPORTANTÍSSIMA:
"JUSTIFICATIVA" -
"JUSTIFICATIVA NO SENTIDO
ANTÔNIO" É MUITO DIFERENTE DE
"JUSTIFICATIVA NO SENTIDO
CALC SEM RW"

OP3: EU NÃO SEI COMO O
ANTÔNIO DA C2 -
ESSA HISTÓRIA É
SOBRE O QUE OS
ALUNOS ME CONTARAM,
SOBRE COMO ELE DA
C1.

OP3 2: PRA METADE DO
PURO EU SOU UM
IRRESPONSÁVEL
INCORRIGÍVEL QUE
TEM QUE SER
VIGIADO, PUNIDO,
PROCESSADO E
TALVEZ DEMITIDO!
QUANDO O ANTÔNIO
DIZ "ESSA JUSTIFICATIVA
É RUM" TODO MUNDO
ACEITA!!!

CLIQUEM NO
SCREENSHOT NA
PÁGINA DO CURSO.

DIGAMOS QUE A
GENTE SABE QUE:

$a = b$ [H1]
 $b = c + 1$ [H2]
 $c = d$ [H3]
 $e = 1 + d$ [H4]

VOU MOSTRAR QUE

$a = e$.

DEMONSTRAÇÃO:

$a = b$
 $= c + 1$
 $= d + 1$
 $= 1 + d$
 $= e$

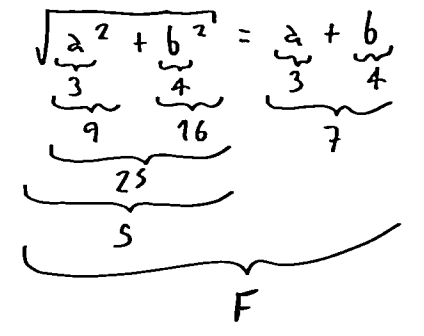
$2 + \sqrt{5^2 - x^2}$
 $= 2 + 5 - x$

POR $\sqrt{a^2 - b^2} = a - b$

SEMPRE QUE ISSO AQUI
É SEMPRE VERDADE?

$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$

SE $a = 3$ E $b = 4$,



AGORA LEIAM
O SLIDE 20 -
"RELEIA A DICA 7".

UMA IDÉIA IMPORTANTE
QUE AINDA NÃO ESTÁ
NO PDFZINHO DA
INTRODUÇÃO AO CURSO:
PRA FAZER AS COISAS
QUE VÃO VALER PONTO NA
PROVA VOCÊ VAI TER
QUE TREINAR MUITAS
COISAS QUE NÃO VÃO
VALER PONTO NA
PROVA.

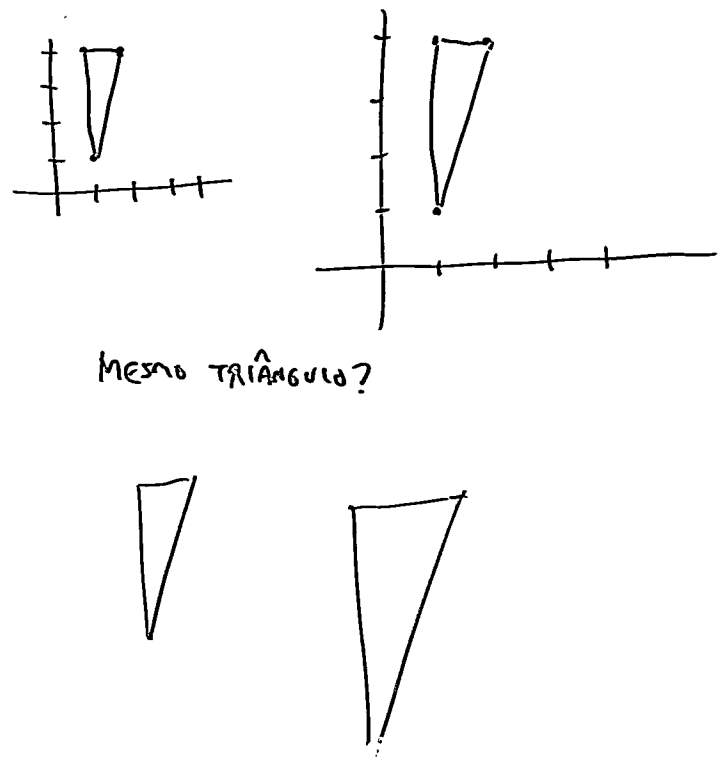
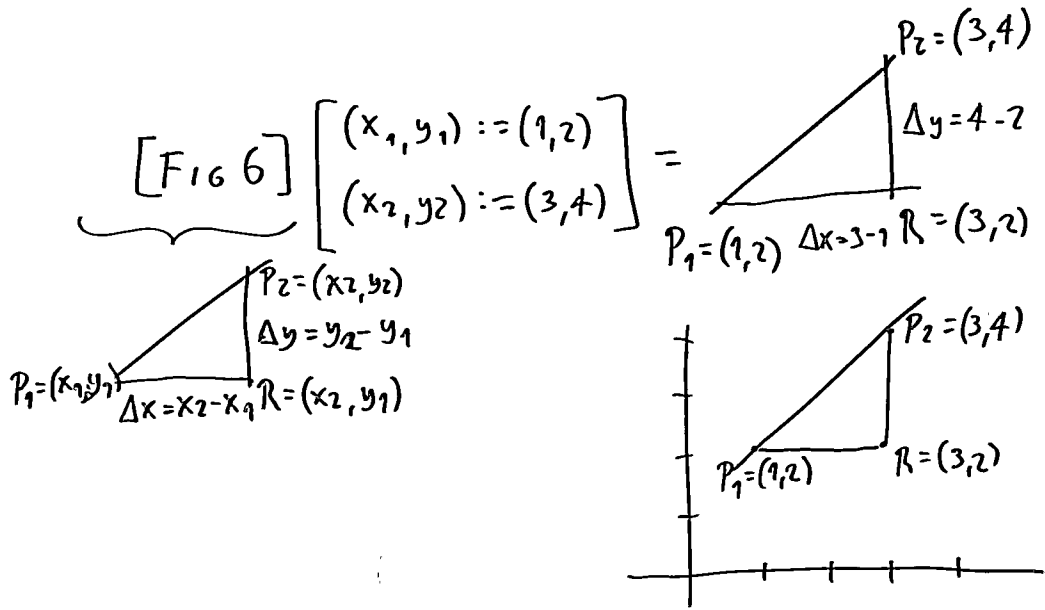
AS PROVAS VÃO MEDIR
SE VOCÊS TREINARAM
BASTANTE CERTAS
COISAS - QUE EU VOU
AVISAR COM ANTECE-
DÊNCIA QUAIS SÃO -
E PESSOAS QUE
ENTENDERAM TUDO
MAS NÃO TREINARAM
O SUFICIENTE VÃO
TIPAR UMA NOTA
QUASE TÃO BAIXA
QUANTO AS PESSOAS
QUE NÃO ENTENDERAM
NADA.

C2 25/MAR/2025

INÍCIO: 14:27

HOJE: INTEGRAÇÃO COM O MATHOLOGERMOVEL! DAQUI A UNS 20 MINUTOS A GENTE VAI ASSISTIR UM TRECHO DE UM VIDEO EM INGLÊS. AS LEGENDAS AUTOMÁTICAS DO YOUTUBE PRA ELE SÃO INCRIVELMENTE RUINS E AS LEGENDAS EM PORTUGUÊS BOAS QUE EU FIZ PRA ELE FORAM DELETADAS... ENTÃO QUEM QUISER ASSISTIR ELE COM LEGENDAS EM PORTUGUÊS DECENTES VAI TER QUE VIR PRA CÁ PRA FRENTE.

P.4: O QUE É UM CASO PARTICULAR DE UMA FIGURA?

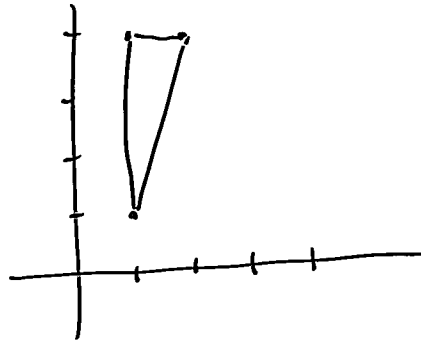
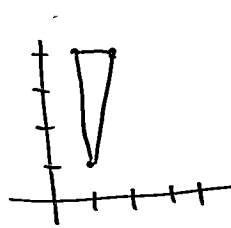
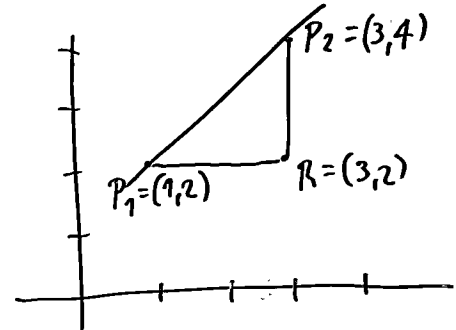
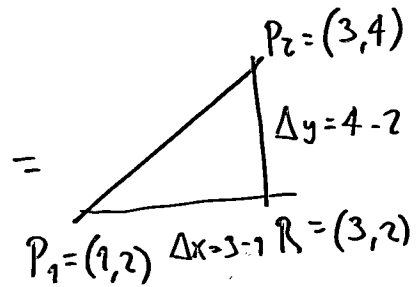
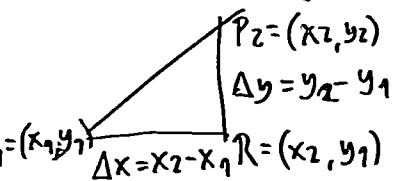


EXERCÍCIO (

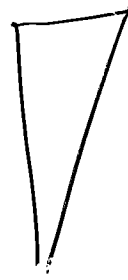
QUER S

NO TR

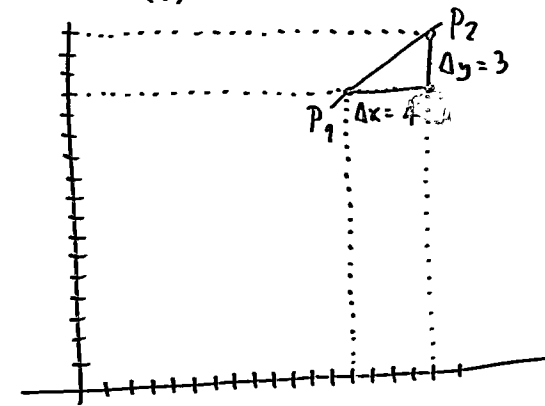
[Fig 6] $\left[\begin{array}{l} (x_1, y_1) := (1, 2) \\ (x_2, y_2) := (3, 4) \end{array} \right] =$



MESMO TRIÂNGULO?



EXERCÍCIO (d):



Quem são $\Delta x = 4$
 $\Delta y = 3$
 $e m = \frac{3}{4}$
 NO TRIÂNGULO ACIMA?

C2 25/MAR/2025

INÍCIO: 14:27

HOJE: INTEGRAÇÃO
COM O MATHOLOGY MÓVEL!
DAQUI A UNS 20 MINUTOS
A GENTE VAI ASSISTIR UM
TRECHO DE UM VIDEO EM
INGLÊS. AS LEGENDAS
AUTOMÁTICAS DO YOUTUBE
PRA ELE SÃO INCRIVELMENTE
RUINS E AS LEGENDAS EM
PORTUGUÊS BUAS QUE EU
FIZ PRA ELE FORAM
DELETADAS... ENTÃO QUEM
QUISER ASSISTIR ELE
COM LEGENDAS EM
PORTUGUÊS DECENTES
VAI TER QUE VIR PRA
CÁ PRA FRENTE.

P.4: O QUE É UM CASO
PARTICULAR DE UMA
FIGURA?

"TOP TO BOTTOM: SLOPE -
BOTTOM TO TOP: AREA"

FAÇAM O EXERCÍCIO 1
DO MEU PDFZINHO!
ELE ESTÁ NA P.6, E
A P.7 TEM O TÍTULO
"EXERCÍCIO 1:
MAIS DICAS".

PRA CASA:
EM CÁLCULO 1 VOCÊS
DEVEM TER VISTO VÁRIAS
DEFINIÇÕES PRA DERIVADA,
E UMA DELAS ERA ESSA
FÓRMULA AQUI:

$$f'(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{f(x+\epsilon) - f(x)}{\epsilon}$$

REVISEN O QUE VOCÊS VIRAM
SOBRE ESSA FÓRMULA EM C1!

C2 26/MAR/2025

INÍCIO: 9:33 !!

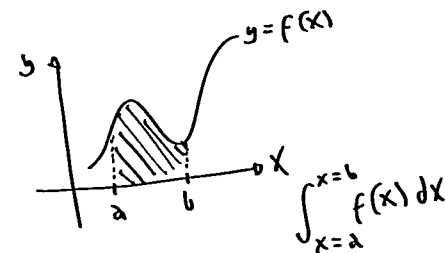
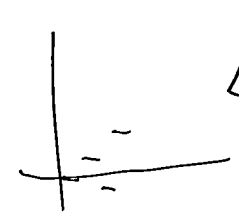
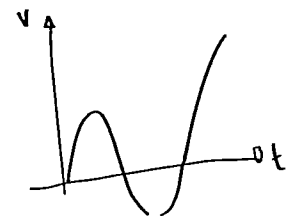
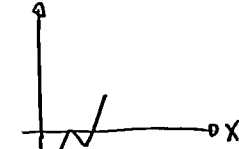
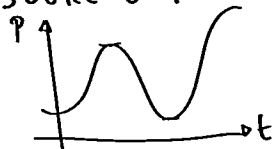
NA AULA PASSADA EU PEDEI PRA VOCÊS REVISAREM O QUE VOCÊS SABIAM SOBRE ESTA FÓRMULA...

$$f'(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{f(x+\epsilon) - f(x)}{\epsilon}$$

A GENTE VAI USAR ELA POUQUÍSSIMO NA PARTE SOBRE O MATHOLOGERMÓVEL, MAS...

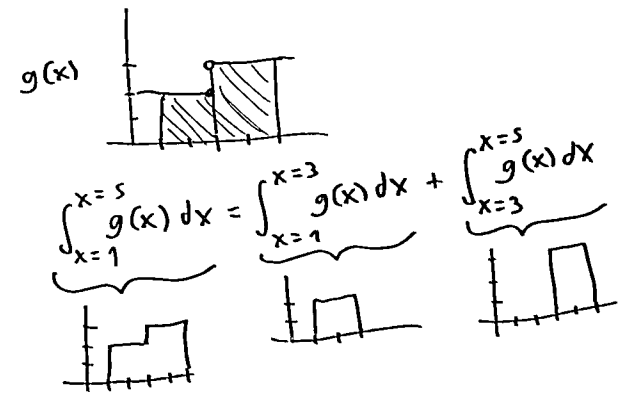
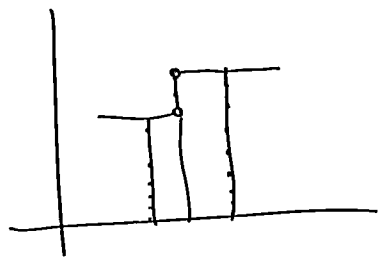
TESTE DE NIVELAMENTO!!!
9:35 - 9:50

AGORA ABRAM O PDFZINHO SOBRE O MATHOLOGERMÓVEL...



