C2 18/março/2023

Início: 14:14

Hoje:

- Introdução ao curso!
- Leiam e assinem o termo de ciência e compromisso
- Acessem a página do curso
- Sigam o link que explica como os "links curtos" funcionam (eles funcionam mal no celular!)
- Criem um grupo de WhatsApp ou de Telegram! Às vezes reload de PDF não funciona no celular e eu vou ter que mandar a versão nova do PDF por WhatsApp ou Telegram!

- Eu às vezes ponho links novos no topo da página do curso durante a aula. Vejam se vocês conseguem acessar o "links pra aula de hoje" que já estão lá.

Leiam os slides "meu objetivo é...", e "meu objetivo é reprovar pessoas como você" do link "introdução nova".

SLOGAN:

$\boxed{\text{CÁLCULO 2 É MUITO DIFERENTE DE CÁLCULO 1!}}$

A primeira atividade de hoje vai ser uma que eu preparei pra Geometria Analítica há anos atrás. Dá pra acessar o PDF dela no link "Mpg8 set comprehensions".

$$\{\underbrace{x \in \{0,1,2,3\}}_{\text{gerador}} \mid \underbrace{x^2 > 3}_{\text{filtro}}\} = \{2,3\}$$

```
for x=0,3 do
  if x²>3 then
    print(x)
  end
end
```

$$\text{if } \underbrace{\underbrace{x}_{2}{}^2}_{4} > 3 \text{ then}$$

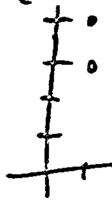
$$\{x^2 \mid x \in \{0,1,2,3\}\} = \{0,1,4,9\}$$

```
for x=0,3 do
  print(x²)
end
```

$$\text{print}(\underbrace{\underbrace{x}_{3}{}^2}_{9})$$

Pra entender as notações que usam "," ao invés de "|" leia o Mpg8!

{(1,4



TERM
EXER
SET
EM CA

023

ÊNCIA

INA

QUE
S

ES
NO

PO

AS
DE
NA
EU
ANDAR
DO PDF
OU

• EU ÀS VEZES PONHO LINKS NOVOS NO TOPO DA PÁGINA DO CURSO DURANTE A AULA. VEJAM SE VOCÊS CONSEGUEM ACESSAR O "LINKS PRA AULA DE HOJE" QUE JÁ ESTÃO LÁ.

LEIAM OS SLIDES "MEU OBJETIVO É..." E "MEU OBJETIVO É REPROVAR PESSOAS COMO VOCÊ" DO LINK "INTRODUÇÃO NOVA".

SLOGAN:

$\boxed{\text{CÁLCULO 2 É MUITO DIFERENTE DE CÁLCULO 1!}}$

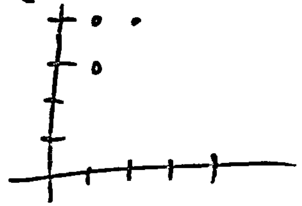
A PRIMEIRA ATIVIDADE DE HOJE VAI SER UMA QUE EU PREPAREI PRA GEOMETRIA ANALÍTICA HÁ ANOS ATRÁS. DÁ PRA ACESSAR O PDF DELA NO LINK "Mpg8 SET COMPREHENSIONS".

$$\{\underbrace{x \in \{0,1,2,3\}}_{\text{GERADOR}} \mid \underbrace{x^2 > 3}_{\text{FILTRO}}\} = \{2,3\}$$

```
for x = 0, 3 do
  if x^2 > 3 then
    print(x)
  end
end
```

$$\text{if } \underbrace{\underbrace{\underbrace{x}_{2}{}^2}_{4} > 3}_{V} \text{ then}$$

$$\{(1,4),(2,4),(1,3)\}$$



$$\{x^2 \mid x \in \{0,1,2,3\}\} = \{0,1,4,9\}$$

```
for x = 0,3 do
  print(x^2)
end
```

$$\text{print}(\underbrace{\underbrace{x}_{3}{}^2}_{9})$$

PRA ESTENDER AS NOTAÇÕES QUE USAM ";" AO INVÉS DE "|" LEIA O Mpg8!

TERMINEM OS EXERCÍCIOS DE SET COMPREHENSIONS EM CASA!!!

$\boxed{\text{C2 19/mar/2024}}$

$\boxed{\text{INÍCIO: 14:20}}$

ACESSEM A PÁGINA DO CURSO! A GENTE VAI USAR OS "LINKS PRA HOJE".

HOJE:
MAIS INTRODUÇÃO!
ABRAM O PDF SOBRE EXPRESSÕES E ÁRVORES.
NA PÁGINA DE LINKS DELE TEM UM LINK ASSIM:

Leit1p37 $(f+g)(x)=f(x)+g(x)$

ESSE LINK VAI PRA UMA PÁGINA DO LEITHOLD, QUE É UM DOS LIVROS QUE NÓS VAMOS USAR NO CURSO.

$f(x) = \text{sen}\ x$
$g(x) = \cos x$
$(f+g)(x) = f(x)+g(x)$
$\quad = \text{sen}\ x + \cos x$

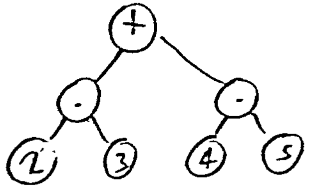
$(20f+42g)(x)$

$(\text{sen} + \cos)$
$(20\,\text{sen} + 42\cos)$

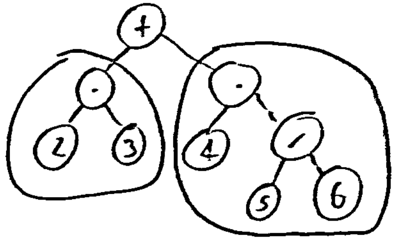
$2y+x=3 \quad$ (eq1)
$5y+4x=6 \quad$ (eq2)
$4(2y+x)=12 \quad$ (eq3) eq3 = eq1 · 4
$8y+4x=12 \quad$ (eq4) expand(eq3)
$(8y-5y)+(4x-4x)=6 \quad$ (eq5) eq4 - eq2
$3y + 0x = 6 \quad$ (eq6)
$3y = 6 \quad$ (eq7)
$y = 2 \quad$ (eq8) eq7/2

```
(%i1) 2y+x=3;
(%o1)        2y+x=3
(%i2) ex1 : 2y+x=3
(%o2)        2y+x=3
(%i3) ex1;
(%o3)        2y+x=3
(%i4) op(ex1);
(%o4)        =
(%i5) lhs(ex1);
(%o6)        2y+3
```

$2\cdot3+4\cdot5 \Rightarrow$



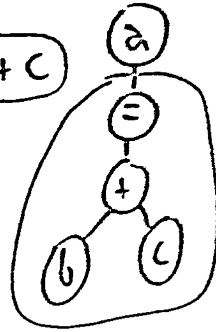
$\boxed{2\cdot3}+\boxed{4\cdot\frac{5}{6}} \Rightarrow$



(0) EXERCÍCIO:
ENCONTRE UMA BOA REPRESENTAÇÃO EM ÁRVORE PARA CADA UMA DAS EXPRESSÕES ABAIXO: — EXISTEM MUITAS!

a) $2/5$
b) $\frac{2}{5}$
c) $2/(x+y)$
d) $3x+4y$
e) $3x+4y=z$
f) $f(x)+g(x)$
g) $2+3x$
h) $2+3\cdot x$
i) $2+(3\cdot x)$
j) $G := \{x\in\{3,4\}, \underbrace{y\in\{1,2,3\}}; (y,x)\}$
k) $\{1,2,3\}$

$a \boxed{= b+c}$



$\overset{\shortparallel}{\wedge}$

```
ex1 : a + b;
ex2 : a = b;
ex3 : [a,b,c]
op(ex1);
      +
op(ex2);
      =
args(ex1);
      [a, b]
args(ex2);
      [a,b];
op(ex3);
      [
args(ex3);
      [a,b,c]
```

$2y + x = 3$ (eq1)
$5y + 4x = 6$ (eq2)
$4(2y+x) = 12$ (eq3) eq3 = eq1 · 4
$8y + 4x = 12$ (eq4) expand(eq3)
$(8y-5y) + (4x-4x) = 6$ (eq5) eq4 - eq2
$3y + 0x = 6$ (eq6)
$3y = 6$ (eq7)
$y = 2$ (eq8) eq7/2

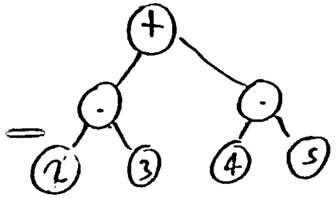
:
$= f(x) + g(x)$

A
QUE
UE
URSO.