NO EXERCÍCIO 1 A GENTE FEZ ISSO AQUI.

FAZAM O EXERCÍCIO 2 E SE DER COMEÇEM A FAZER OS EXERCÍCIOS SEQUINTE!



$$\int_{x=1}^{x=5} g(x) dx = \int_{x=1}^{x=3} g(x) dx + \int_{x=3}^{x=5} g(x) dx$$

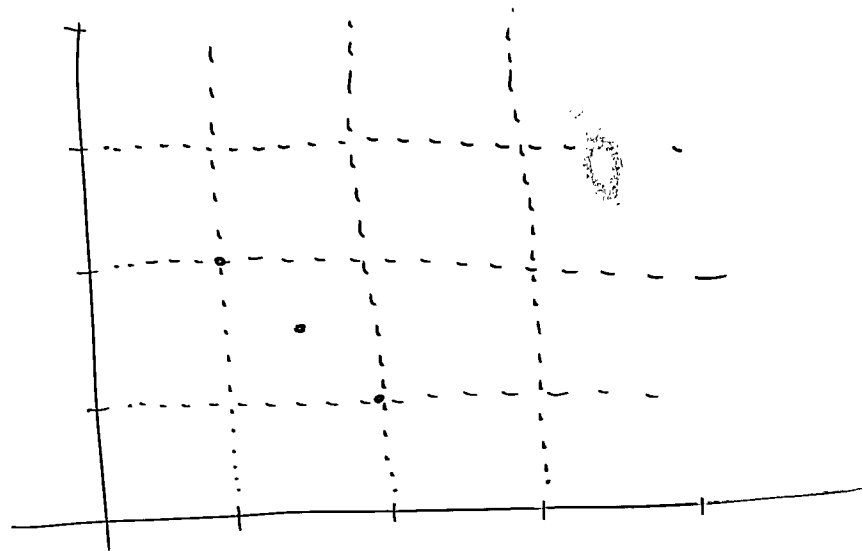
C2 31/MAR/2023

INÍCIO: 14:30

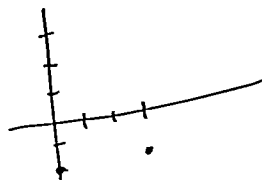
ABRAM O PDFZINHO
SOBRE O MATHOLOGERMOVEL!
NÓS VAMOS CONTINUAR A
FAZER OS EXERCÍCIOS DE
INTEGRAÇÃO POR ÁREAS!

OS EXERCÍCIOS 3, 4 E 5
SÃO RELACIONADOS - O 4
PEDE PRA VOCÊ ARRUMAR
OS RESULTADOS DO 3 NUM
GRÁFICO E O 5 PEDE
PRA VOCÊ FAZER TABELAS.

AVISO: ME DISSERAM QUE
EM ALGUM MOMENTO AS
AULAS DE C2 VÃO PASSAR
A SER NO CONTAINER 17
DO IHS - MAS NÃO ME
DISSERAM QUANDO VAI
MUDAR.



$$g(0) = -2$$
$$g(3) = -2$$



$$f(1) = 2$$
$$f(1.5) = 2$$
$$f(2) = 3$$

MACSYMA

$$f(2) = 3$$
$$F(2.5) = \int_{x=2}^{x=2.5} f(x) dx$$

C2 31/MAR/2023

INÍCIO: 14:30

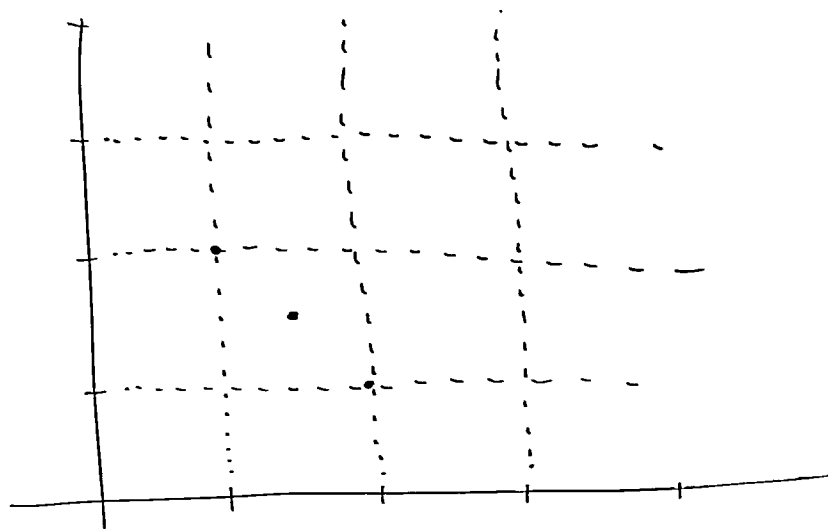
ABRAM O PDFZINHO

SOBRE O MATMOLOGERMOVEL!

NÓS VAMOS CONTINUAR A
FAZER OS EXERCÍCIOS DE
INTEGRAÇÃO POR ÁREAS!

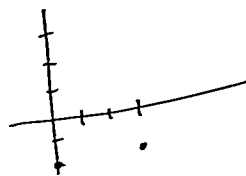
OS EXERCÍCIOS 3, 4 e 5
SÃO RELACIONADOS - O 4
PEDE PRA VOCÊ ARRUMAR
OS RESULTADOS DO 3 NUM
GRÁFICO E O 5 PEDE
PRA VOCÊ FAZER TABELAS.

AVISO: ME DISSERAM QUE
EM ALGUM MOMENTO AS
AULAS DE C2 VÃO PASSAR
A SER NO CONTAINER 17
DO IHS - MAS NÃO ME
DISSERAM QUANDO VAI
MUDAR.



$$g(0) = -2$$

$$g(3) = -2$$



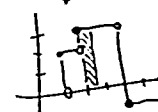
$$f(1) = 2$$

$$f(1.5) = 2$$

$$f(2) = 3$$

MACSYMA

$$f(2) = 3$$
$$F(2.5) = \int_{x=2}^{x=2.5} f(x) dx$$



C2 1º/ABRIL/2025

INÍCIO: 14:27

HOJE: MAIS UM POUCO DE INTEGRAÇÃO COM O MATHLOGGERMÓVEL - ATÉ 15:00 - E DEPOIS:

[:=] !!!

TESTE DE NIVELAMENTO:

$$f'(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{f(x+\epsilon) - f(x)}{\epsilon}$$

DIGAMOS QUE
 $f(x) = x$
 $g(x) = 4x$
 $h(x) = 4$

$f'(x) = 1$
 $g'(x) = 4$
 $h'(x) = 0$

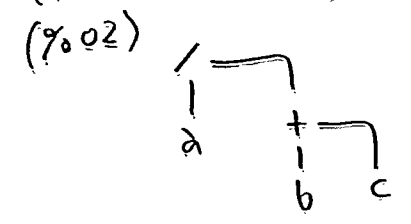
$f'(4) = 1$
 $g'(1) = 4$
 $h'(42) = 0$
 $(4 \cdot 1)' = 1$?
 $(4 \cdot 1)' = 4$?
 $(4 \cdot 1)' = 0$?

$f'(x) \parallel$
 $(f(x))'$

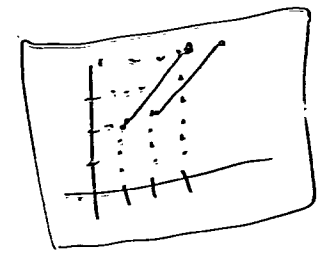
(%i1) a/(b+c);

(%o01) $\frac{a}{b+c}$

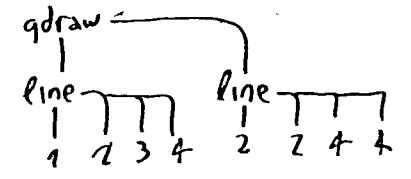
(%i2) lisptree (a/(b+c));



(%i3) qdraw (line(1,2,3,4), line(2,2,4,2)) \$



(%i4) lisptree (%o);



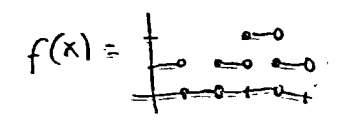
P. 4 DOS EXERCÍCIOS DE SUBSTITUIÇÃO...

$$f(x) = x^2$$

$$f(200) = 200^2$$
$$f(3v+4) = (3v+4)^2$$

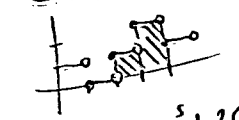
(f(3v+4))
EXPRESSÃO ORIGINAL

[f(x) = x^2] = (3v+4)^2
SUBSTITUIÇÃO EXPRESSÃO NOVA

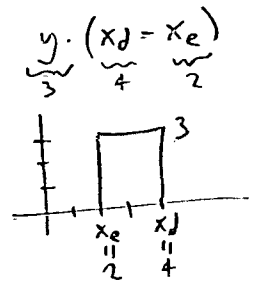


$$F(x) = \int_{t=2}^{t=x} f(t) dt$$

$$F(4) = \int_{t=2}^{t=4} f(t) dt$$



$$f(200) [f(x) = x^5 + x^6] = 200^5 + 200^6$$



(%i1) (a+b) = 5 = (a=42);
(%o01) 42+b

(%i2) 01 := a
(%i3) 02 := a
(%i4) 01 - 5
42+b

AVISO PARA NÃO FOR (QUARTA): FAZER E PRÓXIMOS DESSE PD

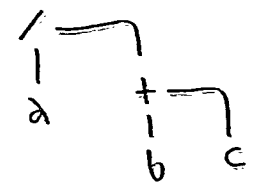
(%i1) a/(b+c);

(%o01)

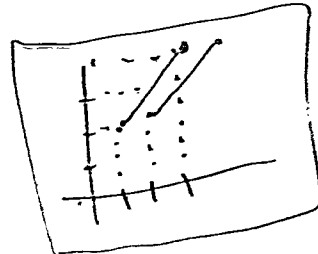
$$\frac{a}{b+c}$$

(%i2) lisptree (a/(b+c));

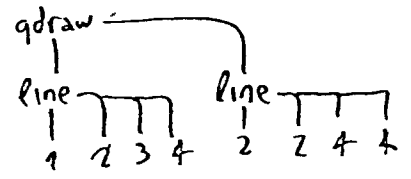
(%o02)



(%i3) qdraw (line(1,2,3,4), line(2,2,4,2)) \$



(%i4) lisptree (%);



f'(4) = 1
g'(1) = 4
h'(42) = 0
(4-1)' = 1 ?
(4-1)' = 4 ?
(4-1)' = 0 ?

p. 4 DOS EXERCÍCIOS DE SUBSTITUIÇÃO.

$$f(x) = x^2$$

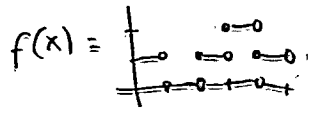
$$f(200) = 200^2$$

$$f(3u+4) = (3u+4)^2$$

(f(3u+4))

EXPRESSÃO ORIGINAL

[f(x) = x^2] = (3u+4)^2
SUBSTITUIÇÃO EXPRESSÃO NOVA

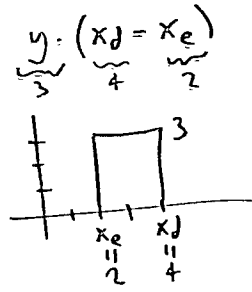


$$F(x) = \int_{t=2}^{t=x} f(t) dt$$

$$F(4) = \int_{t=2}^{t=4} f(t) dt$$



$$f(200) [f(x) = x^5 + x^6] = 200^5 + 200^6$$



(%i1) (a+b) = s = (a=42);
(%o01) 42 + b

(%i2) o1: a+b \$
(%i3) o2: a=42 \$
(%i4) o1 - s - o2 ;
42 + b

AVISO PRA QUEM NÃO FOR VIR AMANHÃ (QUARTA): TENTE FAZER EM CASA OS PRÓXIMOS EXERCÍCIOS DESSE PDFZIDHO!

CZ 2/ABRIL/2025
 INÍCIO: 9:31

HOJE: MAIS EXERCÍCIOS DE SUBSTITUIÇÃO!

O QUE É "TESTAR"?

$$x^2 + 1 = 50$$

LEMBRE DE QUANDO VOCÊS SÓ SABIAM SOMAR E MULTIPLICAR NÚMEROS...

$$2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 6 + 4 \cdot 5 = 6 + 20 = 26$$

$2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$ ← **ÁLGEBRA!** VEM DEPOIS! A GENTE SÓ ACREDITA COM EXEMPLOS!

$a \cdot b = b \cdot a$
 O QUANTO A GENTE SABE? ISSO VARIA!

O QUE É UMA EQUAÇÃO?

É UM "QUEREMOS ENCONTRAR" TAL QUE "..."

EXEMPLO:
 QUEREMOS ENCONTRAR "X" TAL QUE

$$x + 2 = 5$$

DAÍ PRA RESOLVER ISSO POR CHUTAR E TESTAR...

$$(x + 2 = 5) [x := 1] = \underbrace{(1 + 2 = 5)}_3 = \underbrace{\quad}_F$$

OPS: EM ÁLGEBRA A GENTE ÀS VEZES CONEÇA SUPONDO QUE $x + 2 = 5$ E A GENTE OBTÉM CONSEQUÊNCIAS DISSO... NO MÉTODO DE CHUTAR E TESTAR A GENTE VAI CONSIDERAR QUE $x + 2 = 5$ É VERDADEIRO "EM ALGUNS MUNDOS". A GENTE VAI APRENDER TÉCNICAS PRA VISUALIZAR EM QUAIS MUNDOS UMA EQUAÇÃO É VERDADEIRA QUANDO A GENTE FOR ENTENDER O SLIDE "OUTRA MANGA: →" E DEPOIS EM SOMAS DE RIEMANN.

O QUE É UMA EQUAÇÃO DIFERENCIAL?

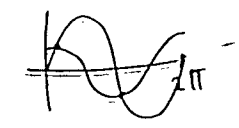
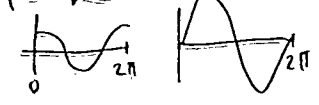
É UM "QUEREMOS ENCONTRAR F" TAL QUE "..."

EXEMPLO:
 QUEREMOS ENCONTRAR F TAL QUE

$$f'(x) = 2f(x)$$

DAÍ PRA RESOLVER ISSO POR CHUTAR E TESTAR...

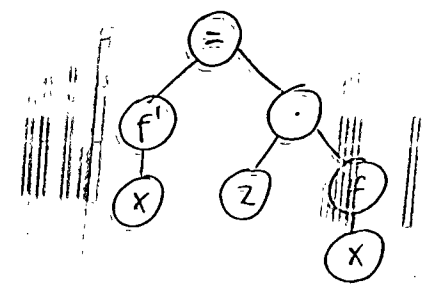
$$(f'(x) = 2f(x)) \begin{cases} f(x) := \sin x \\ f'(x) := \cos x \end{cases} = \left(\cos x = 2 \sin x \right)$$



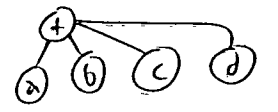
$\cos x = 2 \sin x$ É VERDADE SEMPRE? NÃO! SÓ PRA ALGUNS VALORES DE X. TEM UM "V" ESCONDIDO... ISSO DEVERIA SER $\forall x \in \mathbb{R}. \cos x = 2 \sin x \dots$

UM TRUQUE: EU DESCOBRI = DEPOIS DE QUEBRAR A CARA BASTANTE = QUE É MELHOR CONSIDERAR QUE F E F' SÃO FUNÇÕES TOTALMENTE (?) DIFERENTES.

$$\left(f'(x) = 2f(x) \right) \begin{cases} f(x) := \sin x \\ f'(x) := \cos x \end{cases}$$

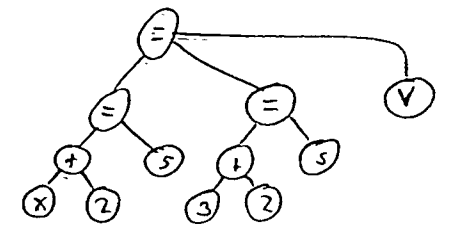


$$a + b + c + d$$



← NO MÁXIMA

$$(x + 2 = 5) = (3 + 2 = 5) = V$$



É UMA
 NÃO?
 "QUEREMOS
 ENCONTRAR
 TAL QUE -"
 "QUE -"

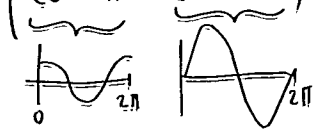
EXEMPLO:
 QUEREMOS ENCONTRAR
 TAL QUE
 $x+2 = 5$.
 DÁ PRA RESOLVER
 ISSO POR CHUTAR
 E TESTAR...

$(x+2=5) [x:=1] = \underbrace{(1+2=5)}_3 = F$

O QUE É UMA
 EQUAÇÃO DIFERENCIAL?
 É UM "QUEREMOS
 ENCONTRAR F
 TAL QUE -"

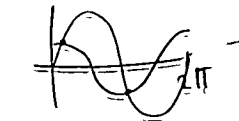
EXEMPLO:
 QUEREMOS ENCONTRAR
 F TAL QUE
 $f'(x) = 2f(x)$.
 DÁ PRA RESOLVER
 ISSO POR CHUTAR
 E TESTAR...

$(f'(x) = 2f(x)) [f(x) := \sin x] = (\cos x = 2 \sin x)$
 $[f'(x) := \cos x] = (\cos x = 2 \sin x)$



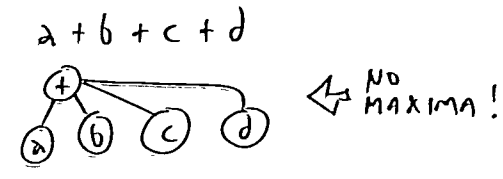
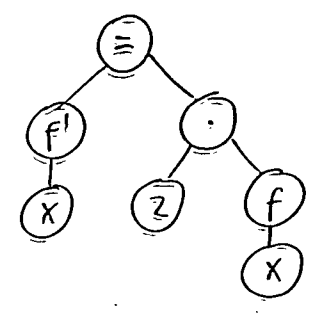
OBS: EM ALGEBRA A GENTE
 AS VEZES COMEÇA SUPONDO
 QUE $x+2=5$ E A GENTE
 ORTGA CONSEQUÊNCIAS DISSO...
 NO MÉTODO DE CHUTAR E
 TESTAR A GENTE VAI
 CONSIDERAR QUE $x+2=5$
 É VERDADEIRO "EM
 ALGUNS MUNDOS".
 A GENTE VAI APRENDER
 TÉCNICAS PRA VISUALIZAR
 EM QUAIS MUNDOS UMA
 EQUAÇÃO É VERDADEIRA
 QUANDO A GENTE FOR
 ENTENDER O SLIDE
 "OUTRA MANGA: -" E
 DEPOIS EM SOMAS DE
 RIEMANN.

$\cos x = 2 \sin x$
 É VERDADE SEMPRE?
 NÃO! SÓ PRA ALGUNS
 VALORES DE X.
 TEM UM "V" ESCONDIDO...
 ISSO DEVERIA SER
 $\forall x \in \mathbb{R}. \cos x = 2 \sin x \dots$

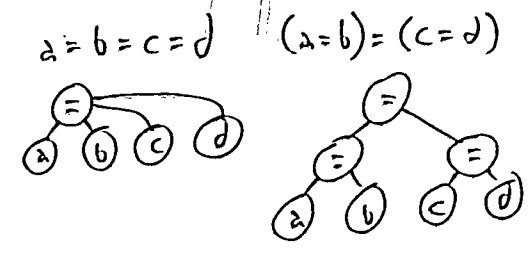
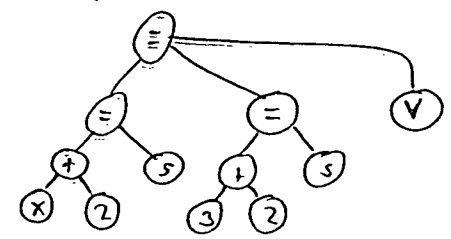


UM TRUQUE: EU
 DESCOBRI = DEPOIS
 DE QUEBRAR A CABEÇA
 BASTANTE = QUE É
 MELHOR CONSIDERAR
 QUE F E F' SÃO
 FUNÇÕES TOTALMENTE (?)
 DIFERENTES.

$(f'(x) = 2f(x)) [f(x) := 42] = (\sin x = 2 \cdot 42)$



$(x+2=5) = (3+2=5) = V$



DICA PRO EXERCÍCIO K
 DA PAGINA 8...
 TENTEN REPRESENTAR ISTO
 COMO ÁRVORE:
 $\left(\frac{5 + \sin x}{x^3 \ln x}\right)'$
 RELEIAN A DICA 7!

CZ 2/ABRIL/2025
 INÍCIO: 9:31

HOJE: MAIS EXERCÍCIOS
 DE SUBSTITUIÇÃO!

O QUE É "TESTAR"?

$$x^2 + 1 = 50$$

LEMBRE DE QUANDO
 VOCÊS SÓ SABIAM
 SOMAR E MULTIPLICAR
 NÚMEROS...

$$2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 6 + 4 \cdot 5$$

$$= 6 + 20$$

$$= 26$$

$2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$ ← **ÁLGEBRA!**
 VEM DEPOIS!
 A GENTE SÓ
 ACREDITA COM
 EXEMPLOS!

$a \cdot b = b \cdot a$
 O QUANTO A GENTE SABE?
 ISSO VARIA!

O QUE É UMA
 EQUAÇÃO?
 É UM "QUEREMOS
 ENCONTRAR ="
 TAL QUE = "!"

EXEMPLO:

QUEREMOS ENCONTRAR
 X TAL QUE
 $x + 2 = 5$:

DAÍ PRA RESOLVER
 ISSO POR CHUTAR
 E TESTAR...

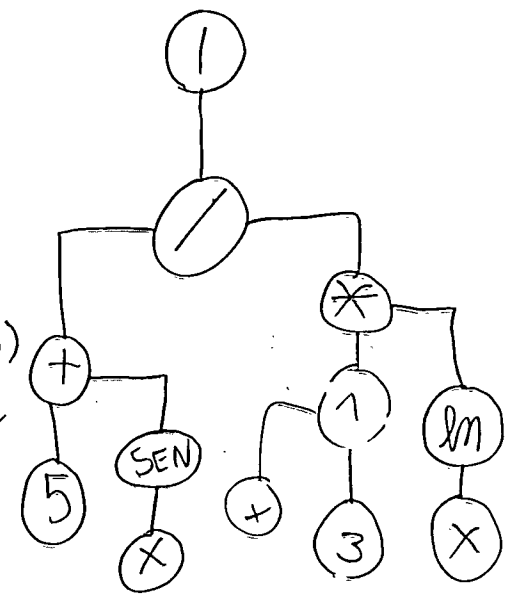
$$(x + 2 = 5) [x := 1] = \underbrace{(1 + 2 = 5)}_3 = F$$

OBS: EM ÁLGEBRA A GENTE
 ÀS VEZES COMEÇA SUPONDO
 QUE $x + 2 = 5$ E A GENTE
 OBTÉM CONSEQUÊNCIAS DISSO...
 NO MÉTODO DE CHUTAR E
 TESTAR A GENTE VAI
 CONSIDERAR QUE $x + 2 = 5$
 É VERDADEIRO "EM
 ALGUNS MUNDOS".
 A GENTE VAI APRENDER
 TÉCNICAS PRA VISUALIZAR
 EM QUAIS MUNDOS UMA
 EQUAÇÃO É VERDADEIRA
 QUANDO A GENTE PÔR
 ENTENDER O SLIDE
 "OUTRA MANGA: →" E
 DEPOIS EM SOMAS DE
 RIEMANN.

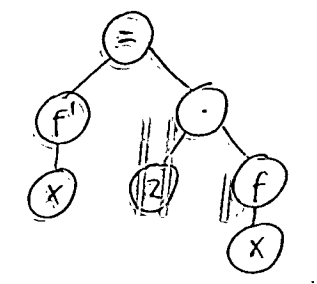
$$\left(\frac{5 + \sin x}{x^3 \ln x} \right)^{x^3}$$

$$x^{**} 3$$

$$\text{pow}(x, 3)$$



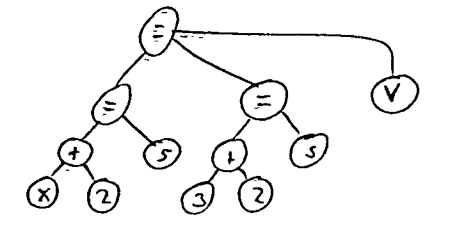
$$(f'(x) = 2f(x)) \begin{cases} f(x) \\ f'(x) \end{cases}$$



$$a + b + c + d$$



$$(x + 2 = 5) = (3 + 2 = 5) = V$$



C2 7/ABRIL/2025

INÍCIO: 14:20
 HOJE: 5 MINUTOS PRA
 FOCAS DO DIA,
 DEPOIS MAIS EXERCÍCIOS
 DE SUBSTITUIÇÃO!

LEMBREM QUE EM ALGUM
 MOMENTO VOCÊS VÃO
 TER QUE INVENTAR AS
 FÓRMULAS DE VOCÊS
 E TESTÁ-LAS, E ISSO
 É PARECIDO COM
 INVENTAR UM ALGORITMO
 E SIMULAR COMO O
 COMPUTADOR RODARIA
 ISSO PASSO A PASSO...

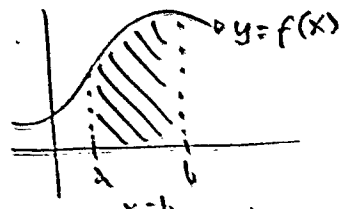
O VÍDEO DO MATHOLOGER
 TEM UM TRECHO SOBRE
 COMO DERIVAR É TÃO
 FÁCIL QUE DA PRA
 ENSIAR UM MACACO A
 DERIVAR... NA VERDADE
 O QUE ELE QUER DIZER
 É QUE É FÁCIL FAZER
 UM PROGRAMA DE COMPUTADOR
 SIMPLES QUE CALCULA
 DERIVADAS - O MACACO
 E O COMPUTADOR VÃO
 SEGUIR UM ALGORITMO
 SEM ENTENDEREM O
 QUE ELE QUER DIZER.

LEIAM O ITEM A
 DO OFÍCIO DO
 RGM = ELE TÁ
 NO LWR "MATERIAL
 PRA FOCAS DO
 DIA".

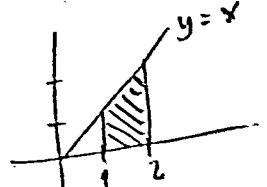
UM MENTE DE
 ALGUNS RECLAMARAM
 DO CHUTAR E TESTAR -
 PELO QUE EU ENTENDEI
 ELES ACHARAM
 AQUILO HUMILHANTE,
 FEITO PRA PESSOAS
 DE CURSOS INFERIORES
 AOS DLES.

MAIS SOBRE ISSO
 DEPOIS!

P.9 DOS EXERCÍCIOS
 DE SUBSTITUIÇÃO



SE $f(x) = x$,
 $a = 1$
 $e b = 2$,



$\int_{x=1}^{x=2} x dx = 1.5$

[II] = $\left(\int F'(x) dx = F(x) \right)$

[DEF DIF] = $\left(F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a) \right)$

[TFC2] = $\left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right)$

[TFC2] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \end{matrix} \right] = \left(\int_{x=a}^{x=b} x dx = \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right)$

[TFC2] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \\ a := 1 \\ b := 2 \end{matrix} \right] = \left(\int_{x=1}^{x=2} x dx = \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2} \right)$

$\int_{x=1}^{x=2} x dx = ?$

"QUEREMOS
 RESOLVER!"

$\frac{d}{dx} x^2 = 2x$
 $\frac{d}{dx} \frac{x^2}{2} = x$

por [II] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \end{matrix} \right] = \left(\int x dx = \frac{x^2}{2} \right)$

$\int_{x=a}^{x=b} x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{x=a}^{x=b}$

por [TFC2] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \end{matrix} \right]$

$\int_{x=1}^{x=2} x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{x=1}^{x=2}$

por [TFC2] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \\ a := 1 \\ b := 2 \end{matrix} \right]$

$= \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2}$
 $= \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$
 $= \frac{3}{2}$
 $= 1.5$

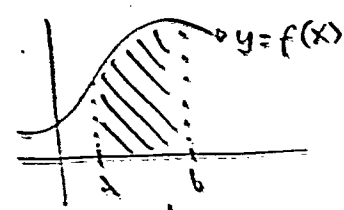
por [DEF DIF] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ a := 1 \\ b := 2 \end{matrix} \right]$

[TFC2] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \end{matrix} \right]$

a: 3;

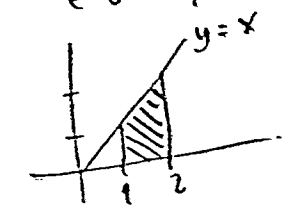
AN O ITEM A
 OFICINA DO
 N = ELE TA
 LWA "MATERIAL
 DAS FOCAS DO
 W".
 UM MONTE DE
 ALUNAS RECLAMARAM
 DO CHUTAR E TESTAR =
 FELD QUE EU ENTENDEI
 ELES ACHARAM
 AGUILO HUMILHANTE,
 FEITO PRA PESSOAS
 DE CURSOS INFERIORES
 AOS DELES.
 MAIS SOBRE ISSO
 DEPOIS!