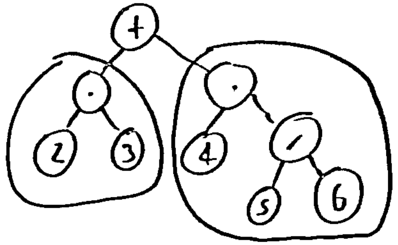
(x)
cos x

(%i1) 2y + x = 3 ;
(%o1) 2y + x = 3
(%i2) ex1 : 2y + x = 3
(%o2) 2y + x = 3
(%i3) ex1;
(%o3) 2y + x = 3
(%i4) op(ex1);
(%o4) =
(%i5) lhs(ex1);
(%o6) 2y+3

$2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \Rightarrow$



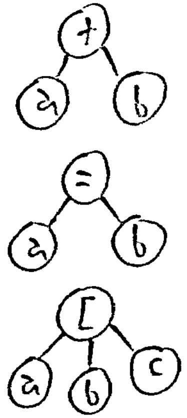
$\boxed{2 \cdot 3} + \boxed{4 \cdot \frac{5}{6}} \Rightarrow$



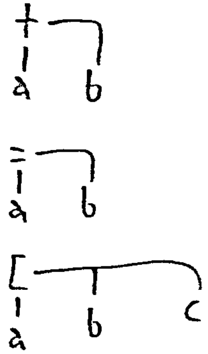
0 EXERCÍCIO:
ENCONTRE UMA BOA REPRESENTAÇÃO EM ÁRVORE PARA CADA UMA DAS EXPRESSÕES ABAIXO: — EXISTEM MUITAS!

a) $2/5$
b) $\frac{2}{5}$
c) $2/(x+y)$
d) $3x + 4y$
e) $3x + 4y = z$
f) $f(x) + g(x)$
g) $2 + 3x$
h) $2 + 3 \cdot x$
i) $2 + (3 \cdot x)$
j) $G := \{x \in \{3,4\}, \underbrace{y \in \{1,2,3\}}; (y,x)\}$
k) $\{1,2,3\}$

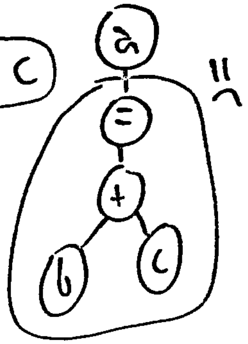
ex1 : a + b;
ex2 : a = b;
ex3 : [a, b, c];

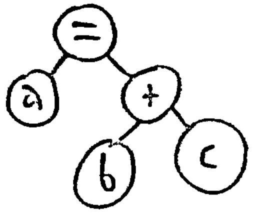


op(ex1);
+
op(ex2);
=
args(ex1);
[a, b]
args(ex 2);
[a, b];
op(ex3);
[
args(ex3);
[a, b, c]



$a \boxed{= b + c}$





C2 19/mar/2024

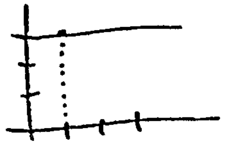
INÍCIO: 14:20

ACESSEM A PÁGINA DO CURSO! A GENTE VAI USAR OS "LINKS PRA HOJE".

HOJE:
MAIS INTRODUÇÃO!
ÁRVORES!
UMA TÉCNICA PRA OBTER REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS - UM JOGO COLABORATIVO!

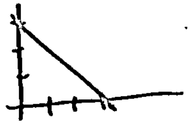
SEJA $f_1(x) = \begin{cases} 3-x & \text{QUANDO } x<2, \\ x-2 & \text{QUANDO } 2 \leq x. \end{cases}$

SEJA $f_2(x) =$



$f_1(1) = 2$
$f_2(1) = 3$

SEJA $f_3(x) =$

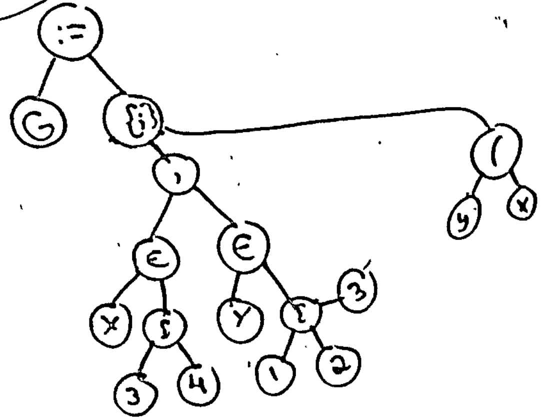


$f_1(3) = 1$
$f_3(3) = 0$

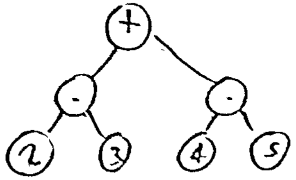
PROBLEMA SIMPLES $\xrightarrow{\text{TÉCNICA}}$ SOLUÇÃO

PROBLEMA MAIS COMPLICADO $\longrightarrow$ SOLUÇÃO

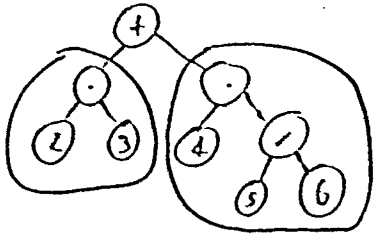
$G := \{x \in \{3,4\}, y \in \{1,2,3\}; (y,x)\}$



$2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \Rightarrow$



$(2 \cdot 3) + (4 \cdot \frac{5}{6}) \Rightarrow$

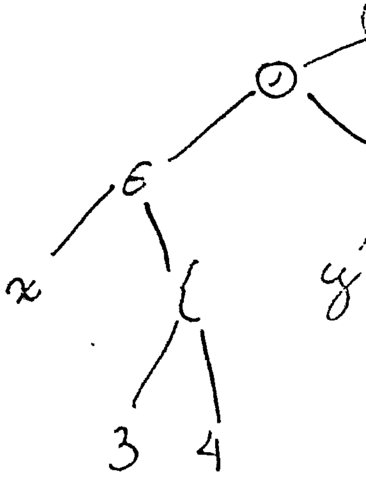


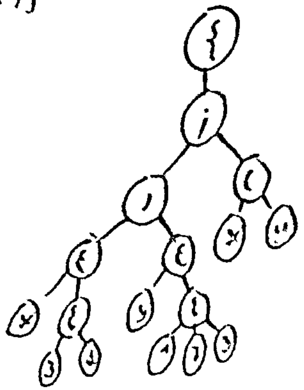
EXERCÍCIO:
ENCONTRE UMA BOA REPRESENTAÇÃO EM ÁRVORE PARA CADA UMA DAS EXPRESSÕES ABAIXO:

EXISTEM MUITAS!

a) $2/5$
b) $\frac{2}{5}$
c) $2/(x+y)$
d) $3x+4y$
e) $3x+4y=2$
f) $f(x)+g(x)$
g) $2+3x$
h) $2+3 \cdot x$
i) $2+(3 \cdot x)$
j) $G := \{x \in \{3,4\}, \underbrace{y \in \{1,2,3\}}; (y,x)\}$
k) $\{1,2,3\}$

$\{x \in \{3,4\}, y \in \{1,2,3\}; ($



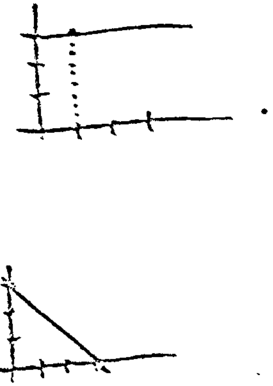


PROBLEMA SIMPLES $\xrightarrow[\text{TÉCNICA}]{}$ SOLUÇÃO

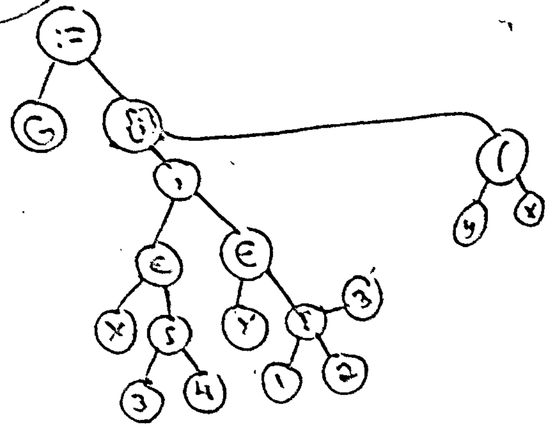
PROBLEMA MAIS COMPLICADO $\longrightarrow$ SOLUÇÃO

TAÇÕES
JOGO

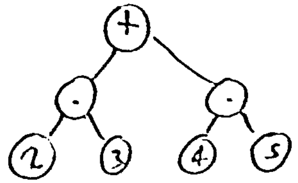
$3-x$ QUANDO $x<2$,
$x-2$ QUANDO $2 \leq x$.



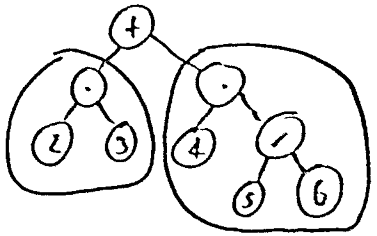
$G := \{x \in \{3,4\}, y \in \{1,2,3\}; (y,x)\}$



$2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \Rightarrow$



$\boxed{2 \cdot 3} + \boxed{4 \cdot \frac{5}{6}} \Rightarrow$



EXERCÍCIO:

ENCONTRE UMA BOA REPRESENTAÇÃO EM ÁRVORE PARA CADA UMA DAS EXPRESSÕES ABAIXO:

EXISTEM MUITAS!

a) $2/5$

b) $\frac{2}{5}$

c) $2/(x+y)$

d) $3x+4y$

e) $3x+4y=z$

f) $f(x)+g(x)$

g) $2+3x$

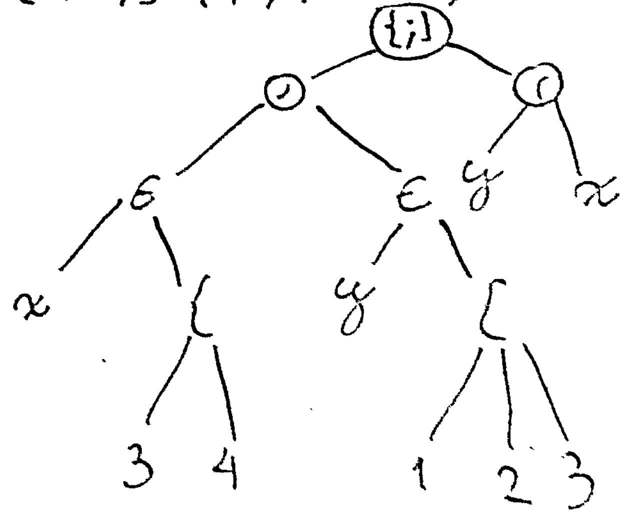
h) $2+3\cdot x$

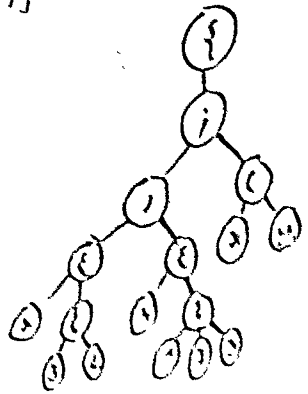
i) $2+(3\cdot x)$

j) $G := \{x \in \{3,4\}, \underbrace{y \in \{1,2,3\}}; (y,x)\}$

k) $\{1,2,3\}$

$\{x \in \{3,4\}, y \in \{1,2,3\}; (y,x)\}$





C2 20/MAR/2024

INÍCIO: 9:22

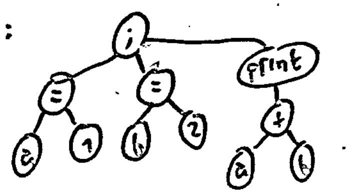
VEJAM SE VOCÊS CONSEGUEM ACESSAR A VERSÃO NOVA DO PDF DE HOJE!