P. 9 DOS EXERCÍCIOS
 DE SUBSTITUIÇÃO



$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$

SE $f(x) = x$,
 $a = 1$
 $e b = 2$,



$$\int_{x=1}^{x=2} x dx = 1.5$$

[II] = $\left(\int F'(x) dx = F(x) \right)$ [DEF DIF] = $\left(F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a) \right)$

[TFCZ] = $\left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right)$

[TFCZ] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \end{matrix} \right] = \left(\int_{x=a}^{x=b} x dx = \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right)$

[TFCZ] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \\ a := 1 \\ b := 2 \end{matrix} \right] = \left(\int_{x=1}^{x=2} x dx = \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2} \right)$

"QUEREMOS
 RESOLVER"

$$\int_{x=1}^{x=2} x dx = ?$$

$$\frac{d}{dx} X^2 = 2X$$

$$\frac{d}{dx} \frac{X^2}{2} = X$$

$$\int x dx = \frac{X^2}{2}$$

$$\int_{x=a}^{x=b} x dx = \frac{X^2}{2} \Big|_{x=a}^{x=b}$$

$$\int_{x=1}^{x=2} x dx = \frac{X^2}{2} \Big|_{x=1}^{x=2}$$

$$= \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2}$$

$$= \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{2}$$

POR [II] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \end{matrix} \right] = \left(\int x dx = \frac{x^2}{2} \right)$

POR [TFCZ] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \end{matrix} \right]$

POR [TFCZ] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \\ a := 1 \\ b := 2 \end{matrix} \right]$

POR [DEF DIF] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ a := 1 \\ b := 2 \end{matrix} \right]$

[TFCZ] $\left[\begin{matrix} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \end{matrix} \right] = ?$

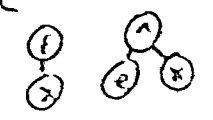
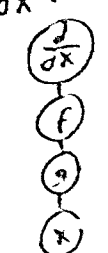
[TFCZ] $\left[\begin{matrix} F(x) := x^3 \\ F'(x) := 3x \end{matrix} \right] = ?$

[RCL] = $\frac{d}{dx} f(g(x))$

[RCL] $\left[\begin{matrix} f(x) := e^x \\ f'(x) := e^x \end{matrix} \right] =$

a: 3;

$\left(\frac{d}{dx} f(g(x)) \right) \left[\begin{matrix} f(x) := e^x \\ \end{matrix} \right] = ?$



$3^4 = 3^{4 \cdot 1}$

$$[RCL] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) \right)$$

$$h(t) = e^{3t^2 + t - 1}$$
$$\frac{d}{dt} h(t) = ?$$

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x) \right)$$

$$[RCL] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) \right)$$

$$[C] = f(g(x))$$

$$[C] \left[\begin{array}{l} f(x) := ? \\ g(x) := ? \end{array} \right] = e^{3t^2 + t - 1}$$

$$f(g(x)) \left[\begin{array}{l} f(x) := 3t^2 \\ g(x) := e \end{array} \right] = 3t^2$$

$$f(g(x)) \left[\begin{array}{l} f(x) := e \\ g(x) := 3t^2 + t - 1 \end{array} \right] = e$$

$$f(g(x)) \left[\begin{array}{l} f(x) := e \\ g(x) := 3t^2 + t - 1 \end{array} \right] = e$$

$$f(g(x)) \left[\begin{array}{l} f(x) := e^x \\ g(x) := 3t^2 + t - 1 \end{array} \right] = e^{3t^2 + t - 1}$$

C2 8/ABRIL/2025

INÍCIO: 14:20

EU CHEGUEI ANTES MAS A AULA VAI COMEÇAR NO HORÁRIO NORMAL!

HOJE: EXERCÍCIOS DE SUBSTITUIÇÃO - A GENTE VAI TENTAR FAZER OS DE REGRA DA CADEIA!

SE VOCÊ JÁ SABE DERIVAR MUITO BEM POR FAVOR FIQUE PRA AJUDAR OS COLEGAS!

TEM VÁRIOS MODO DE ESCREVER CONTAS DE DERIVADAS E EU PRECISO SABER QUAIS VOCÊS APRENDEM E QUAIS VOCÊS LEMBRAM... EU ADAPTEI UM TESTE DE NIVELAMENTO ANTIQO PRA ISSO.

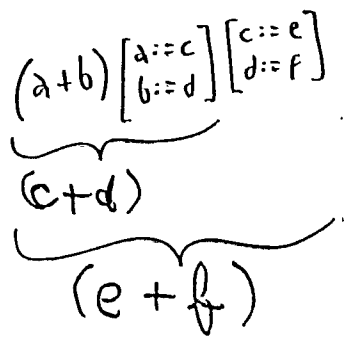
(a+b=b+a) [a:=42] = (42+b=b+42)

[RC][S4]: d/dx (e^{3t^2+t-1}) = (6t+1) \cdot e^{3t^2+t-1} \cdot 0

ABRIM O PDFZINHO DE EXERCÍCIOS DE SUBSTITUIÇÃO E TENTEM FAZER ESSES EXERCÍCIOS. MOSTREM AS SUAS DÚVIDAS!!! P.12 = "REGRA DA CADEIA - EXERCÍCIOS"

[RC] = (d/dx f(g(x))) = f'(g(x))g'(x) [RC] [g(x):=x^4, g'(x):=4x^3] = (d/dx f(x^4)) = f'(x^4) \cdot 4x^3

[S4] = [f(x):=x^{3t^2+t-1}, g(x):=e, f'(x):=(6t+1) \cdot x^{3t^2+t-1}, g'(x):=0]



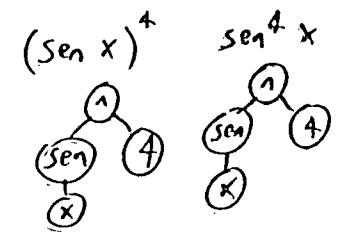
EXERCÍCIO 8 DO MATERIAL: 8) h(t) = (sen(2t))^4

Sen [S1] = ... [S1] = ...

[S3] = [f(x):=x^4, g(x):=sen x, h(x):=2x, f'(x):=4x^3, g'(x):=cos x, h'(x):=2]

[RC][S3] = (d/dx (sen x)^4) = 4(sen x)^3 \cdot cos x

f(g(x)) [S3] = sen^4 x



f(g(x)) [h(x):=42x] =

(c+d) [c:=e, d:=f]

f(x) = (3x-2)^5, f'(x) = 5(3x-2)^4 \cdot 3

g(200) [g(2+b) [

Seja [S1] = ...

[S1] = ...

EXERCÍCIO 8
DO MILANON:
a) $h(t) = (\sin(2t))^{4}$

$$[S3] = \begin{cases} f(x) := x^4 \\ g(x) := \sin x \\ h(x) := 2x \\ f'(x) := 4x^3 \\ g'(x) := \cos x \\ h'(x) := 2 \end{cases}$$

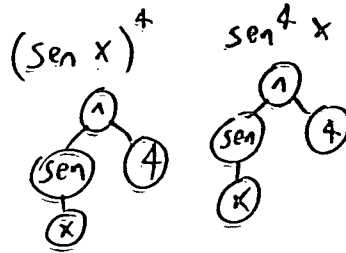
$$[RC] [S3] = \left(\frac{d}{dx} (\sin x)^4 \right) = 4(\sin x)^3 \cdot \cos x$$

ER
OS. = P. 12 =
"REGRA DA CADEIA -
EXERCÍCIOS"

$$\left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x) \right)$$

$$\left[\begin{matrix} f(x) := x^4 \\ f'(x) := 4x^3 \end{matrix} \right] = \left(\frac{d}{dx} f(x^4) = f'(x^4) \cdot 4x^3 \right)$$

$f(g(x)) [S3] = \text{sem } \alpha$



$$[S1] = \begin{cases} f(x) := x^{3t^2+t-1} \\ g(x) := e \\ f'(x) := 6t+1 \\ g'(x) := e^{3t^2+t-1} \end{cases}$$

$$\frac{d}{dx} 4t = 0$$
$$\frac{d}{dx} e = 0$$

$$\left[\begin{matrix} f(x) := x^{3t^2+t-1} \\ f'(x) := (6t+1) \cdot x^{3t^2+t-1} \\ f''(x) := 0 \end{matrix} \right]$$

$$(a+b) \left[\begin{matrix} a:=c \\ b:=d \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} c:=e \\ d:=f \end{matrix} \right]$$

$$(c+d)$$

$$(e+f)$$

$$f(g(x)) [h(x) := 42x] =$$

$$(c+d) \left[\begin{matrix} c:=e \\ d:=f \end{matrix} \right]$$

$$f(x) = (3x-2)^5$$
$$f'(x) = 5(3x-2)^4 \cdot 3$$

$$\sin^4$$
$$g(x) := 2t$$

$$g(200) [g(x) := 2t] = 400$$
$$g(a+b) [g(x) := 2t] =$$

$$(t-1) = (6t+1) \cdot e^{3t^2+t-1} \cdot 0$$

$$4) \cdot 4x^3$$

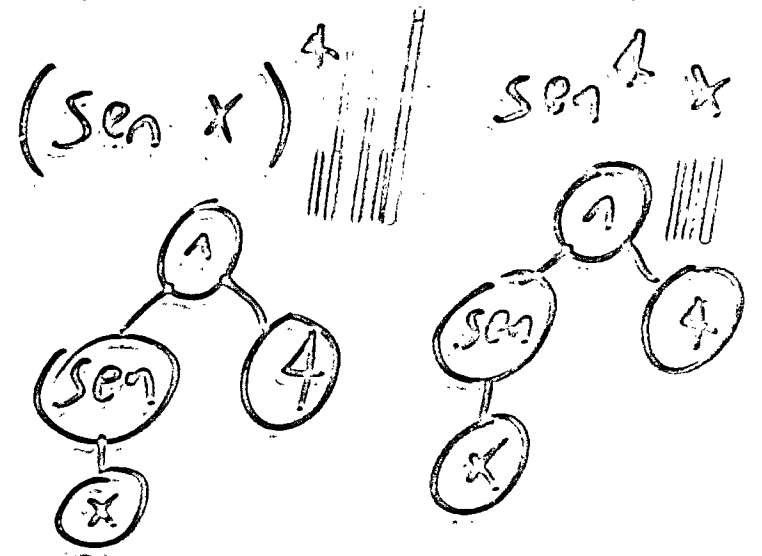
$$\frac{d}{dx} f(g(x)) \equiv f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$\frac{d}{dx} h(k(x)) \equiv h'(k(x)) \cdot k'(x)$$

$$[RC] \left[\begin{array}{l} g(x) \equiv h(k(x)) \\ g'(x) \equiv h'(k(x)) \cdot k'(x) \end{array} \right]$$

$$\equiv \left(\frac{d}{dx} f(h(k(x))) \equiv f'(h(k(x))) \cdot h'(k(x)) \cdot k'(x) \right)$$

SEJA [RC3] A IGUALDADE ACIMA



C2 9/ABRIL/2025

INÍCIO: 9:27

HOJE: MAIS EXERCÍCIOS DE SUBSTITUIÇÃO!

DEPOIS QUE VOCÊS TERMINAREM

OS EXERCÍCIOS DE REGRA DA CADEIA DA P. 13 TENTEM FAZER O EXERCÍCIO DE TEC 2 DA P. 10!

AH, LEMBREM DOS SLIDES COM TÍTULOS COMO "EU NÃO SOU TELEPATA" DO PDFZINHO DE INTRODUÇÃO AO CURSO...

A MINHA PRIORIDADE É TIRAR AS DÚVIDAS DAS PESSOAS QUE FALAM COMIGO!!!

VERSÃO RÁPIDA DA IDÉIA DO WALLACE...

$$[RCt] = [RC][x:=t] \\ = \left(\frac{d}{dt} f(g(t)) = f'(g(t)) g'(t) \right)$$

$$\frac{d}{dt} \sin 2t = (\cos 2t) \cdot 2 \quad \text{POR } [RCt] \begin{cases} f(x) := \sin x \\ g(x) := 2x \\ f'(x) := \cos x \\ g'(x) := 2 \end{cases}$$

$$[RCt] \begin{cases} f(x) := x^4 \\ g(x) := \sin 2t \\ f'(x) := 4x^3 \\ g'(x) := (\cos 2t) \cdot 2 \end{cases} = \left(\frac{d}{dt} (\sin 2t)^4 = 4 (\sin 2t)^3 (\cos 2t) \cdot 2 \right)$$

$$[RC] \begin{cases} f(x) := \cos x \\ g(x) := x^3 \\ f'(x) := ? \\ g'(x) := ? \end{cases} = ?$$

C2 14/ABRIL/2025

INÍCIO: 14:20

NA ALTA PASSADA NÓS
COMEÇAMOS A VER
COMO RESOLVER INTEGRAIS
DEFINIDAS POR CHUTAR
E TESTAR...

HOJE A GENTE VAI VER
COMO ORGANIZAR AS
CONTAS DEIAS DE UM
JEITO QUE "TODO MUNDO
ENTENDA" - MAS A GENTE
VAI COMEÇAR PELA
QUESTÃO DE REGRA DA
CADIA DE UM DOS
TESTES DE NIVELAMENTO.

A QUESTÃO ERA:

$$\frac{d}{dx} f(\sin(x^4) + \ln x) = ?$$

$$\frac{d}{dx} x^4 \stackrel{(1)}{=} 4x^3$$

$$\frac{d}{dx} \ln x \stackrel{(2)}{=} \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) \stackrel{(3)}{=} f'(g(x))g'(x)$$

$$\frac{d}{dx} \sin(g(x)) \stackrel{(4)}{=} \cos(g(x))g'(x)$$

$$\frac{d}{dx} \sin(x^4) \stackrel{(5)}{=} \cos(x^4) \cdot 4x^3$$

$$\frac{d}{dx} (\sin(x^4) + \ln x) \stackrel{(6)}{=} \cos(x^4) \cdot 4x^3 + \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} f(\sin(x^4) + \ln x) \stackrel{(7)}{=} f'(\sin(x^4) + \ln x) \cdot \frac{d}{dx} (\sin(x^4) + \ln x)$$

$$\frac{d}{dx} f(\sin(x^4) + \ln x) \stackrel{(8)}{=} f'(\sin(x^4) + \ln x) \cdot (\cos(x^4) \cdot 4x^3 + \frac{1}{x})$$

$$(3) \left[g'(x) := \frac{d}{dx} g(x) \right] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) \right) = f'(g(x)) \cdot \frac{d}{dx} g(x)$$

$$(3) \left[\begin{array}{l} g(x) := x^4 \\ g'(x) := \frac{d}{dx} x^4 \end{array} \right] = \left(\frac{d}{dx} f(x^4) \right) = f'(x^4) \cdot \frac{d}{dx} x^4$$

AGORA VOLTE PROS
"EXERCÍCIOS DE
SUBSTITUIÇÃO".
A P. 90 DELE TEM
UM EXERCÍCIO DE
INTEGRAÇÃO

PAR CASA:

LEIAM SOBRE INTEGRAÇÃO
POR PARTES!

A FÓRMULA É:

$$[IP] = \left(\int f g' dx \right) = \int f' g dx + \int f g - \int f' g dx$$

EXERCÍCIO PARA AGORA:

$$[IP] \left[\begin{array}{l} f := x \\ f' := 1 \\ g := e^x \\ g' := e^x \end{array} \right] = \left(\int x e^x dx = x e^x - \int 1 \cdot e^x dx \right)$$

$$\int \underbrace{x}_{f'} \underbrace{e^x}_{g'} dx = \underbrace{x}_{f'} \underbrace{e^x}_{g'} - \int \underbrace{1}_{f'} \underbrace{e^x}_{g'} dx$$
$$= x e^x - \int 1 \cdot e^x dx$$
$$= x e^x - \int e^x dx$$
$$= x e^x - e^x$$

$$\int x e^x dx = x e^x - e^x$$
$$\int x^2 e^x dx = \underbrace{x^2}_{f'} \underbrace{e^x}_{g'} - \int \underbrace{2x}_{f'} \underbrace{e^x}_{g'} dx$$
$$= x^2 e^x - 2 \int x e^x dx$$
$$= x^2 e^x - 2(x e^x - e^x)$$

$$(3) \left[g'(x) := \frac{d}{dx} g(x) \right] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x)) \cdot \frac{d}{dx} g(x) \right)$$

$$(3) \left[\begin{array}{l} g(x) := x^4 \\ g'(x) := \frac{d}{dx} x^4 \end{array} \right] = \left(\frac{d}{dx} f(x^4) = f'(x^4) \cdot \frac{d}{dx} x^4 \right)$$

AGORA VOLTE PRA
"EXERCÍCIO DE
SUBSTITUIÇÃO".
A P. 90 DELE TEM
UM EXERCÍCIO DE
INTEGRAÇÃO

PARA CASA:

LEIAM SOBRE INTEGRAÇÃO
POR PARTES!

A FÓRMULA É:

$$[IP] = \left(\int f g' dx = f g - \int f' g dx \right)$$

EXERCÍCIO PRA AGORA:

$$[IP] \left[\begin{array}{l} f := x \\ f' := 1 \\ g := e^x \\ g' := e^x \end{array} \right] = \left(\int x e^x dx = x e^x - \int 1 \cdot e^x dx \right)$$

$$\int \underbrace{x}_f \underbrace{e^x}_{g'} dx = \underbrace{x e^x}_{f g} = \int \underbrace{1}_f \cdot \underbrace{e^x}_g dx$$

$$= x e^x = \int 1 \cdot e^x dx$$

$$= x e^x = \int e^x dx$$

$$= x e^x - e^x$$

$$\int x e^x dx = x e^x - e^x$$

$$\int \underbrace{x^2}_f \underbrace{e^x}_{g'} dx = \underbrace{x^2 e^x}_{f g} - \int \underbrace{2x}_f \underbrace{e^x}_g dx$$

$$= x^2 e^x - 2 \int x e^x dx$$

$$= x^2 e^x - 2(x e^x - e^x)$$

C2 15/ABRIL/2025

INÍCIO: 14:21

NA AULA PASSADA EU PEDEI PRA VOCÊS DAREM UMA OLHADA EM COMO TRÊS LIVROS EXPLICAM INTEGRAÇÃO POR PARTES...

EXERCÍCIO 0:

[II] = (∫ F'(x) dx = F(x))

COMPLETE:

[II] [F(x) := 42 / F'(x) := ?] = ?

[II] [F(x) := 20 / F'(x) := ?] = ?

∫ 0 dx = 42
∫ 0 dx = 20
42 = ∫ 0 dx = 20

A INTEGRAL INDEFINIDA TEM VÁRIOS PROBLEMAS...

∫ x dx from x=1 to x=2 = 1/2

∫ x dx = ?

ÀS VEZES



∫ = //

d(uv) = u dv + v du
u = u(x)
v = v(x)
VARIAVEIS DEPENDENTES //

AO INVÉS DE ESCREVER f(x) E g(x) EU VOU ESCREVER f E g...

d/dx 100 = 0

d/dx t = 0

diff(t, x);

A NÃO SER QUE VOCÊS USEM UM "depends" OU UM "gradef".

EM GERAL A GENTE ESCREVE f(x) AO INVÉS DE f PRA INDICAR UMA FUNÇÃO...

d/dx f(x) = f'(x)

d/dx f = 0

COMO É QUE A GENTE VAI LIDAR COM ISSO?

UM DOS MEUS OBJETIVOS NO CURSO DE CÁLCULO 2 É BOTAR VOCÊS PRA ESTUDAREM POR VÁRIOS LIVROS DIFERENTES.

AGORA VAMOS VOLTAR PRA INTEGRAÇÃO POR PARTES... LEMBRE QUE EU VOU ESCREVER SO f E g AO INVÉS DE f(x) E g(x).

d/dx (f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)
d/dx (fg) = f'g + fg'
(fg)' = f'g + fg'

∫ F'(x) dx = F(x)

∫ (fg)' dx = fg

∫ f'g + fg' dx = fg

∫ f + g dx = ∫ f dx + ∫ g dx

∫ f'g + fg' dx = ∫ f'g dx + ∫ fg'

fg = ∫ f'g dx + ∫ fg'

∫ fg' dx = fg - ∫ f'g

POR

POR

DEF

[IF]

EXERCÍCIO CÁLCULO INTEGRA

∫ x^2

AO INVÉS DE
ESCREVER $f(x)$
E $g(x)$ EU
VOU ESCREVER f E $g...$

$$\frac{d}{dx} 400 = 0$$

$$\frac{d}{dx} t = 0$$

$$= \text{diff}(t, x);$$

A NÃO SER QUE
VOCÊS USEM UM
"depends" OU UM
"gradef".

EM GERAL
A GENTE ESCREVE
 $f(x)$ AO INVÉS
DE f PRA INDICAR
UMA FUNÇÃO...

$$\frac{d}{dx} f(x) = f'(x)$$

$$\frac{d}{dx} f = 0$$

(NÃO
PRECISA
SER 0)

Como é que a
GENTE VAI LIDAR
COM ISSO?

Um dos MEUS
OBJETIVOS NO
CURSO DE CÁLCULO ?
É BOTAR VOCÊS
PRA ESTUDAREM
POR VÁRIOS LIVROS
DIFERENTES.

AGORA VAMOS
VOLTAR PRA
INTEGRAÇÃO
POR PARTES...
Lembre que eu,
vou escrever só
 f e g AO
INVÉS DE $f(x)$ e $g(x)$.

$$\frac{d}{dx} (f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\frac{d}{dx} (fg) = f'g + fg'$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\int f'(x) dx \stackrel{(1)}{=} f(x)$$

$$\int (fg)' dx \stackrel{(2)}{=} fg$$

$$\int f'g + fg' dx \stackrel{(3)}{=} fg$$

$$\int f + g dx \stackrel{(4)}{=} \int f dx + \int g dx$$

$$\int f'g + fg' dx \stackrel{(5)}{=} \int f'g dx + \int fg' dx$$

$$fg \stackrel{(6)}{=} \int f'g dx + \int fg' dx$$

$$\int fg' dx \stackrel{(7)}{=} fg - \int f'g dx$$

por (1) $\left[\begin{matrix} f(x) = fg \\ f'(x) = (fg)' \end{matrix} \right]$

por (2) e $(fg)' = f'g + fg'$

por cálculo ?!

por (3) e (5)

$$\int (f+g) dx = \int f dx + \int g dx \quad \left[\begin{matrix} f = f'g \\ g = fg' \end{matrix} \right]$$

DEF:

$$[IP] = \left(\int fg' dx = fg - \int f'g dx \right)$$

EXERCÍCIO 2:
CALCULE/RESOLVA/
INTEGRE ISTO:

$$\int x^2 e^x dx$$

EXERCÍCIO 1:

$$(4) \left[\begin{matrix} f = f'g \\ g = fg' \end{matrix} \right] = ?$$

AS DEMONSTRAÇÕES DOS LIVROS
ESTÃO CHEIAS DE PASSOS
CUJAS REGRAS VOCÊS NÃO
CONHECEM DIREITO... POR
EXEMPLO, AQUI A GENTE
TEM QUE PARAR DEPOIS
DE UMA SUBSTITUIÇÃO SÓ
SEM A LINHA DO "NÃO"...
SÓ QUE NINGUÉM CONTA
ISSO PRA GENTE.

ESCREVAM AS DÚVIDAS
DE VOCÊS!

C2 15/ABRIL/2025

INÍCIO: 14:21

$$\int x^2 e^x dx = x^2 \cdot e^x - \left(\int \underbrace{2x}_{f'} \cdot \underbrace{e^x}_{g} dx \right)$$

$$= x^2 \cdot e^x - \left(x^2 \cdot e^x - \int 2x \cdot e^x \right)$$

[1P]

$$(II) \begin{cases} f(x) = x^2 & f'(x) = 2x \\ g(x) = e^x & g'(x) = e^x \end{cases}$$

temos pela integração por partes:

$$x^2 e^x - \int 2x e^x$$

Resolvendo

o integral na substituição:

Subst. temos a integral:

$$-\int 2x e^x dx = 2x e^x - \int 2e^x dx = x^2 e^x - (2x e^x - 2e^x)$$

$$= x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x$$

$$= e^x (x^2 - 2x + 2)$$

$$\int \frac{x^2}{f} dx$$

$$\int x^2 e^x dx$$

$$(SB) \int \frac{2x e^x}{f} dx$$

$$\int 2x e^x dx =$$

$$\int x^2 e^x dx =$$

$$= x$$

$$\int 2x \cdot e^{2x} dx$$

$$x^2 \cdot e^x = \int 2x \cdot e^x dx$$

$$\int x^2 e^x dx \quad (I) \quad \int f g' = f g - \int f' g$$

[IP] (II) $\begin{cases} f(x) = x^2 & f'(x) = 2x \\ g(x) = e^x & g'(x) = e^x \end{cases}$

temos pela integração por partes:

$$x^2 e^x - \int 2x e^x dx$$

resolvendo a integral na substituição: $\int 2x e^x dx$; substituição na integral:

$$-\int 2x e^x dx = 2x e^x - \int 2e^x dx = 2x e^x - 2e^x$$

$$-\int 2x e^x dx = 2x e^x - 2e^x$$

$$= x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x$$

$$= e^x (x^2 - 2x + 2)$$

$$\int \frac{x^2}{f} \frac{e^x}{g'} dx = ?$$

$$\int x^2 e^x dx = x^2 e^x - \underbrace{\left(\int 2x e^x dx \right)}_{(SI)} \quad \text{Por [IP]} \begin{cases} f := x^2 \\ g := e^x \\ f' := 2x \\ g' := e^x \end{cases}$$

$$(SI) \int \frac{2x e^x}{f g} dx = 2x e^x - \underbrace{\left(\int 2 e^x dx \right)}_{2 e^x}$$

$$\int 2x e^x dx = 2x e^x - 2e^x$$

$$\int x^2 e^x dx = x^2 e^x - (2x e^x - 2e^x)$$

$$= x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x$$

C2 16/ABRIL/2025

INICIO: 9:24

HOJE A AULA VAI SER PRINCIPALMENTE SOBRE O MODO DE FAZER AS CONTAS QUE VAI VALER PONTOS DA PROVA -

TEM EXEMPLOS NA PDFZINHO SOBRE CONTAS COM JUSTIFICATIVAS - O LINK PRA ELE TÁ NO TOPO DA PÁGINA DO CURSO.

PÁGINAS 4, 5 E 6

OUTRAS COISAS DE

HOJE: FOCAS DO DIA - SOBRE O QUE ACONTECE QUANDO VOCÊS RECLAMAM COM A COORDENADORIA -

E UM POUQUINHO SOBRE O QUE EU FALEI NA ÚLTIMA AULA - "VAI PIORAR AÍTO" //

$$\int \cos(2x) \cdot 2 dx = \sin 2x$$

$$= \sin u$$

$$= \int \cos u du$$

$$u = 2x \quad //$$

$$\frac{d}{dx} u = \frac{d}{dx} 2x = 2$$

$$\frac{du}{dx} = 2$$

$$du = 2 dx \quad //$$

$$\int \cos(2x) \cdot \underbrace{2}_{\frac{du}{dx}} dx = \int \cos u du$$

$$\frac{du}{dx} dx = du$$

por [TFC2] ...

$$\int_{x=a}^{x=b} \cos(2x) \cdot 2 dx \stackrel{(1)}{=} (\sin 2x) \Big|_{x=a}^{x=b}$$

$$\stackrel{(2)}{=} \sin 2b - \sin 2a$$

$$\stackrel{(3)}{=} (\sin u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

$$\stackrel{(4)}{=} \int_{u=2a}^{u=2b} \cos u du \quad \text{por ?}$$

$$(\sin u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} = \sin 2b - \sin 2a$$

por [DEF DIF] [x:=u]

$$F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a)$$

$$F(u) \Big|_{u=a}^{u=b} = F(b) - F(a)$$

$$F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} = F(2b) - F(2a)$$

$$\sin u \Big|_{u=2a}^{u=2b} = \sin 2b - \sin 2a$$

$$2 dx = \frac{d}{dx} \sin 2x = \frac{d}{dx} \sin u$$

$$= \int \cos u du$$

$$\frac{d}{dx} u = 2$$

$$du = 2 dx$$

$$\frac{du}{dx} dx = du$$

por [TFK2] ...

$$\int 2 dx = \left(\sin 2x \right) \Big|_{x=2a}^{x=b}$$

$$= \sin 2b - \sin 2a$$

$$= \left(\sin u \right) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

$$= \int_{u=2a}^{u=2b} \cos u du \quad \text{por ?}$$

$$\left(\sin u \right) \Big|_{u=2a}^{u=2b} = \sin 2b - \sin 2a$$

EXERCÍCIO:
JUSTIFIQUE "(4)",
QUE É:
 $\int_{u=2a}^{u=2b} \cos u du = \sin u \Big|_{u=2a}^{u=2b}$

por [DEF DIF] [x:=u] [a:=2a] [b:=2b] [F(u):=sin u]

$$F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a)$$

$$F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} = F(2b) - F(2a)$$

$$\sin u \Big|_{u=2a}^{u=2b} = \sin 2b - \sin 2a$$

C2 16/ABRIL/2025

INICIO: 9:24

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} \cos u du = \text{sen } u \Big|_{u=2a}^{u=2b} \quad \text{Por [TFC2]}$$

$$\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \quad [x := u]$$

$$\int_{u=a}^{u=b} F'(u) du = F(u) \Big|_{u=a}^{u=b} \quad \begin{cases} b := 2b \\ a := 2a \end{cases}$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} F'(u) du = F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} \quad \begin{cases} F(u) := \text{sen } u \\ F'(u) := \cos u \end{cases}$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} \cos(u) du = \text{sen}(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} \cos(u) du = \text{sen}(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} \quad \text{Por [TFC2]}$$

$$\text{Por [TFC2]} \quad [x := u] \quad \begin{cases} b := 2b \\ a := 2a \end{cases} \quad \begin{cases} F(u) := \text{sen}(u) \\ F'(u) := \cos(u) \end{cases}$$

$$\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b}$$

$$\int_{u=a}^{u=b} F'(u) du = F(u) \Big|_{u=a}^{u=b}$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} F'(u) du = F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} \cos(u) du = \text{sen}(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