UMA COISA NADA ÓBVIA... QUANDO A GENTE VAI FAZER UM INTERPRETADOR OU COMPILADOR PRA UMA LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO É MUITO MAIS FÁCIL FAZER ELE SEPARANDO ELE EM DUAS PARTES: UMA QUE SÓ ENTENDE A SINTAXE E CONVERTE O PROGRAMA EM TEXTO NUMA VERSÃO DELE EM ÁRVORE, E UMA SEGUNDA PARTE QUE INTERPRETA OU COMPILA ESSA VERSÃO EM ÁRVORE...

ENTÃO:

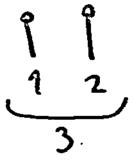
PROGRAMA: a=1; b=2; print(a+b);

ÁRVORE 1:



!!

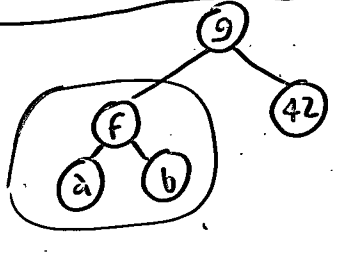
ÁRVORE 2: IDEM, COM



!!

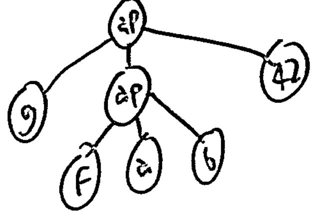
ACESSEM A VERSÃO NOVA DO PDF DE HOJE!

$$\underbrace{g\left(\underbrace{f(\underbrace{a}, \underbrace{b})}, \underbrace{42}\right)}$$



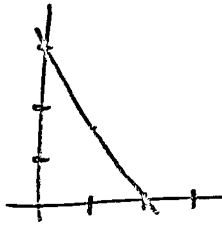
sen + cos

$$\underbrace{\underbrace{g}\;(\underbrace{\underbrace{f}\;(\underbrace{a}, \underbrace{b})}, \underbrace{42})}$$



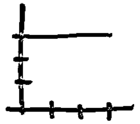
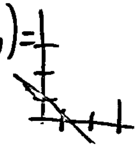
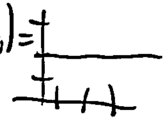
PRÓXIMO EXERCÍCIO - UMA VERSÃO MODIFICADA DO JOGO COLABORATIVO DO LINK "2hT929" DA PÁGINA DO CURSO!

OBS: NINGUÉM SABIA ENCONTRAR A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DISSO AQUI RÁPIDO!

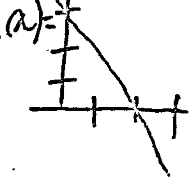


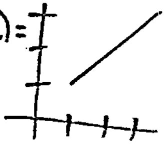
SEJA

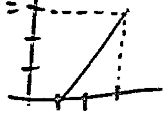
$$f_1(x) = \begin{cases} 3-x & \text{QUANDO } x \le 2 \\ x-2 & \text{QUANDO } 2 < x \end{cases}$$

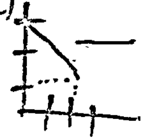
PROPONENTE:	OPONENTE:	AMBOS:
$f_2(x) =$ 	TESTA O PONTO x=1	$f_1(x) = f_1(1) = 3-1 = 2$ $f_2(x) = 3$ $f_1 \ne f_2$
$f_3(x) =$ 	TESTA O PONTO x=0	$f_1(x) = f_1(0) = 3-0 = 3$ $f_3(x) = 1$ $f_1 \ne f_3$
$f_4(x) =$ 	TESTA O PONTO x=0	$f_1(x) = f_1(0) = 3-0 = 3$ $f_4(x) = 2$ $f_1 \ne f_4$
$f_5(x)$: 	TESTA O PONTO x=1	$f_1(x) = f_1(1) = 3-1 = 2$ $f_5(x) = f_5(1) = 0$ $f_1 \ne f_5$

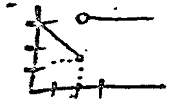
PROPONENTE:

$f_6(x) =$ 

$f_7(x) =$ 

$f_8(x) =$ 

$F_9(x)$ 

$f_{10}(x) =$ 

TE P

TE PO

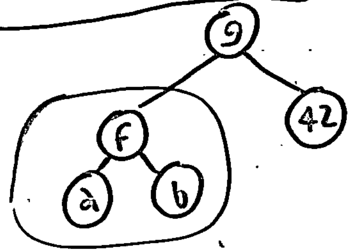
TES PON

TEST PONT

TEST PONT

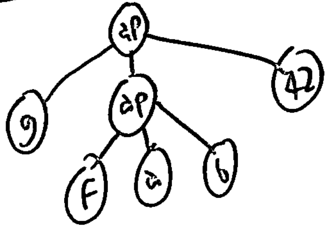
ACESSEM A VERSÃO NOVA DO PDF DE HOJE!

$g(\underbrace{f(\underbrace{a}, \underbrace{b})}, \underbrace{42})$



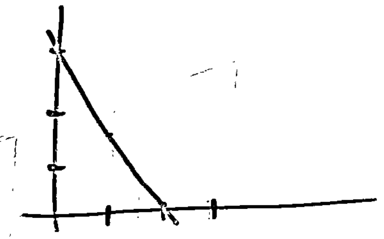
sen + cos

$\underbrace{g}(\underbrace{f}(\underbrace{a}, \underbrace{b}), \underbrace{42})$



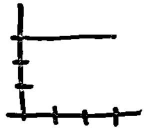
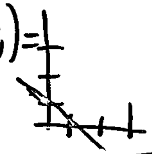
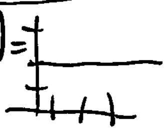
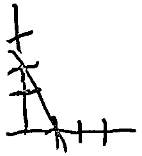
PROXIMO EXERCÍCIO - UMA VERSÃO MODIFICADA DO JOGO COLABORATIVO DO LINK "2hT129" DA PÁGINA DO CURSO!

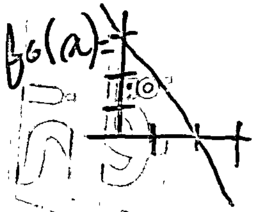
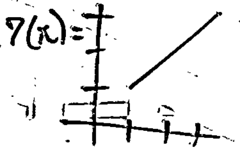
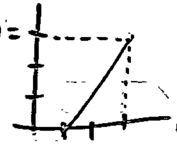
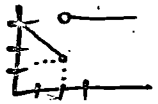
OBS: NINGUÉM SABIA ENCONTRAR A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DISSO AQUI RÁPIDO!



SEJA

$$f_1(x) = \begin{cases} 3-x & \text{QUANDO } x \leq 2 \\ x-2 & \text{QUANDO } 2 < x \end{cases}$$

PROPONENTE:	OPONENTE:	AMBOS:
$f_2(x) =$ 	TESTA O PONTO $x=1$	$f_1(x) = f_1(1) = 3-1 = 2$ $f_2(x) = 3$ $f_1 \neq f_2$
$f_3(x) =$ 	TESTA O PONTO $x=0$	$f_1(x) = f_1(0) = 3-0 = 3$ $f_3(x) = 1$ $f_1 \neq f_3$
$f_4(x) =$ 	TESTA O PONTO $x=0$	$f_1(x) = f_1(0) = 3-0 = 3$ $f_4(x) = 2$ $f_1 \neq f_4$
$f_5(x)$: 	TESTA O PONTO $x=1$	$f_1(x) = f_1(1) = 3-1 = 2$ $f_5(x) = f_5(1) = 0$ $f_1 \neq f_5$

PROPONENTE:	OPONENTE:	AMBOS:
$f_6(x) =$ 	TESTA O PONTO $x=1$	$f_1(x) = 2$ $f_6(x) = 1.5$
$f_7(x) =$ 	TESTA O PONTO $x=0$	$f_1(x) = f_1(0) = 3$ $f_7(0)$ NÃO TÁ DEFINIDO
$f_8(x) =$ 	TESTA O PONTO $x=2$	$f_1(x) = f_1(2) = 1$ $f_8(x) = 1.5$
$f_9(x)$ 	TESTA O PONTO $x=2$	$f_1(x) = f_1(2) = 1$ $f_9(x)$ NÃO TÁ DEFINIDO
$f_{10}(x) =$ 	TESTA O PONTO $x=2.5$	$f_1(x) = f_1(2.5) = 0.5$ $f_{10}(x) = f_{10}(2.5) = 3$

,+b);

2

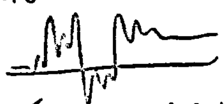
$\boxed{\text{C2 25/MAR/2024}}$

HOJE: $\boxed{\text{INÍCIO: 14:23}}$

INTEGRAL PRA CRIANÇAS!
(OBS: ESSE "PRA CRIANÇAS" É UM TERMO TÉCNICO — É UM MÉTODO DE FAZER UM CASO PARTICULAR E O CASO GERAL EM PARALELO)

ASSISTAM O INÍCIO DO VÍDEO DO MATHOLOGER SOBRE O "CALCULUS MADE EASY" (ATÉ O 12:00)

AGORA ACESSEM O PDFZINHO DE HOJE - O QUE É SOBRE O MATHOLOGERMÓVEL.