Por [DEF DIF]

$$F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a)$$

$$F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} = F(2b) - F(2a)$$

$$F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} = F(2b) - F(2a)$$

$$\text{sen } u \Big|_{u=2a}^{u=2b} = \text{sen}(2b) - \text{sen}(2a)$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} \cos(u) du = \text{sen}(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} \quad \text{Por } [TFC2]$$

Por [TFC2] $[x := u]$ $[b := 2b]$ $[a := 2a]$ $[F(u) := \text{sen}(u)]$
 $[F'(u) := \cos(u)]$

$$\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b}$$

$$\int_{u=a}^{u=b} F'(u) du = F(u) \Big|_{u=a}^{u=b}$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} F'(u) du = F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} \cos(u) du = \text{sen}(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

$$\left[\begin{array}{l} F(u) := \text{sen } u \\ F'(u) := \cos u \end{array} \right]$$

Por [DEFDIF] $[x := u]$ $[a := 2a]$ $[b := 2b]$ $[F(u) := \text{sen } u]$

$$F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a)$$

$$F(u) \Big|_{u=a}^{u=b} = F(b) - F(a)$$

$$F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} = F(2b) - F(2a)$$

$$\text{sen } u \Big|_{u=2a}^{u=2b} = \text{sen } 2b - \text{sen } 2a$$

$$\cos(2x) \cdot 2 dx$$

$$\Big|_{x=2a}^{x=2b}$$

$$[x := u]$$

C2 16/ABRIL/2025

INICIO: 9:24

$$[IP] = \left(\int f g' dx = fg - \int f' g dx \right)$$

$$\int \frac{1}{x} \cdot \ln x \, dx = \int \frac{1}{x} \ln x \, dx = \int \frac{1}{x} \ln x \, dx$$

$$= x \ln x - \int x \frac{1}{x} dx$$

$$= x \ln x - \int 1 dx$$

$$= x \ln x - x$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} \cos(u) du = \text{sen}(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

Por [TFC2]

Por [TFC2] $\{x := u\}$ $\{b := 2b\}$ $\{a := 2a\}$ $\{F(u) := \text{sen}(u)\}$ $\{F'(u) := \cos(u)\}$

$$\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b}$$

$$\int_{u=a}^{u=b} F'(u) du = F(u) \Big|_{u=a}^{u=b}$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} F'(u) du = F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} \cos(u) du = \text{sen}(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

Por [DEFDIF] $\left[\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \right]$

$$F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a)$$

$$F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} = F(2b) - F(2a)$$

$$F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} = F(2b) - F(2a)$$

$$\text{sen } u \Big|_{u=2a}^{u=2b} = \text{sen } 2b - \text{sen } 2a$$

$$\int (1 \cdot \ln x) dx$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} \cos(u) du = \text{sen}(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

Por [TFC2]

Por [TFC2] $[x := u]$ $[a := 2a]$ $[b := 2b]$ $[F(u) := \text{sen}(u)]$ $[F'(u) := \cos(u)]$

$$\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b}$$

$$\int_{u=a}^{u=b} F'(u) du = F(u) \Big|_{u=a}^{u=b}$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} F'(u) du = F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

$$\int_{u=2a}^{u=2b} \cos(u) du = \text{sen}(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b}$$

Por [DEF DIF] $[x := u]$ $[a := 2a]$ $[b := 2b]$ $[F(u) := \text{sen } u]$

$$F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a)$$

$$F(u) \Big|_{u=a}^{u=b} = F(b) - F(a)$$

$$F(u) \Big|_{u=2a}^{u=2b} = F(2b) - F(2a)$$

$$\text{sen } u \Big|_{u=2a}^{u=2b} = \text{sen } 2b - \text{sen } 2a$$

$$\int (1 \cdot \ln x) dx$$

C2 28/ABRIL/2025

INICIO: 14:27

HOJE A GENTE VAI COMEÇAR A TREINAR PRA UM PROBLEMA QUE:

- VAI VALER 3 OU 4 PONTOS NA PROVA
- É BEM FÁCIL TREINAR PRA ELE COM O MÁXIMO
- É FÁCIL TREINAR PRA ELE NO PAPEL SE VOCÊS APRENDERAM O [:=]
- SE VOCÊS NÃO APRENDERAM O [:=] = TALVEZ PORQUE VOCÊS TÊM MUITA DIFICULDADE DE PERGUNTAR - VAI TER DICAS PRA GANHAR PONTOS NESTA QUESTÃO FAZENDO UM REQUERIMENTO DE REVISÃO DE PROVA.

$$[MVI1] = \left(\int f'(g(x))g'(x) dx = \int f'(u) du \right)$$

$$[MVD1] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(g(x))g'(x) dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u) du \right)$$

$$\int f'(g(h(x)))g'(h(x))h'(x) dx$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\frac{dv}{dx}} = du$

$$\stackrel{(1)}{=} \int f'(g(u))g'(u) du$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\frac{dv}{du}} = dv$

$$\stackrel{(2)}{=} \int f'(v) dv$$

$$= f(v)$$

$$= f(g(u))$$

$$= f(g(h(x)))$$

$$\frac{dv}{dx} dx = dv$$

EXERCÍCIOS:

① JUSTIFIQUE A "(2)"

② JUSTIFIQUE A "(1)"

③ INTEGRE $\int \cos(4x) dx$

E JUSTIFIQUE O PASSO COM A MUDANÇA DE VARIÁVEL.

④ FAÇA A MESMA COISA QUE NO EXERCÍCIO 3 MAS PARA OS EXERCÍCIOS 7, 8, 9, 11 E 14 DA PÁGINA 374 DO STEWART. VOU POR O LINK NA PÁGINA DO CURSO!

$$= \int \cos(\underbrace{4x}_u) \underbrace{dx}_{\frac{1}{4} du} \stackrel{(6)}{=} \int \cos(u) \cdot \frac{1}{4} du$$

$$= \frac{1}{4} \int \cos u du$$

$$= \frac{1}{4} \sin u$$

$$= \frac{1}{4} \sin(4x) //$$



... (6) ...

POR [MVI1]...

$$I1] = \left(\int f'(g(x)) g'(x) dx = \int f'(u) du \right)$$

$$I1] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(g(x)) g'(x) dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u) du \right)$$

$$\int \underbrace{f'(g(h(x)))}_v \underbrace{g'(h(x))}_u \underbrace{h'(x) dx}_{\frac{du}{dx} du} = \int f'(u) du$$

$$\int \underbrace{f'(g(u))}_v \underbrace{g'(u) du}_{\frac{dv}{du} du} = \int f'(v) dv$$

$$\begin{aligned} &= \int f'(v) dv \\ &= f(v) \\ &= f(g(u)) \\ &= f(g(h(x))) \end{aligned}$$

$$\frac{du}{dx} dx = du$$

EXERCÍCIOS:

① JUSTIFIQUE A "(2)"

② JUSTIFIQUE A "(1)"

③ INTEGRE $\int \cos(4x) dx$

E JUSTIFIQUE O PASSO COM A MUDANÇA DE VARIÁVEL.

④ FAÇA A MESMA COISA QUE NO EXERCÍCIO 3 MAS PARA OS EXERCÍCIOS 7, 8, 9, 11 e 14 DA PÁGINA 374 DO STEWART. VOU POR O LINK NA PÁGINA DO CURSO!

$$\begin{aligned} \int \underbrace{\cos(4x)}_v \underbrace{dx}_{\frac{1}{4} du} &\stackrel{(6)}{=} \int \cos(u) \cdot \frac{1}{4} du \\ &= \frac{1}{4} \int \cos u du \\ &= \frac{1}{4} \sin u \\ &= \frac{1}{4} \sin(4x) \end{aligned}$$

$$\left[\begin{aligned} u &\equiv 4x \\ \frac{du}{dx} &\equiv \frac{d}{dx} u = \frac{d}{dx} 4x = 4 \\ \frac{du}{dx} &\equiv 4 \\ du &= 4 dx \\ \frac{1}{4} du &= dx \end{aligned} \right]$$

... $\stackrel{(6)}{=} \dots$ POR [MVI1] ...

C2 27/ABRIL/2025

Início: 14:23

HOJE: CONTINUAÇÃO DE ONTEM!

$$[MVI 1] = \left(\int f'(g(x)) g'(x) dx = \int f'(u) du \right)$$

$$[MVD 1] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(g(x)) g'(x) dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f(u) du \right)$$

PEGUEM A P. 96

QUE EU ACABEI DE DISTRIBUIR E

NUMEREM AS IGUALDADES

DA [MVIS fghk] COMO (1) ... (2)

E JUSTIFIQUE A IGUALDADE (2) SEM.

$$g(u) := g(h(v))$$

$$g'(u) := g'(h(v)) \cdot h'(v)$$

$$\int \alpha(\beta(\gamma(t))) \beta'(\gamma(t)) \gamma'(t) dt$$

$$= \int \alpha(\beta(w)) \beta'(w) dw$$

$$[\gamma(u) := h(w)]$$

$$\int \underline{k'(x)} h'(h(x)) g'(g(h(k(x)))) f'(f(g(h(k(x)))) dx = \int h'(u) g'(h(u))$$

$$\int \frac{dk}{dx} h'(h(k))$$

$$f'(g(v)) \cdot g'(v)$$

$$k'(x) h'(h(x)) g'(g(h(k(x)))) f'(f(g(h(k(x)))) dx = \int \underline{h'(u)} \underline{g'(h(u))}$$

$$= \int \underbrace{k'(x)}_{\frac{dk}{dx}} \cdot \underbrace{h'(h(x))}_{u} \cdot \underbrace{g'(g(h(k(x))))}_{v} \cdot \underbrace{f'(f(g(h(k(x))))}_{w} dx = \int f'(g(u)) \cdot g'(u) dx \quad [u = k(x)]$$

$$\frac{3}{2} \cdot 2 = 3 \quad \frac{dx}{dx} \cdot dx = \frac{dx}{1} = dx$$

$$= \dots \quad f'(g(u)) \cdot g'(u)$$

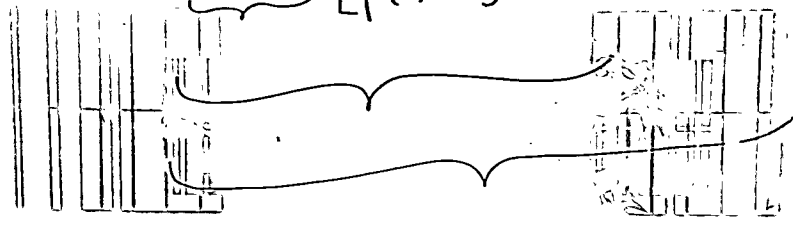
$$\boxed{\frac{dk}{du} \cdot du} \quad \begin{aligned} \frac{dk}{dx} \cdot k'(x) &= \frac{dk}{dx} \\ k'(u) &= \frac{dk}{du} \end{aligned}$$

C2 30/ABRIL/2025
 INICIO: 9:27

HOJE: UMA VERSÃO
 CONSERTADA DO
 EXERCÍCIO DE
 ONTEM! ELA TÁ
 NO LINK NO TOPO
 DA PÁGINA DO
 CURSO - PROCUREM
 PELO SLIDE "COMO
 JUSTIFICAR UMA
 MV DE CABEÇA"
 VOU IMPRIMIR LEMAS
 CÓPIAS DISSO E
 VOLTAR JÁ!

$$\int t^2 \cos(t^3) dt \Rightarrow \int \frac{1}{3} \cos(w) dw \quad \text{POR [MVI1]} \begin{cases} g(x) := x^3 \\ g'(x) := 3x^2 \\ f'(u) := \frac{1}{3} \cos u \end{cases} \begin{cases} x := t \\ u := w \end{cases}$$

$$[S2] = \begin{cases} f'(u) := \frac{1}{3} \cos u \\ u := t^3 \\ u' := 3t^2 \end{cases}$$



$$\underbrace{\int f'(g(x))g'(x) dx = \int f'(u) du}_{[MVI1]} \quad [S2]$$

$$\int f'(u)g'(x) dx = \int f'(t^3) dt^3 \quad \parallel$$

$$(f'(42)) [f' := \sin u] = (\sin u)(42) \quad \parallel$$

$$(f'(42)) [f'(u) := \sin u] = \sin 42$$

$$[S0] = [f'(u) := \cos(u) \cdot \frac{1}{3}]$$

$$f'(200) [S0] =$$

$$\cos(200) \cdot \frac{1}{3}$$

$$g(200) [g(x) := x^5] = (g(200)) := 200^5$$

TRAILER DA
 PRÓXIMA AULA:
 DERIVADA DA
 FUNÇÃO INVERSA

$$[DFI6] = \begin{cases} f(g(x)) = x \\ \frac{d}{dx} f(g(x)) = \frac{d}{dx} x \\ = 1 \\ \frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x) \\ f'(g(x))g'(x) = 1 \\ g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \end{cases}$$

$$[DFI2] = \begin{cases} f(g(x)) = x \\ g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \end{cases}$$

$$[DFI2] \begin{cases} g(x) := \log x \\ g'(x) := \log' x \\ f(x) := \exp(x) \\ f'(x) := \exp'(x) \end{cases} =$$

$$\sum_{k=1}^3 k \quad \sum_{k=1}^3 a = a+a+a$$

$$\int \frac{1}{3} \cos(w) dw$$

Por [MVI1] $\left[\begin{array}{l} g(x) := x^3 \\ g'(x) := 3x^2 \\ f'(u) := \frac{1}{3} \cos u \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} x := t \\ u := w \end{array} \right]$

$$\left[\begin{array}{l} 3x^3 \\ t^3 \\ 3t^2 \end{array} \right]$$

[S2]

du

$$\int dt^3 \quad \parallel$$

$$[f' := \sin u] = (\sin u)(42) \quad \parallel$$

$$[f'(u) := \sin u] = \sin 42$$

$$[S0] = [f'(u) := \cos(u) \cdot \frac{1}{3}]$$

$$f'(200) [S0] =$$

$$\cos(200) \cdot \frac{1}{3}$$

$$[DFI2] = \left(\begin{array}{l} f(g(x)) = x \\ g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \end{array} \right)$$

$$g(200) [g(x) := x^5] = (200) := 200^5$$

$$[DFI2] \left[\begin{array}{l} g(x) := \log x \\ g'(x) := \log' x \\ f(x) := \exp(x) \\ f'(x) := \exp'(x) \end{array} \right] =$$

$$\left(\begin{array}{l} \exp(\log(x)) = x \\ \log'(x) = \frac{1}{\exp'(\log x)} \end{array} \right)$$

$$\log'(x) = \frac{1}{\exp'(\log x)}$$

$$= \frac{1}{\exp(\log x)}$$

$$= \frac{1}{x}$$

$$\sum_{k=1}^3 k$$

$$\sum_{k=1}^3 a = a+a+a$$

TRAILER DA
PRÓXIMA AULA:
DERIVADA DA
FUNÇÃO INVERSA

[DFI6] =

$$\left(\begin{array}{l} f(g(x)) = x \\ \frac{d}{dx} f(g(x)) = \frac{d}{dx} x \\ = 1 \\ \frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x) \\ f'(g(x))g'(x) = 1 \\ g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \end{array} \right)$$

$$e^x \quad \exp(x)$$

C2 5/MAIO/2025
 Início: 14:31

HOJE: DERIVADA DA FUNÇÃO INVERSA E TALVEZ FRAÇÕES PARCIAIS (E REVISÃO DE SISTEMAS)

$$\left(\begin{array}{l} f(g(x)) \stackrel{(1)}{=} x \\ \frac{d}{dx} f(g(x)) \stackrel{(2)}{=} \frac{d}{dx} x \\ \stackrel{(3)}{=} 1 \\ \frac{d}{dx} f(g(x)) \stackrel{(4)}{=} f'(g(x))g'(x) \\ f'(g(x))g'(x) \stackrel{(5)}{=} 1 \\ g'(x) \stackrel{(6)}{=} \frac{1}{f'(g(x))} \end{array} \right)$$

||
 [DFI6]
 [DFI2] = $\left(\begin{array}{l} f(g(x)) = x \\ g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \end{array} \right)$

EXERCÍCIO 0:

a) [DFI2] $\left[\begin{array}{l} g(x) := \ln x \\ g'(x) := \ln' x \\ f(x) := \exp(x) \\ f'(x) := \exp'(x) \end{array} \right] = \left(\begin{array}{l} \exp(\ln(x)) = x \\ \ln'(x) = \frac{1}{\exp'(\ln(x))} \end{array} \right)$

b) [DFI2] $\left[\begin{array}{l} g(x) := \arcsen x \\ g'(x) := \arcsen' x \\ f(x) := \sen x \\ f'(x) := \sen' x \end{array} \right] = ?$

$$\begin{aligned} \ln'(x) &= \frac{1}{\exp'(\ln(x))} \\ &= \frac{1}{\exp(\ln(x))} \\ &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \ln x &= \frac{1}{x} \\ \int \frac{1}{x} dx &= \ln x \end{aligned}$$

por [DFI2] [.]