NO PRIMEIRO EXERCÍCIO DELE VOCÊS VÃO TER QUE RELEMBRAR COMO CALCULAR DERIVADAS NO OLHÔMETRO... ← PÁGINA 4
UMA PÁGINA TEM UMA FIGURA ASSIM  E O EXERCÍCIO

E A PÁGINA SEGUINTE TEM UM ← PÁGINA 5
MONTE DE LINKS PRA LIVROS QUE VOCÊS PODEM CONSULTAR.

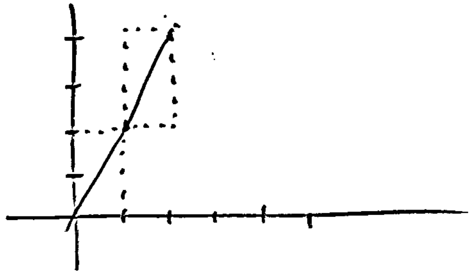
OBS: POUCAS PESSOAS SABIAM CALCULAR UM COEFICIENTE ANGULAR NO OLHÔMETRO!!

2and@2022!UFF

$y = f(x)$

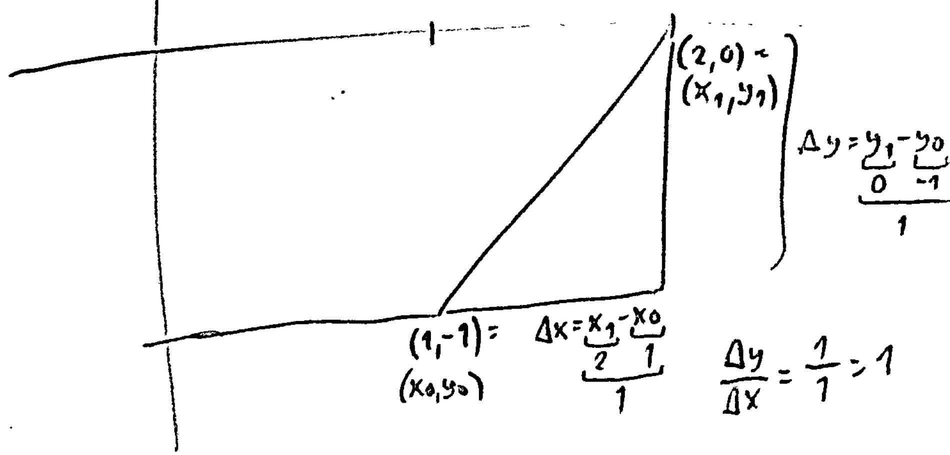
$\frac{dy}{dx} = f'(x)$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2$



$$F(\beta) = \int_{x=2}^{x=\beta} f(x)\,dx$$

$$\begin{aligned}F(0) &= \int_{x=2}^{x=0} f(x)\,dx \\ &= -\left(\int_{x=0}^{x=2} f(x)\,dx\right) \\ &= -\left(\int_{x=0}^{x=1} f(x)\,dx + \int_{x=1}^{x=2} f(x)\,dx\right) \\ &= \underbrace{-\underbrace{\left(\underbrace{0\cdot(1-0)}_{0} + \underbrace{2\underbrace{(2-1)}_{1}}_{2}\right)}_{2}}_{-2}\end{aligned}$$



os"

oo)

FZINHO
ERE

DELE
LEMBRAR
NO
← PÁGINA 4
UMA
O EXERCÍCIO

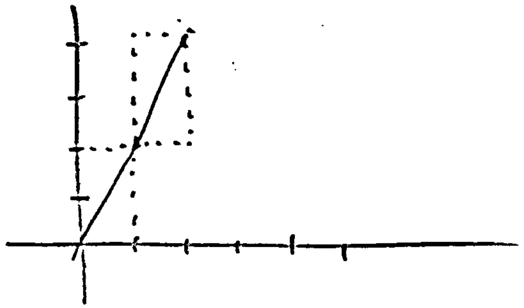
TEM UM ← PÁGINA 5
IVROS QUE
OZ.

Zand@2022! UFF

$y = f(x)$

$\frac{dy}{dx} = f'(x)$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2$



OBS: POUCAS PESSOAS SABIAM CALCULAR UM COEFICIENTE ANGULAR NO OLHÔMETRO !!

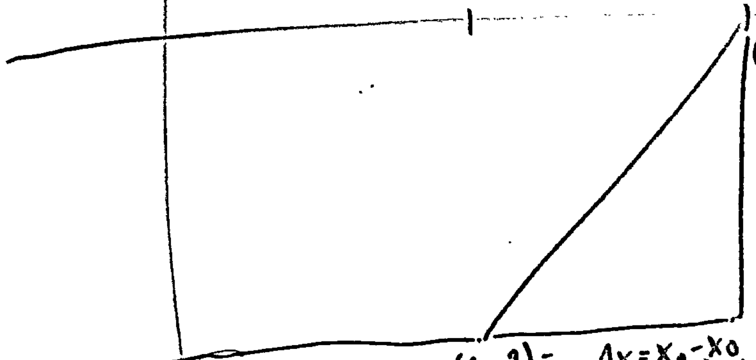
$F(\beta) = \int_{x=2}^{x=\beta} f(x)\,dx$

$F(0) = \int_{x=2}^{x=0} f(x)\,dx$

$= -\left(\int_{x=0}^{x=2} f(x)\,dx\right)$

$= -\left(\int_{x=0}^{x=1} f(x)\,dx + \int_{x=1}^{x=2} f(x)\,dx\right)$

$= \underbrace{-\underbrace{\left(\underbrace{0\cdot(1-0)}_{0} + \underbrace{2\underbrace{(2-1)}_{1}}_{2}\right)}_{2}}_{-2}$



$(2,0) = (x_1, y_1)$

$\Delta y = \underbrace{\underbrace{y_1}_{0} - \underbrace{y_0}_{-1}}_{1}$

$(1,-1) = (x_0, y_0)$

$\Delta x = \underbrace{\underbrace{x_1}_{2} - \underbrace{x_0}_{1}}_{1}$

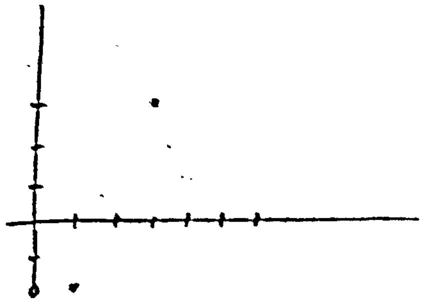
$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{1} = 1$

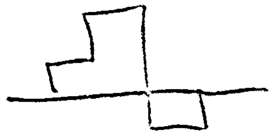
C2 26/março/2024

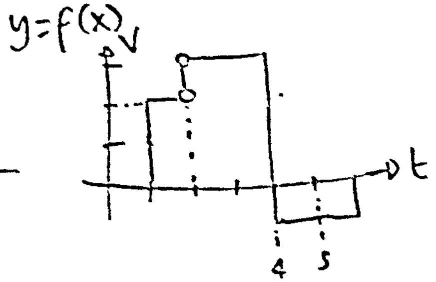
Hoje: continuação de Cálculo – integração e derivadas com o Mathologermóvel!

Quem precisar assistir o vídeo com legendas pois pode vir aqui pra frente!

$$\{(0,\underbrace{F(0)}_{-2}),(1,\underbrace{F(1)}_{-2}),(2,\underbrace{F(2)}_{0}),(3,\underbrace{F(3)}_{3})\}$$



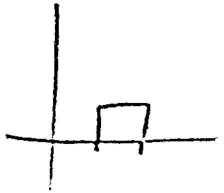




$$\int_{x=4}^{x=5} f(x)\,dx = -1(5-4) = -1\cdot 1$$
$$= -1$$

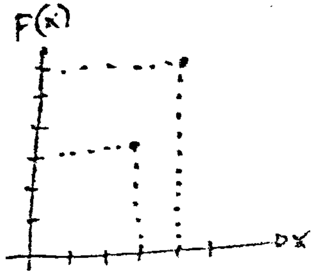
$$-\int_{x=2}^{x=1,5} f(x)\,dx = 2\cdot(\overset{?}{2}-\overset{?}{1,5})$$

$$\int_{x=2}^{x=2} f(x)\,dx =$$



$$\underbrace{3\cdot\underbrace{(2.001-2)}_{0.001}}_{0.003}$$

$F(3)=3$
$F(4)=6$



$\boxed{\text{C2 27/MAR/2024}}$

$\boxed{\text{INÍCIO: 9:27}}$

HOJE A GENTE VAI TERMINAR A INTRODUÇÃO À INTEGRAÇÃO - EXERCÍCIOS 5 E 6 DO PDF SOBRE O MATHOLOGER-MÓVEL - E DEPOIS A GENTE VAI VER CONTAS COM JUSTIFICATIVAS, TFC2, ...

ALGUMAS IGUALDADES:

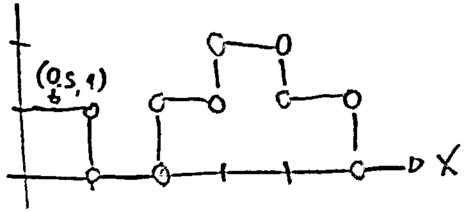
$$[\text{defF}] = \left(F(x) = \int_{t=2}^{t=x} f(t)\,dt\right)$$

$$[\text{defG}] = \left(G(x) = \int_{t=3}^{t=x} f(t)\,dt\right)$$

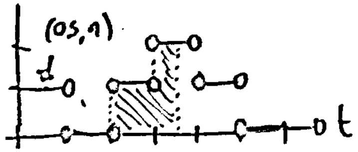
$$[\text{TFC2}] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(b) - F(a)\right)$$

$$[\text{eq1}] = (x+2=5)$$

$$F(x) = $$



$$f(t) = $$

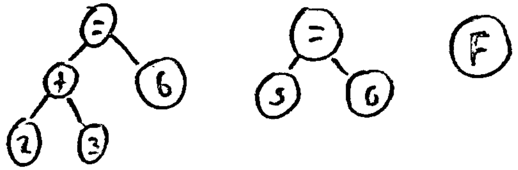


$$F(x) = \int_{t=2}^{t=x} f(t)\,dt$$

$$G(x) = \int_{t=3}^{t=x} f(t)\,dt$$

$$\int_{t=2}^{t=3.5} f(t)\,dt$$

$$\underbrace{\underbrace{2+3}_{S} = 6}_{F}$$



$$[\text{eq1}]\left[x:=4\right] = (4+2=5)$$

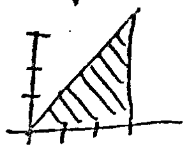
$$[\text{eq1}]\left[x:=3\right] = (3+2=5)$$

$$[\text{defF}][x:=4] = \left(F(4) = \int_{t=2}^{t=4} f(t)\,dt\right)$$

$$[\text{TFC2}]\begin{bmatrix} F(u) := u^2/2 \\ F'(u) := u \end{bmatrix} = \left(\int_{x=a}^{x=b} x\,dx = b^2/2 - a^2/2\right)$$

$$[\text{BLA}] = [\text{TFC2}]\begin{bmatrix} F(u) := u^2/2 \\ F'(u) := u \end{bmatrix}$$

$$[\text{BLA}]\begin{bmatrix} b := 3 \\ a := 0 \end{bmatrix} = \left(\underbrace{\int_{x=0}^{x=3} x\,dx}_{} = 3^2/2 - 0^2/2\right)$$



EXERCÍCI...

a) $[\text{BLA}]\Big[$ a... b...

OBS: A IGUALDA... OBTIVERA... ITEM a... (JURO PR...

b) SABENDO... REPRESEN... E CALCUL...

$$\int_{x=1}^{x=2} x ...$$

c) $[\text{TFC}$...

d) SEJAM...

E

e) A IGUALD... JURO PR... USE ELA ... GRAFICAME...

$$\int_{x=0}^{x=\pi} \operatorname{sen} x ...$$

ENGEFLEX

GUMAS IGUALDADES:

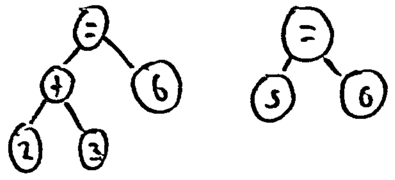
$$fF] = \left(F(x) = \int_{t=2}^{t=x} f(t)\,dt \right)$$

$$efG] = \left(G(x) = \int_{t=3}^{t=x} f(t)\,dt \right)$$

$$FC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(b) - F(a) \right)$$

$$eq1] = \left(x + 2 = 5 \right)$$

$$\underbrace{\underbrace{2+3}_{5} = 6}_{F}$$



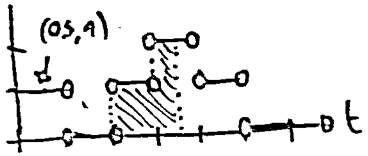
F

$$[eq1]\left[x := 4\right] = \left(4+2=5\right)$$

$$[eq1]\left[x := 3\right] = \left(3+2=5\right)$$

$$[defF]\left[x := 4\right] = \left(F(4) = \int_{t=2}^{t=4} f(t)\,dt \right)$$

$$[TFC2]\begin{bmatrix} F(u) := u^2/2 \\ F'(u) := u \end{bmatrix} = \left(\int_{x=a}^{x=b} x\,dx = b^2/2 - a^2/2 \right)$$

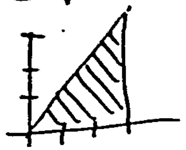
$f(t) =$ 

$\to x$

$$\int_{t=2}^{t=3.5} f(t)\,dt$$

$$[BLA] = [TFC2]\begin{bmatrix} F(u) := u^2/2 \\ F'(u) := u \end{bmatrix}$$

$$[BLA]\begin{bmatrix} b := 3 \\ a := 0 \end{bmatrix} = \Big(\underbrace{\int_{x=0}^{x=3}}\ x\,dx = 3^2/2 - 0^2/2 \Big)$$



EXERCÍCIOS:

a) $[BLA]\begin{bmatrix} a := 1 \\ b := 2 \end{bmatrix} = ?$

OBS: A IGUALDADE QUE VOCÊS OBTIVERAM NO "?" DO ITEM a É VERDADEIRA (JURO PRA VOCÊS).

b) SABENDO DISSO, REPRESENTE GRAFICAMENTE E CALCULE

$$\int_{x=1}^{x=2} x\,dx.$$

c) $[TFC2]\begin{bmatrix} F(x) := \operatorname{sen} x \\ F'(x) := \cos x \end{bmatrix} = ?$

d) SEJAM $[FOO] = [TFC2]\begin{bmatrix} F(x) := \operatorname{sen} x \\ F'(x) := \cos x \end{bmatrix}$

E $[BAR] = [FOO]\begin{bmatrix} a := 0 \\ b := \pi \end{bmatrix}$.

e) A IGUALDADE [BAR] É VERDADEIRA — JURO PRA VOCÊS. USE ELA PRA REPRESENTAR GRAFICAMENTE E CALCULAR

$$\int_{x=0}^{x=\pi} \operatorname{sen} x\,dx.$$

C2 1º/abril/2024

Início: 14:11

Vou pôr algumas coisas na página do curso e no quadro, mandar outras por WhatsApp, e aí a gente começa a aula de verdade!

Hoje: exercícios sobre substituição! O PDF ainda está em versão muito preliminar. Eu mandei ele por WhatsApp.

A operação [:=] é estranha sim. Você não vai encontrar ela em nenhum livro básico. A gente vai aprender e treinar ela porque o [:=] é o jeito mais rápido da gente aprender muitas coisas complicadas.

A gente vai usar o [:=] pra:

- transformar coisas mais abstratas em coisas mais concretas,
- resolver equações por chutar e testar...

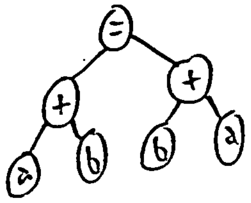
Se substituirmos a por 2 e b por 3 em

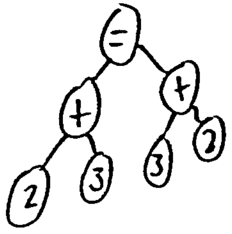
$a+b=b+a$

obtemos:

$2+3=3+2$

$$(a+b=b+a)\begin{bmatrix} a:=2 \\ b:=3 \end{bmatrix} = (2+3=3+2)$$





$$[\mathrm{defDif}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b)-F(a) \right)$$

$$[\mathrm{TFC2}] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

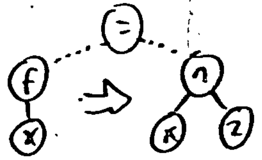
$$[\mathrm{eq1}] = (x+2=5)$$

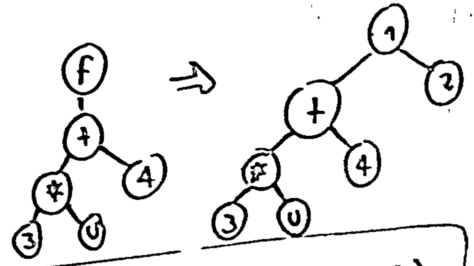
Página 4 do PDF sobre exercícios de substituição:

Se $f(x)=x^2$

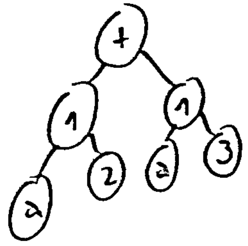
então $f(200)=200^2$

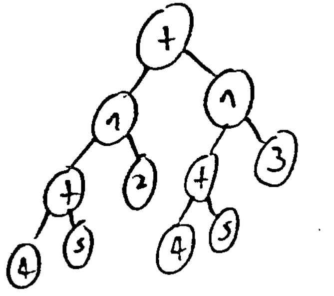
e $f(3u+4)=(3u+4)^2$





$$(a^2+a^3)\,[a:=4+5] = \left((4+5)^2+(4+5)^3\right)$$





1) Exercício:
(baseado na p. 4)

a) Calcule o resultado desta substituição:

$$(f(3u+4))\,[f(y):=y^5+y^6]$$

A partir de agora eu vou usar esta definição/abreviação:

$$[S1] = [f(y):=y^5+y^6]$$

Agora calcule o resultado destas substituições:

b) $f(200)\,[S1]$

c) $f(3u+4)\,[S1]$

d) $f(42x^3+99)\,[S1]$

e) $f(a+b)\,[S1]$

f) $f(g(x))\,[S1]$

g) $(42+f(200))\,[S1]$

h) $h(f(200))\,[S1]$

i) $h(f(x))\,[S1]$

j) $h(f(a+b))\,[S1]$

...gente vai
...r o [:=]
...:
...ransformar
...oisas mais
...stratas em
...oisas mais
concretas,
...esolver
...quações
...or chutar
... testar...