Exercício 1:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{x-2} dx &= \int \left(\frac{1}{\underbrace{(x-2)}_u} \right) \cdot \frac{1}{\frac{du}{dx}} dy \quad \left[\begin{array}{l} u = x-2 \\ \frac{du}{dx} = \end{array} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \int \frac{1}{u} du \\ &= \ln u \\ &= \ln(x-2) \end{aligned}$$

$$\int \frac{1}{x-200} dx = \ln(x-200)$$

$$\int \frac{1}{x-a} dx = \ln(x-a) \quad \left(\begin{array}{l} \text{SE } a \text{ FOR} \\ \text{UM NÚMERO} \\ \text{SE } a=x \text{ DA} \\ \text{TUDO ERRO} \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} \int \frac{2}{x-3} + \frac{5}{x-7} dx &= \int \frac{2}{x-3} dx + \int \frac{5}{x-7} dx \\ &= 2 \int \frac{1}{x-3} dx + 5 \int \frac{1}{x-7} dx \\ &= 2 \ln(x-3) + 5 \ln(x-7) \end{aligned}$$

110 0:

[DFI2] $\begin{cases} g(x) := \ln x \\ g'(x) := \ln' x \\ f(x) := \exp(x) \\ f'(x) := \exp'(x) \end{cases} = \begin{pmatrix} \exp(\ln(x)) = x \\ \ln'(x) = \frac{1}{\exp'(\ln(x))} \end{pmatrix}$

[DFI2] $\begin{cases} g(x) := \arcsen x \\ g'(x) := \arcsen' x \\ f(x) := \sen x \\ f'(x) := \sen' x \end{cases} = ?$

$$\ln'(x) = \frac{1}{\exp'(\ln(x))} = \frac{1}{\exp(\ln(x))} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x$$

por [DFI2] [.]

Exercício 1:

$$\int \frac{1}{x-2} dx = \int \left(\frac{1}{\underbrace{(x-2)}_u} \right) \cdot \underbrace{1}_{\frac{du}{dx}} dx$$

$$\left[\begin{matrix} u = x-2 \\ \frac{du}{dx} = 1 \end{matrix} \right]$$

$$= \int \frac{1}{u} du$$

$$= \ln u = \ln(x-2)$$

$$\int \frac{1}{x-200} dx = \ln(x-200)$$

$$\int \frac{1}{x-a} dx = \ln(x-a) \quad \left(\begin{matrix} \text{SE } a \text{ FOR} \\ \text{UM NÚMERO} \\ \text{SE } a = x \text{ DA} \\ \text{TU DO ERRODO} \end{matrix} \right)$$

$$\int \frac{2}{x-3} + \frac{5}{x-7} dx = \int \frac{2}{x-3} dx + \int \frac{5}{x-7} dx$$

$$= 2 \int \frac{1}{x-3} dx + 5 \int \frac{1}{x-7} dx$$

$$= 2 \ln(x-3) + 5 \ln(x-7)$$

$$\frac{2}{x-3} + \frac{5}{x-7} = \frac{2(x-7)}{(x-3)(x-7)} + \frac{5(x-3)}{(x-3)(x-7)}$$

$$= \frac{2(x-7) + 5(x-3)}{(x-3)(x-7)}$$

|||||

|||||

$$(a+b)(c+d)$$

$$= a(c+d) + b(c+d)$$

$$= ac + ad + bc + bd$$

$$(x-3)(x-7)$$

$$= x(x-7) - 3(x-7)$$

$$= x^2 - 7x - 3x + 21$$

$$= x^2 - 10x + 21$$

C2 5/MAIO/2025

Início: 14:31

ABRAMO PDFZINKO
DE FRAÇÕES PARCIAIS!
ELE TA MUITO BORGUINADO
MAS A GENTE VAI USAR A
P.S DELE.

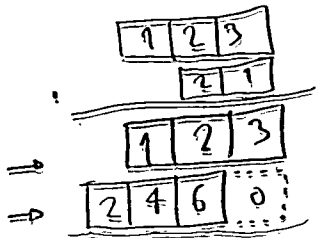
$$\begin{array}{r} 123 \\ + 21 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ \cdot 21 \\ \hline 123 \\ + 246 \\ \hline 2583 \end{array}$$

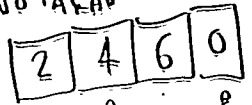
$$\begin{array}{r} 1x^2 + 2x + 3 \\ + 2x + 1 \\ \hline 1x^2 + 4x + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1x^2 + 2x + 3 \\ \cdot 2x + 1 \\ \hline 2x^3 + 4x^2 + 6x \\ + 2x^3 + 4x^2 + 6x \\ \hline 2x^3 + 5x^2 + 8x + 3 \end{array}$$

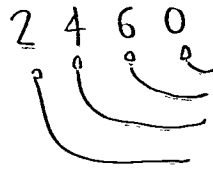
$$\begin{array}{r} 11 \\ 456 \\ + 79 \\ \hline 535 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4x^2 + 5x + 6 \\ + 7x + 9 \\ \hline 4x^2 + 12x + 15 \end{array}$$



NOTAÇÃO DE CAIXINHAS:



COEF DO x^0
COEF DO x^1
COEF DO x^2
COEF DO x^3



COEF DO 10^0
COEF DO 10^1
 10^2
 10^3

$$= 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0$$

EXERCÍCIO:

CALCULE O RESULTADO
DAS EXPRESSÕES ABAIXO
E REPRESENTE ELE EM
NOTAÇÃO DE CAIXINHAS.

a) $\boxed{123} + \boxed{45} =$

b) $\boxed{123} - \boxed{10} =$

c) $\boxed{123} \cdot \boxed{200} =$

FRAÇÕES PARCIAIS

EXEMPLO:

$$\int \frac{3x + 4}{(x-1)(x+2)} dx = ?$$

$$\frac{3x + 4}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$$

EXERCÍCIO:

$$\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} = ?$$

$$\begin{aligned} \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} &= \frac{A(x+2) + B(x-1)}{(x-1)(x+2)} \\ &= \frac{Ax + 2A + Bx - B}{(x-1)(x+2)} \\ &= \frac{(A+B)x + (2A-B)}{(x-1)(x+2)} \end{aligned}$$

$$\int \frac{2}{x-3} + 2 \ln|x-3|$$

EXERCÍCIO:

CALCULE O RESULTADO DAS EXPRESSÕES ABAIXO E REPRESENTE ELE EM NOTAÇÃO DE CAIXINHAS.

a) $\boxed{1|2|3} + \boxed{4|5} \equiv$

b) $\boxed{1|2|3} \cdot \boxed{1|0} \equiv$

c) $\boxed{1|2|3} \cdot \boxed{2|0|0} \equiv$

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 5x + 6 \\ + \quad 7x + 9 \\ \hline 4x^2 + 12x + 15 \end{array}$$

CAIXINHAS:

$\boxed{0}$
 COEF DO x^2
 COEF DO x^1
 COEF DO x^0
 COEF DO x^3

$$= 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0$$

$\boxed{0}$
 COEF DO 10^0
 COEF DO 10^1
 10^2
 10^3

FRAÇÕES PARCIAIS

EXEMPLO:

$$\int \frac{3x + 4}{(x-1)(x+2)} dx \equiv ?$$

$$\frac{3x + 4}{(x-1)(x+2)} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$$

EXERCÍCIO:

$$\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} \equiv ?$$

$$\begin{aligned} \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} &\equiv \frac{A(x+2) + B(x-1)}{(x-1)(x+2)} \\ &\equiv \frac{Ax + 2A + Bx - B}{(x-1)(x+2)} \\ &\equiv \frac{(A+B)x + (2A-B)}{(x-1)(x+2)} \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{x-3} + \frac{5}{x-7} \equiv \frac{2(x-7)}{(x-3)(x-7)} + \frac{5(x-3)}{(x-3)(x-7)}$$

$$\equiv \frac{2(x-7) + 5(x-3)}{(x-3)(x-7)}$$

$$\equiv \frac{\boxed{2|-14} + \boxed{5|-15}}{\boxed{1|-10|21}}$$

$$\equiv \frac{\boxed{7|-29}}{\boxed{1|-10|21}}$$

$$\equiv \frac{7x - 29}{x^2 - 10x + 21}$$

$$\frac{2}{x-3} + \frac{5}{x-7} = \frac{7x - 29}{x^2 - 10x + 21}$$

$$\int \frac{2}{x-3} + \frac{5}{x-7} dx = \int \frac{7x - 29}{x^2 - 10x + 21} dx$$

$$\int 2 \ln(x-3) + 5 \ln(x-7)$$

EXERCÍCIO:
 CALCULE O RESULTADO
 DAS EXPRESSÕES ABAIXO
 E REPRESENTE ELE EM
 NOTASÃO DE CAIXINHAS.

a) $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 5 \\ \hline \end{array} =$

b) $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array} =$

c) $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} =$

FRASÕES PARCIAIS

EXEMPLO:

$$\int \frac{3x+4}{(x-1)(x+2)} dx = ?$$

$$\frac{3x+4}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$$

$$= \frac{(A+B)x + (2A-B)}{(x-1)(x+2)}$$

EXERCÍCIO:

$$\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} = ?$$

$$\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} = \frac{A(x+2) + B(x-1)}{(x-1)(x+2)}$$

$$= \frac{Ax + 2A + Bx - B}{(x-1)(x+2)}$$

$$= \frac{(A+B)x + (2A-B)}{(x-1)(x+2)}$$

Queremos:

$$\frac{3x+4}{(x-1)(x+2)} = \frac{(A+B)x + (2A-B)}{(x-1)(x+2)}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$= \frac{\begin{array}{|c|c|} \hline A+B & 2A-B \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline 1-1 & 1 \cdot 2 \\ \hline \end{array}}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & -1 \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline A+B & 2A-B \\ \hline \end{array}$$

$$3 = A+B$$

$$4 = 2A-B$$

PARA CASA:

RELEMBREM SISTEMAS
 E COMO ARMAR CONTAS
 DE DIVISÃO DE
 NÚMEROS COM RESTO -
 OU DE POLINÔMIOS
 COM RESTO.

$$3 = A+B$$

$$4 = 2A-B$$

$$7 = 3A$$

$$\frac{7}{3} = A$$

$$A = \frac{7}{3}$$

$$3 = \frac{7}{3} + B$$

$$3 - \frac{7}{3} = B$$

$$\frac{9}{3} - \frac{7}{3} = B$$

$$\frac{2}{3} = B$$

$$B = \frac{2}{3}$$

$$A = \frac{7}{3}$$

$$B = \frac{2}{3}$$

por (1) : (2)

$$\begin{array}{r} x+6 \\ x+9 \\ \hline x+15 \end{array}$$

$$= 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0$$

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 10^3 \\ 4 \cdot 10^2 \\ 6 \cdot 10^1 \\ 0 \cdot 10^0 \end{array}$$

① C2 5/Maio/2025
Início: 14:31

$$\text{eq1: } 3 = A + B$$

$$\text{eq2: } 4 = 2A - B$$

$$\text{eq3: } A = \frac{7}{3}$$

$$\text{eq4: } B = \frac{2}{3}$$

$$\text{subst}([eq3, eq4], [eq1, eq2]);$$

$$\text{subst}\left(\left[A = \frac{7}{3}, B = \frac{2}{3}\right], [3 = A + B, 4 = 2A - B]\right);$$

~~$$\left[3 = \frac{7}{3} + \frac{2}{3}, 4 = \frac{14}{3} - \frac{2}{3}\right]$$~~

$$[3 = 3, 4 = 4]$$

02 6/mar/2025

Início: 14:34

HOJE: MAIS FRAÇÕES PARCIAIS!

DÊ UMA OLHADA NOS LINKS DA PÁGINA DO CURSO - E ESTUDEM POR ELAS EM CASA.

A P1 VAI TER UMA QUESTÃO SOBRE FRAÇÕES PARCIAIS QUE VAI COPIAR EXATAMENTE AS COPIAS QUE VÃO SER ÚTEIS DEPOIS EM C2 E DEPOIS EM OUTROS CURSOS.

O STEWART MOSTRA DOIS MODOS DE SEPARAR UMA FRAÇÃO MAIS COMPLICADA EM FRAÇÕES PARCIAIS - O PRIMEIRO MÉTODO QUE USA SISTEMAS E O "MÉTODO ALTERNATIVO" QUE É MAIS RÁPIDO E NÃO USA SISTEMAS.

SISTEMAS VÃO SER ÚTEIS EM OUTRAS PARTES DO CURSO, ENTÃO A PROVA VAI DIZER EXPLICITAMENTE QUE SE VOCÊ RESOLVER A QUESTÃO POR SISTEMAS ISSO VALE O PONTO TOTAL DE UM ITEM E SE VOCÊ RESOLVEREM PELO MÉTODO ALTERNATIVO ISSO VALE MENOS - ACHO QUE 70%

DÊ UMA OLHADA NA EXPLICAÇÃO DA LEITHOLD = OLHEM TAMBÉM O MIRANDA = ELE MONTA UMA CONTA DE DIVISÃO DE POLINÔMIOS DE UM JEITO INTERESSANTE.

EXERCÍCIOS

a) $\int x^{10} dx = ?$

b) $\int x^{-2} dx = ?$

c) $\int \frac{1}{x^2} dx = ?$

d) $\int \frac{1}{(x-4)^2} dx = ?$

e) $\int \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} dx = ?$

f) $\frac{1111}{11} = ?$

g) RELEMBRE COMO FAZER DIVISÃO DE POLINÔMIOS COM RESTO E FAÇA ESTA DIVISÃO AQUI:

$\frac{1000}{11} = ?$

$\int x^k dx = \frac{x^{k+1}}{k+1}$

$\int x^{-2} dx = \frac{x^{-2+1}}{-2+1}$

$= \frac{x^{-1}}{-1} = -\frac{1}{x}$

$\int \frac{1}{x^2} dx = \int x^{-2} dx$

$= -\frac{1}{x}$

$u = x-4 \quad \int \frac{1}{(x-4)^2} \frac{dx}{du} = \int \frac{1}{u^2} du$

$= -\frac{1}{u}$

$= -\frac{1}{x-4}$

$\int \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} dx = \dots = A \log(x-4) - \frac{B}{x-4}$

POR [II] $\left[\begin{matrix} F(x) = \\ F'(x) = \end{matrix} \right]$

POR (1) $[k = -2]$

$\left[\begin{matrix} u = x-4 \\ \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}(x-4) = 1 \\ \frac{du}{dx} = 1 \\ du = dx \end{matrix} \right]$

$x^3 = (x^2 - x)^2$

$x^3 \cdot \frac{1}{x-1}$

$[x-3]$

$\frac{1000}{11} = \frac{909}{11} + \frac{91}{11}$

$\frac{1000}{11} = \frac{909}{11} + \frac{91}{11}$

$\frac{1000}{11} = \frac{909}{11} + \frac{91}{11}$

$\int x^{10} dx =$

$\int x^k dx = \frac{x^{k+1}}{k+1}$

$\int x^{-10} dx =$

$\int (x-2)^k dx = \frac{(x-2)^{k+1}}{k+1}$

$$x^{(1)} = \frac{x^{k+1}}{k+1}$$

$$x = \frac{x^{-2+1}}{-2+1}$$

$$= \frac{x^{-1}}{-1}$$

$$= -\frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x^2} dx = \int x^{-2} dx$$

$$= -\frac{1}{x}$$

$$\int \frac{1}{(x-4)^2} dx = \int \frac{1}{u^2} du$$

$$= -\frac{1}{u}$$

$$= -\frac{1}{x-4}$$

$$\int \frac{A}{x-4} + \frac{B}{(x-4)^2} dx = \dots$$

$$= A \log(x-4) = \frac{B}{x-4}$$

POR [II] $\left[\begin{array}{l} F(x) := \\ F'(x) := \end{array} \right]$

POR (1) $[k := 2]$

$$\left[\begin{array}{l} u = x - 4 \\ \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}(x-4) = 1 \\ \frac{du}{dx} = 1 \\ du = dx \end{array} \right]$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 7 & 6 \\ \hline \end{array}$$

$$x^3 \quad [x=1]$$

$$[x=3]$$

$$-\frac{x^3}{(x^2-x)^2}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$100 \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\dots$$

$$1 \quad 33$$

$$3 \cdot 33 + 1 = 100$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \int \dots dx = \dots$$

$$\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}$$

$$1476 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

POR [II] $\left[\begin{array}{l} F(x) := \dots \\ F'(x) := \dots \end{array} \right]$

$$\int x^{10} dx = \frac{x^{11}}{11}$$

$$\int x^k dx = \frac{x^{k+1}}{k+1}$$

$$\frac{d}{dx} ax^2 = a \frac{d}{dx} x^2$$

$$\int (x-a)^k dx = \frac{(x-a)^{k+1}}{k+1}$$

$$\left[\begin{array}{l} u = x - a \\ \frac{du}{dx} = \end{array} \right]$$

$$\int \frac{(x-4)^{-2}}{u} \frac{dx}{du} = \int u^{-2} du$$

$$\left[\begin{array}{l} u = x - 4 \\ \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}(x-4) = 1 \\ \frac{du}{dx} = 1 \\ du = dx \end{array} \right]$$

$$\int Ax^2 + Bx^3 dx = (A+B) \int x^2 + x^3 dx$$

$$= \int (A+B)(x^2 + x^3) dx$$

$$= \int (A+B)x^2 + (A+B)x^3 dx$$

C2 7/MAIO/2025

INÍCIO: 9:32

ACCESSEM A PÁGINA DO CURSO! EU PUS SLIDES NOVOS NO FIM DO PDFZINHO SOBRE FRAÇÕES PARCIAIS!

HOJE: DIVISÃO DE POLINÔMIOS, SISTEMAS, E FATORIZAÇÃO DE POLINÔMIOS DE 2º GRUO SEM DIÁSKARA!

$$\begin{array}{r} 2773 \quad | \quad 12 \\ \underline{231} \\ \vdots \end{array}$$

$$(\%04) \begin{pmatrix} 2773 & 12 \\ 1 & 231 \end{pmatrix}$$

$$(\%06) \begin{pmatrix} 2x^3 + 7x^2 + 7x + 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} x+2 \\ 2x^2+3x+1 \end{array}$$

$$12 \cdot 231 + 1 = 2773$$

LEITHOLD:

$$\frac{x^4 - 10x^2 + 3x + 1}{x^2 - 4} =$$

$$\frac{\boxed{1 \ 0 \ -10 \ 3 \ 1}}{\boxed{1 \ 0 \ -4}} = \boxed{? \ ? \ ?} + \frac{\boxed{? \ ?}}{\boxed{1 \ 0 \ -4}}$$

$$[2 : 0 : 0]$$

$$= \sum x^2$$

$$\begin{array}{r} \boxed{1 \ 0 \ -10 \ 3 \ 1} \quad | \quad \boxed{1 \ 0 \ -4} \\ \hline - \boxed{1 \ 0 \ -4} \\ \hline \boxed{0 \ 0 \ -6 \ 3 \ 1} \\ \hline - \boxed{0 \ 0 \ 24} \\ \hline \boxed{0 \ 3 \ -23} \end{array}$$

$$\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} = \frac{4x+5}{(x+2)(x-3)}$$

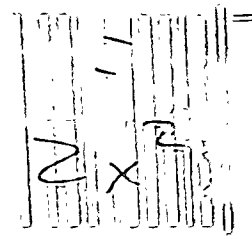
$$(x+2)(x-3) = x^2 - x - 6$$

$$\boxed{1 \ 2} \cdot \boxed{1 \ -3} = \boxed{1 \ -1 \ -6}$$

$$\boxed{1} \cdot \boxed{1} = \boxed{1 \ -1 \ 6}$$

$$\boxed{1 \ a} \cdot \boxed{1 \ b} = \boxed{1 \ a+b \ ab}$$

$$[2 : 0 : 0]$$



$$12 \cdot 231 + 1 = 2773$$

LEITHOLD:

$$\frac{x^4 - 10x^2 + 3x + 1}{x^2 - 4} =$$

$$\frac{1 \ 0 \ -10 \ 3 \ 1}{1 \ 0 \ -4} = \frac{? \ ? \ ?}{1 \ 0 \ -4} + \frac{? \ ?}{1 \ 0 \ -4}$$

$$\left. \begin{matrix} x+2 \\ 2x^2+3x+1 \end{matrix} \right)$$

$$= \frac{1 \ 0 \ -10 \ 3 \ 1}{1 \ 0 \ -4} = \frac{1 \ 0 \ -4}{1 \ 0 \ -4} + \frac{0 \ 0 \ -6 \ 3 \ 1}{1 \ 0 \ -4} = \frac{-6 \ 0 \ 24}{1 \ 0 \ -4} = \frac{1 \ 0 \ -4}{1 \ 0 \ -4} + \frac{10 \ 3 \ 1}{1 \ 0 \ -4}$$

$$\begin{matrix} 2 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & -6 \\ \hline 3 & -23 \\ \hline 1 & 0 & -4 \end{matrix} + \frac{3 \ -23}{1 \ 0 \ -4}$$

$$\frac{x^2 - 6 + 3x - 23}{x^2 - 4} = \frac{1x^2 + 3x - 29}{1x^2 - 4}$$

C2 7/MAIO/2025

INÍCIO: 9:32

ACESSEM A PÁGINA DO CURSO! EU PUS SLIDES NOVOS NO FIM DO PDFZINHO SOBRE FRIÇÕES PARCIAIS!

HOJE: DIVISÃO DE POLINÔMIOS, SISTEMAS, E FATORASÃO DE POLINÔMIOS DE 2º GRAU SEM BHASKARA!

SISTEMAS

QUEREMOS ENCONTRAR A E B TAIS QUE

$$\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} = \frac{4x+5}{(x+2)(x-3)}$$

$$\frac{A(x-3)}{(x+2)(x-3)} + \frac{B(x+2)}{(x+2)(x-3)}$$

$$A \begin{matrix} | & 1 & -3 \\ \hline \end{matrix} + B \begin{matrix} | & 1 & 2 \\ \hline \end{matrix} = \begin{matrix} | & 4 & 5 \\ \hline \end{matrix}$$

$$A \begin{matrix} | & 1 & -3A \\ \hline \end{matrix} + B \begin{matrix} | & 1 & 2B \\ \hline \end{matrix}$$

$$A+B \begin{matrix} | & -3A+2B \\ \hline \end{matrix}$$

VAMOS ENCONTRAR A E B TAIS QUE:

$$A+B \begin{matrix} | & -3A+2B \\ \hline \end{matrix} = \begin{matrix} | & 4 & 5 \\ \hline \end{matrix}$$

$$\begin{cases} A+B=4 \\ -3A+2B=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \frac{3}{5} \\ B = \frac{17}{5} \end{cases}$$

$$\left(\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} = \frac{4x+5}{(x+2)(x-3)} \right) \begin{cases} A = \frac{3}{5} \\ B = \frac{17}{5} \end{cases}$$

$$\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} = \frac{4x+5}{(x+2)(x-3)}$$

$$(x+2)(x-3) = x^2 - x - 6$$

$$\begin{matrix} | & 1 & 2 \\ \hline \end{matrix} \cdot \begin{matrix} | & 1 & -3 \\ \hline \end{matrix} = \begin{matrix} | & 1 & -1 & -6 \\ \hline \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} | & 1 & & & \\ \hline \end{matrix} \cdot \begin{matrix} | & 1 & & & \\ \hline \end{matrix} = \begin{matrix} | & 1 & -1 & 6 \\ \hline \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} | & 1 & a \\ \hline \end{matrix} \cdot \begin{matrix} | & 1 & b \\ \hline \end{matrix} = \begin{matrix} | & 1 & a+b & ab \\ \hline \end{matrix}$$

FATORASÃO DE POLINÔMIOS DE 2º GRAU SEM BHASKARA

$$\begin{matrix} | & 1 & a \\ \hline \end{matrix} \cdot \begin{matrix} | & 1 & b \\ \hline \end{matrix} = \begin{matrix} | & 1 & a+b & ab \\ \hline \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} | & 1 & 2 \\ \hline \end{matrix} \cdot \begin{matrix} | & 1 & -3 \\ \hline \end{matrix} = \begin{matrix} | & 1 & -1 & -6 \\ \hline \end{matrix}$$

COMO A GENTE RESOLVE ISSO AQUI SE ALGUÉM NOS DER A DICA DE QUE ESSE É UM POLINÔMIO FÁCIL DE FATORAR = NO SENTIDO DE QUE ELE TEM RAÍZES INTEIRAS?

$$\begin{matrix} | & 1 & ? \\ \hline \end{matrix} \cdot \begin{matrix} | & 1 & ? \\ \hline \end{matrix} = \begin{matrix} | & 1 & 3 & -28 \\ \hline \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} | & 1 & ? \\ \hline \end{matrix} \begin{matrix} | & 1 & ? \\ \hline \end{matrix} = \begin{matrix} | & 1 & 3 & -28 \\ \hline \end{matrix}$$

$$S = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-28)}}{2(1)}$$

$$P = \frac{-28}{1} = -28$$

d1	d2	d1-d2	d1+d2
-28	1	=-28	=-27
-14	2	=-28	=-12
-7	4	=-28	=-3
-4	7	=-28	=3
?	14	=-28	=12
1	28	=-28	=22
1	28	=-28	=27
2	-14	=-28	=-12
4	-7	=-28	=-3

1

FATORAÇÃO DE
POLINÔMIOS DE 2º
GRAU SEM BHASKARA

$$\boxed{1 \mid a} \cdot \boxed{1 \mid b} = \boxed{1 \mid a+b \mid ab}$$

$$\boxed{1 \mid 2} \cdot \boxed{1 \mid -3} = \boxed{1 \mid -1 \mid -6}$$

Como a gente resolve isso aqui se alguém nos der a dica de que esse é um polinômio fácil de fatorar = no sentido de que ele tem raízes inteiras?

$$\boxed{1 \mid ?} \cdot \boxed{1 \mid ?} = \boxed{1 \mid 3 \mid -28}$$

S P

$$S = \frac{(-3) \pm \sqrt{9}}{1} = 3,$$

$$P = \frac{-28}{1} = -28$$

d1	d2	d1·d2	d1+d2
=28	1	=28	=27
=14	2	=28	=12
=7	4	=28	=3
=4	7	=28	3
=2	14	=28	12
=1	28	=28	27
1	-28	=-28	-27
2	-14	=-28	-12
4	-7	=-28	-3

$$Ax^2 + bx + c \Rightarrow S = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2A}$$

$$\boxed{1 \mid -2} \cdot \boxed{1 \mid -6} \quad x^2 - 3x - 28 = (x-7)(x+4)$$

$$\begin{aligned} x^2 - 10x + 24 &= 24 \\ 1 \quad y &= -5 \\ 1 \quad y &= 4 \\ (x-6)(x-4) & \\ (x^2 - 10x + 24) &= (x-6)(x-4) \end{aligned}$$

$$B \boxed{7 \mid 2} = \boxed{4 \mid 5}$$

$$+ \boxed{B \mid 2B}$$

$$\boxed{3 \mid -3A + 2B}$$

encontrar A e B

$$\boxed{B \mid -3A + 2B} = \boxed{4 \mid 5}$$

$$+B = 4$$

$$+2B = 5$$

$$+3B = 12$$

$$5B = 17$$

$$B = \frac{17}{5}$$

$$A + \frac{17}{5} = 4$$

$$= \frac{20}{5}$$

$$A = \frac{20}{5} - \frac{17}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{cases} A+B=4 \\ -3A+2B=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{3}{5} \\ B = \frac{17}{5} \end{cases}$$

$$\left(\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} = \frac{4x+5}{(x+2)(x-3)} \right) \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{3}{5} \\ B = \frac{17}{5} \end{cases}$$