$$[\text{defDif}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a) \right)$$

$$[\text{TFC2}] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

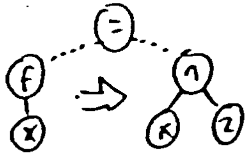
$$[\text{eq1}] = (x+2=5)$$

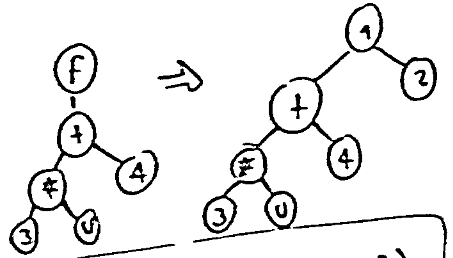
Página 4 do PDF sobre exercícios de substituição:

Se $f(x) = x^2$

então $f(200) = 200^2$

e $f(3u+4) = (3u+4)^2$

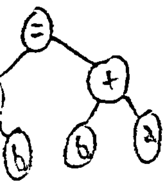


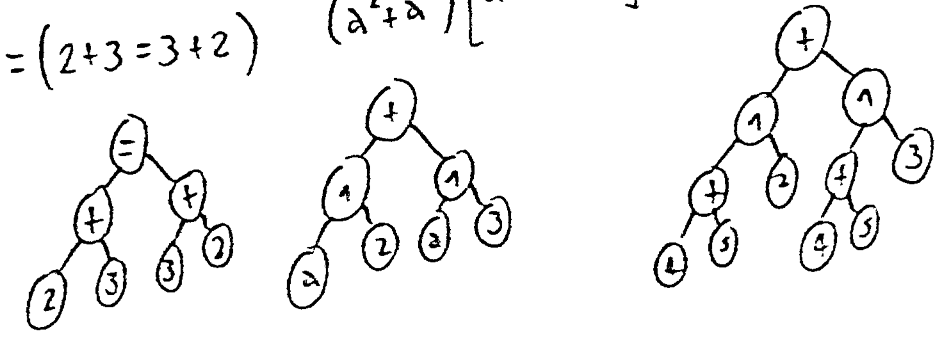


...substituirmos
... por 2 e
... por 3 em
$\ldots + b = b + a$
...emos:
$\ldots + 3 = 3 + 2$

$$\ldots b = b + a)\begin{bmatrix} a:=2 \\ b:=3 \end{bmatrix} = (2+3=3+2)$$

$$(a^2+a^3)[a:=4+5] = \left((4+5)^2+(4+5)^3\right)$$





① Exercício:
(baseado na p.4)

a) Calcule o resultado desta substituição:

$$(f(3u+4))[f(y):=y^5+y^6]$$

A partir de agora eu vou usar esta definição/abreviação:

$$[S_1] = [f(y):=y^5+y^6]$$

Agora calcule o resultado destas substituições:

b) $f(200)\ [S1]$

c) $f(3u+4)\ [S1]$

d) $f(42x^3+99)\ [S1]$

e) $f(a+b)\ [S1]$

f) $f(g(x))\ [S1]$

g) $(42+f(200))\ [S1]$

h) $h(f(200))\ [S1]$

i) $h(f(x))\ [S1]$

j) $h(f(a+b))\ [S1]$

Agora a gente consegue entender o que é uma equação diferencial!

Lembre que:

$$[\text{eq1}] = (x+2=5)$$

Temos:

$$[\text{eq1}][x:=2] = (2+2=5) \quad !!$$

$$[\text{eq1}][x:=3] = (3+2=5) \quad !!$$

Na p. 6 do PDF de exercícios de substituição temos:

$$[5] = (f'(x) = 2f(x))$$

Temos:

$$[5]\begin{bmatrix} f(x):=\operatorname{sen} x \\ f'(x):=\cos x \end{bmatrix} = (\cos x = 2\operatorname{sen} x) \, !!$$

Use estes chutes:

$f(x) = x^3$,
$f(x) = x^5$,
$f(x) = 200x^5+42$,
$f(x) = e^x$,
$f(x) = e^{42x}$,
$f(x) = e^{2x}$,
$f(x) = e^{3x}$

C2 2/Abril/2024

Início: 14:31 !!

Vou pôr os links de hoje na página do curso daqui a pouco!

Os deveres de casa de hoje vão ser exercícios de vários livros sobre regra da cadeia, integral definida e integral indefinida.

Vou começar fazendo umas contas aqui e fingindo que elas são fáceis. Depois a gente vai ver como expandir os detalhes delas.

A definição do operador de diferença é:

$$F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b)-F(a)$$

O TFC2 é:

$$\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b}$$

e a regra principal sobre a integral indefinida é:

$$\int F'(x)\,dx = F(x)$$

Vou começar fingindo que tudo aqui é óbvio:

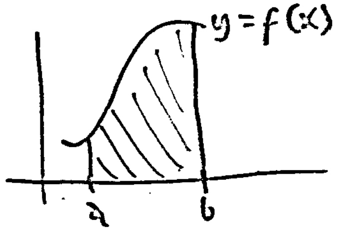
$$\frac{d}{dx}x^2 = 2x$$

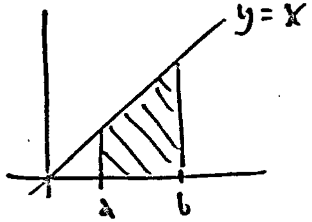
$$\frac{d}{dx}\frac{x^2}{2} = x$$

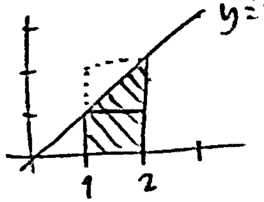
$$\int x\,dx = \frac{x^2}{2}$$

$$\int_{x=a}^{x=b} x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{x=a}^{x=b}$$

$$\int_{x=1}^{x=2} x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{x=1}^{x=2} = \frac{2^2}{2}-\frac{1^2}{2} = \frac{4}{2}-\frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx =$$ 

$$\int_{x=a}^{x=b} x\,dx =$$ 

$$\int_{x=1}^{x=2} x\,dx =$$ 

Na aula passada:

$$[S] = \left(f'(x) = 2f(x)\right)$$

$$[S]\begin{bmatrix} f(x) := e^{2x} \\ f'(x) := 2e^{2x} \end{bmatrix} = \left(2e^{2x} = 2e^{2x}\right) \text{ !!}$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b}\right)$$

$$[TFC2L] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx\right)$$

$$[S1] = \begin{bmatrix} a := 42 \\ b := 99 \\ F(x) := \operatorname{sen} x \\ F'(x) := \cos x \end{bmatrix}$$

$$[TFC2][S1] = \left(\int_{x=42}^{x=99} \cos x\,dx = \operatorname{sen} x\Big|_{x}^{x}\right.$$

$$[TFC2L][S1] = \left(\int_{x=42}^{x=99} \cos x\,dx\right)$$

(1) Encontre uma substituição $[S10]$ que obedeça isto:

$$[TFC2L][S10] = \left(\int_{x=1}^{x=2} x\,dx\right)$$

$x=b$

$x=a$

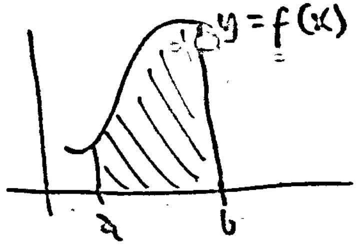
$\Big|_{x=1}^{x=2}$

$\frac{2}{2} - \frac{1^2}{2}$

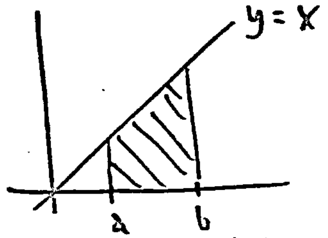
$\frac{4}{2} - \frac{1}{2}$

$\frac{3}{2} = 1.5$

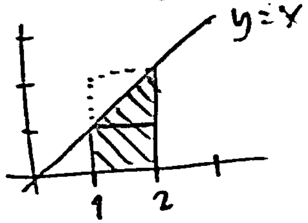
$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx =$$



$$\int_{x=a}^{x=b} x\,dx =$$



$$\int_{x=1}^{x=2} x\,dx =$$



NA AULA PASSADA:

$$[5] = \left(f'(x) = 2f(x)\right)$$

$$[5]\begin{bmatrix} f(x) := e^{2x} \\ f'(x) := 2e^{2x} \end{bmatrix} = \left(2e^{2x} = 2e^{2x}\right) \text{ !!}$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b}\right)$$

$$[TFC2L] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx\right)$$

$$[S1] = \begin{bmatrix} a := 42 \\ b := 99 \\ F(x) := \operatorname{sen} x \\ F'(x) := \cos x \end{bmatrix}$$

$$[TFC2][S1] = \left(\int_{x=42}^{x=99} \cos x\,dx = \operatorname{sen} x\Big|_{x=42}^{x=99}\right)$$

$$[TFC2L][S1] = \left(\int_{x=42}^{x=99} \cos x\,dx\right)$$

(1) ENCONTRE UMA SUBSTITUIÇÃO [S10] QUE OBEDEÇA ISTO:

$$[TFC2L][S10] = \left(\int_{x=1}^{x=2} x\,dx\right)$$

$$[S2] = \begin{bmatrix} a := 20 \\ F(x) := \ln x \end{bmatrix}$$

$$[TFC2L][S2] = \left(\int_{x=20}^{x=b} F'(x)\,dx\right)$$

$$[S3] = \begin{bmatrix} a := 1 \\ b := 2 \\ F(x) := 2x \\ F'(x) := 2 \end{bmatrix}$$

$$[TFC2L][S3] = \left(\int_{x=1}^{x=2} 2\,dx\right)$$

$$[S4] = \begin{bmatrix} a := 1 \\ b := 2 \\ F(x) := x^2 \\ F'(x) := 2x \end{bmatrix}$$

$$[TFC2L][S4] = \left(\int_{x=1}^{x=2} 2x\,dx\right)$$

$$[S5] = \begin{bmatrix} a := 1 \\ b := 2 \\ F(x) := x^2/2 \\ F'(x) := \frac{2x}{2} \end{bmatrix}$$

$$[TFC2L][S5] = \left(\int_{x=1}^{x=2} \frac{2x}{2}\,dx\right)$$

$$[S10] = \begin{bmatrix} a := 1 \\ b := 2 \\ F(x) := x^2/2 \\ F'(x) := x \end{bmatrix}$$

C2 2/abril 2024

Início: 14:31 !!

Vou pôr os links de hoje na página do curso daqui a pouco!

Os deveres de casa de hoje vão ser exercícios de vários livros sobre regra da cadeia, integral definida e integral indefinida.

Vou começar fazendo umas contas aqui e fingindo que elas são fáceis. Depois a gente vai ver como expandir os detalhes delas.

A definição do operador de diferença é:

$$F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b)-F(a)$$

O TFC2 é:

$$\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b}$$

e a regra principal sobre a integral indefinida é:

$$\int F'(x)\,dx = F(x)$$

Vou começar fingindo que tudo aqui é óbvio:

$$\frac{d}{dx}x^2 = 2x$$

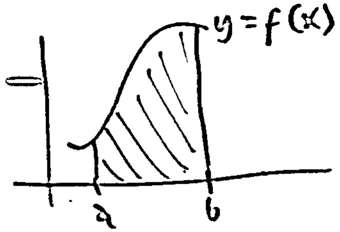
$$\frac{d}{dx}\frac{x^2}{2} = x$$

$$\int x\,dx = \frac{x^2}{2}$$

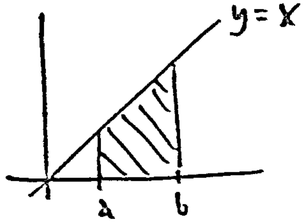
$$\int_{x=a}^{x=b} x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{x=a}^{x=b}$$

$$\int_{x=1}^{x=2} x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{x=1}^{x=2} = \frac{2^2}{2}-\frac{1^2}{2} = \frac{4}{2}-\frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

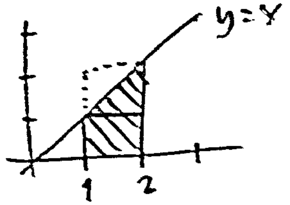
$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx =$$



$$\int_{x=a}^{x=b} x\,dx =$$



$$\int_{x=1}^{x=2} x\,dx =$$



Na aula passada:

$$[5] = \left(f'(x) = 2f(x)\right)$$

$$[S]\begin{bmatrix} f(x) := e^{2x} \\ f'(x) := 2e^{2x} \end{bmatrix} = \left(2e^{2x} = 2e^{2x}\right) \text{ !!}$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b}\right)$$

$$[TFC2L] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx\right)$$

$$[S1] = \begin{bmatrix} a := 42 \\ b := 99 \\ F(x) := \operatorname{sen} x \\ F'(x) := \cos x \end{bmatrix}$$

$$[TFC2][S1] = \left(\int_{x=42}^{x=99} \cos x\,dx = \operatorname{sen} x\Big|_{x=42}^{x=99}\right.$$

$$[TFC2L][S1] = \left(\int_{x=42}^{x=99} \cos x\,dx\right)$$

(1) Encontre uma substituição [S10] que obedeça isto:

$$[TFC2L][S10] = \left(\int_{x=1}^{x=2} x\,dx\right)$$

Resp: $[S10] = \begin{bmatrix} a := 1 \\ b := 2 \\ F(x) := x^2/2 \\ F'(x) := x \end{bmatrix}$

(2

(3) C...

$$\frac{x^2}{2}\Big|_{x=a}^{x=b}$$

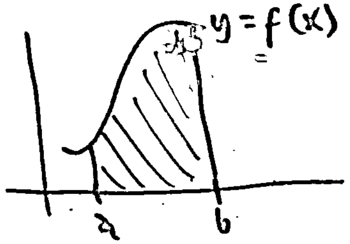
$$= \frac{x^2}{2}\Big|_{x=1}^{x=2}$$

$$= \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2}$$

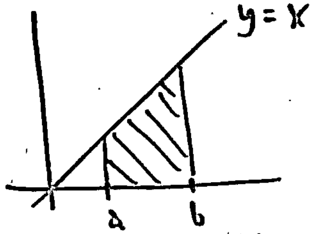
$$= \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{2} = 1.5$$

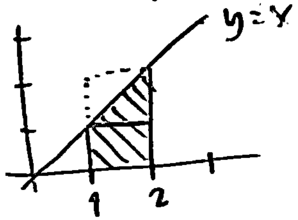
$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx =$$



$$\int_{x=a}^{x=b} x\,dx =$$



$$\int_{x=1}^{x=2} x\,dx =$$



NA AULA PASSADA:

$$[5] = \left(f'(x) = 2f(x)\right)$$

$$[5]\begin{bmatrix} f(x) := e^{2x} \\ f'(x) := 2e^{2x} \end{bmatrix} = \left(2e^{2x} = 2e^{2x}\right) \text{ !!}$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b}\right)$$

$$[TFC2L] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx\right)$$

$$[S1] = \begin{bmatrix} a := 42 \\ b := 99 \\ F(x) := \operatorname{sen} x \\ F'(x) := \cos x \end{bmatrix}$$

$$[TFC2][S1] = \left(\int_{x=42}^{x=99} \cos x\,dx = \operatorname{sen} x\Big|_{x=42}^{x=99}\right)$$

$$[TFC2L][S1] = \left(\int_{x=42}^{x=99} \cos x\,dx\right)$$

(1) ENCONTRE UMA SUBSTITUIÇÃO [S10] QUE OBEDEÇA ISTO:

$$[TFC2L][S10] = \left(\int_{x=1}^{x=2} x\,dx\right)$$

RESP: $[S10] = \begin{bmatrix} a := 1 \\ b := 2 \\ F(x) := x^2/2 \\ F'(x) := x \end{bmatrix}$

(2) CALCULE O RESULTADO DESTA SUBSTITUIÇÃO:
(OBS: AQUI "CALCULE" QUER DIZER "CALCULE E NÃO SIMPLIFIQUE"):

$$[TFC2][S10] = ?$$

AGORA:

$$[defDif] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a)\right)$$

$$[defDif]\begin{bmatrix} a := 1 \\ b := 2 \\ F(x) := x^2/2 \\ F'(x) := x \end{bmatrix} =$$

$$\left(\frac{x^2}{2}\Big|_{x=1}^{x=2} = \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2}\right)$$

(3) CALCULE $\int_{x=10}^{x=100} x^2\,dx$.

C2 2/ABRIL/2024

INÍCIO: 17:37 !!

VOU PÔR OS LINKS DE HOJE NA PÁGINA DO CURSO DAQUI A POUCO!

OS DEVERES DE CASA DE HOJE VÃO SER EXERCÍCIOS DE VÁRIOS LIVROS SOBRE REGRA DA CADEIA, INTEGRAL DEFINIDA E INTEGRAL INDEFINIDA.

VOU COMEÇAR FAZENDO UMAS CONTAS AQUI E FINGINDO QUE ELAS SÃO FÁCEIS. DEPOIS A GENTE VAI VER COMO EXPANDIR OS DETALHES DELAS.

A DEFINIÇÃO DO OPERADOR DE DIFERENÇA É:

$$F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b)-F(a)$$

O TFC2 É:

$$\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b}$$

E A REGRA PRINCIPAL SOBRE A INTEGRAL INDEFINIDA É:

$$\int F'(x)\,dx = F(x)$$

VOU COMEÇAR FINGINDO QUE TUDO AQUI É ÓBVIO:

$$\frac{d}{dx}x^2 = 2x$$

$$\frac{d}{dx}\frac{x^2}{2} = x$$

$$\int x\,dx = \frac{x^2}{2}$$

$$\int_{x=a}^{x=b} x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{x=a}^{x=b}$$

$$\int_{x=1}^{x=2} x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{x=1}^{x=2} = \frac{2^2}{2}-\frac{1^2}{2} = \frac{4}{2}-\frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x)\right)$$

$$[RCL] = \left(\frac{d}{dx}f(g(x))\right) =$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\frac{d}{dx}e^{4x} = 4e^{4x} \\ \text{POR } [RC]\begin{bmatrix} f(x):=e^x \\ g(x):=4x \\ f'(x):=e^x \\ g'(x):=4\end{bmatrix}\end{array}}$$

$$\frac{d}{dx}e^{4x} = ?$$

(4) ENCONTRE UMA SUBSTITUIÇÃO [S20] QUE OBEDEÇA ISTO:

$$[RCL][S20] = \left(\frac{d}{dx}e^{4x}\right)$$

(5) SEJA [S21] UMA SUBSTITUIÇÃO PARECIDA COM O [S20] MAS QUE INCLUA LINHAS SOBRE O f' E O g'... E CALCULE O RESULTADO DESTA SUBSTITUIÇÃO:

$$[RC][S21] = ?$$

$$[RCL] = \left(\frac{d}{dx}f(g(x))\right)$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x):=x^2 \\ g(x):=2\end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}2^2\right)$$

$$(f(g(x)))\begin{bmatrix} f(x):=x^2 \\ g(x):=2\end{bmatrix} = 2^2$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x):=e^{4x} \\ g(x):=2x\end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}e^{4(2x)}\right)$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x):=e^{4x} \\ g(x):=2\end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}e^{4\cdot 2}\right)$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x):=e^{x} \\ g(x):=4\end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}e^{4}\right)$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x):=e^{x} \\ g(x):=4x\end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}e^{4x}\right)$$

$$[RC]\begin{bmatrix} f(x):=e^{x} \\ g(x):=4x\end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}e^{4x} = f'(4x)\,g'(x)\right)$$

$[RC] = \Big(\frac{d}{dx}$

$[S21] = \Big[f(\ldots$ / $g(\ldots$ / $f'(x\ldots$ / $g'(\ldots$

$(f(g\ldots$

$(\frac{d}{dx}f(g\ldots$

$(f'(\ldots$

$(f'(2+\ldots$

$(f'(g(\ldots$

$(f'(g(x\ldots$

$[R\ldots$

$(\frac{d}{dx}\ldots$

AR
QUE
I É

$2x$

$= x$

$= \frac{x^2}{2}$

$\int x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{x=a}^{x=b}$

$\int x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{x=1}^{x=2}$

$= \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2}$

$= \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{2} = 1.5$

$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x)\right)$

$[RCL] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x))\right)$

$\frac{d}{dx} e^{4x} = ?$

$\boxed{\frac{d}{dx} e^{4x} = 4e^{4x} \text{ POR } [RC]\begin{bmatrix} f(x) := e^x \\ g(x) := 4x \\ f'(x) := e^x \\ g'(x) := 4 \end{bmatrix}}$

4. ENCONTRE UMA SUBSTITUIÇÃO [S20] QUE OBEDEÇA ISTO:

$[RCL][S20] = \left(\frac{d}{dx} e^{4x}\right)$

5. SEJA [S21] UMA SUBSTITUIÇÃO PARECIDA COM O [S20] MAS QUE INCLUA LINHAS SOBRE O f' E O g'... E CALCULE O RESULTADO DESTA SUBSTITUIÇÃO:

$[RC][S21] = ?$

$[RCL] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x))\right)$

$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := x^2 \\ g(x) := 2 \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx} 2^2\right)$

$(f(g(x)))\begin{bmatrix} f(x) := x^2 \\ g(x) := 2 \end{bmatrix} = 2^2$

$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := e^{4x} \\ g(x) := 2x \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx} e^{4(2x)}\right)$

$[RCL]\begin{bmatrix} F(x) := e^{4x} \\ g(x) := 2 \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx} e^{4\cdot 2}\right)$

$[RCL]\begin{bmatrix} F(x) := e^{x} \\ g(x) := 4 \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx} e^{4}\right)$

$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := e^{x} \\ g(x) := 4x \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx} e^{4x}\right)$

$[RC]\begin{bmatrix} f(x) := e^{x} \\ g(x) := 4x \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx} e^{4x} = f'(4x)\,g'(x)\right) \left(\frac{d}{dx} e^{4x} = e^{4x}\cdot 4\right)$

$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x)\right)$

$[S21] = \begin{bmatrix} f(x) := e^x \\ g(x) := 4x \\ f'(x) = e^x \\ g'(x) = 4 \end{bmatrix} =$

$(f(g(x)))[S21] = (e^{4x})$

$\left(\frac{d}{dx} f(g(x))\right)[S21] = \frac{d}{dx} e^{4x}$

$(f'(w))[S21] = e^{w}$

$(f'(a+b))[S21] = e^{(a+b)}$

$(f'(g(x)))[S21] = e^{4x}$

$(f'(g(x))\,g'(x))[S21] = e^{4x}\cdot 4$

$[RC][S21] =$

C2 3/abril/2024

INÍCIO: 9:23

NA AULA DE ONTEM A GENTE DISCUTIU ESSE EXEMPLO AQUI:

$$\frac{d}{dx}x^2 = 2x$$
$$\frac{d}{dx}x^2/2 = x$$
$$\int x\,dx = \frac{x^2}{2}$$
$$\int_{x=1}^{x=2} x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{x=1}^{x=2} = \frac{2^2}{2}-\frac{1^2}{2} = \frac{4}{2}-\frac{1}{2} = 1.5$$

E ALGUMAS PESSOAS NÃO ENTENDERAM PORQUE A GENTE ÀS VEZES VAI PRECISAR DE JUSTIFICATIVAS BEM DETALHADAS, COMO

$$\int_{x=1}^{x=2} x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{x=1}^{x=2} \quad \text{POR } [TFC2]\begin{bmatrix} a:=1 \\ b:=2 \\ F(x):=\frac{x^2}{2} \\ F'(x):=x \end{bmatrix} \ldots$$

O MOTIVO PRINCIPAL PRA ISSO É PORQUE EM C1 A GENTE USA POUCAS FÓRMULAS, E VOCÊS SÃO SÓ USUÁRIOS DE FÓRMULAS...

EM C2 VOCÊS VIRAM PRODUTORES DE FÓRMULAS!

LEMBRE QUE EU MENCIONEI QUE LINGUAGEM DE C2 VAI MUDANDO À MEDIDA QUE O LIVRO AVANÇA - ELA VAI SENDO ESTENDIDA...

É A MESMA COISA COM FÓRMULAS - O ESTOQUE DE FÓRMULAS DISPONÍVEIS VAI AUMENTANDO AOS POUCOS.

NO SEMESTRE PASSADO EU COMECEI EXPLICANDO ISSO A PARTIR DE UM MÉTODO DE INTEGRAÇÃO CHAMADO "INTEGRAÇÃO POR PARTES", MAS DESSA VEZ EU VOU COMEÇAR POR ALGO MAIS BÁSICO...

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)\right)$$

A GENTE SABE QUE A [RC] É VERDADE "SEMPRE"... EU PUS O "SEMPRE" ENTRE ASPAS PORQUE ELE QUER DIZER "EXCETO PRA FUNÇÕES ESQUISITAS".

... ENTÃO "TODOS" OS CASOS PARTICULARES DA [RC] SÃO VERDADE, E PODEM VIRAR REGRAS NOVAS!

EXEMPLOS:

a) $[RC]\begin{bmatrix} f:=h \\ g:=k \\ f':=h' \\ g':=k' \end{bmatrix} = ?$

b) $[RC]\begin{bmatrix} g(x):=h(k(x)) \\ g'(x):=\ ? \end{bmatrix} = ?$

SEJA [RC3] A REGRA NOVA QUE VOCÊ OBTEVE NO ITEM (b) ACIMA. COMPLETE:

$[RC3] = ?$

① USE A REGRA [RC3] PRA RESOLVER O EXERCÍCIO 8 DA P.89 DO MIRANDA:

$$\frac{d}{dx}\operatorname{sen}^4(2x) = ?$$

OU: $\frac{d}{dx}(\operatorname{sen}(2x))^4 = ?$

$$[RC3]\begin{bmatrix} f(x):=? \\ h(x):=? \\ k(x):=? \\ f'(x):=? \\ g'(x):=? \\ h'(x):=? \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}(\operatorname{sen}(2t))^4 = ?\right)$$

② SE VOCÊS ESTIVERE[M] ACHANDO MUITO DIFÍCIL COMECE DEFININDO [RC3L]. COMO O LADO ESQ[UERDO] DA [RC3]... COMP[...]

$[RC3L] = ?$

$[RC3L]\begin{bmatrix} f(x):=? \\ h(x):=? \\ k(x):= \end{bmatrix}$

[RCL] =

[RCL] [

[RCL] [

[RCL] [

O PRINCIPAL
O É PORQUE
A GENTE
UCAS FÓRMULAS,
ÊS SÃO SÓ
OS DE FÓRMULAS...
2 VOCÊS VIRAM
TORES DE FÓRMULAS!

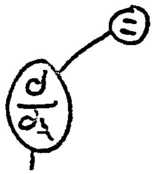
BRE QUE EU MENCIONEI
LINGUAGEM DE C2
MUDANDO À MEDIDA
O LIVRO AVANÇA -
A VAI SENDO ESTENDIDA...
A MESMA COISA COM
ÓRMULAS - O ESTOQUE
FÓRMULAS DISPONÍVEIS
I AUMENTANDO AOS
COS.

$$\begin{bmatrix} a:=1 \\ b:=2 \\ F(x):=\frac{x^2}{2} \\ F'(x):=x \end{bmatrix} \ldots$$

NO SEMESTRE PASSADO EU COMECEI EXPLICANDO ISSO A PARTIR DE UM MÉTODO DE INTEGRAÇÃO CHAMADO "INTEGRAÇÃO POR PARTES", MAS DESSA VEZ EU VOU COMEÇAR POR ALGO MAIS BÁSICO...

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)\right)$$

A GENTE SABE QUE A [RC] É VERDADE "SEMPRE"... EU PUS O "SEMPRE" ENTRE ASPAS PORQUE ELE QUER DIZER "EXCETO PRA FUNÇÕES ESQUISITAS". ... ENTÃO "TODOS" OS CASOS PARTICULARES DA [RC] SÃO VERDADE, E PODEM VIRAR REGRAS NOVAS!



EXEMPLOS:

a) $$[RC]\begin{bmatrix} f:=h \\ g:=k \\ f':=h' \\ g':=k' \end{bmatrix} = ?$$

b) $$[RC]\begin{bmatrix} g(x):=h(k(x)) \\ g'(x):= ? \end{bmatrix} = ?$$

SEJA [RC3] A REGRA NOVA QUE VOCÊ OBTEVE NO ITEM (b) ACIMA. COMPLETE:

$$[RC3] = ?$$

(1) USE A REGRA [RC3] PRA RESOLVER O EXERCÍCIO 8 DA P.89 DO MIRANDA:

$$\frac{d}{dx}\operatorname{sen}^4(2x) = ?$$

OU: $$\frac{d}{dx}(\operatorname{sen}(2x))^4 = ?$$

$$[RC3]\begin{bmatrix} f(x):=? \\ h(x):=? \\ k(x):=? \\ f'(x):=? \\ g'(x):=? \\ h'(x):=? \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}(\operatorname{sen}(2t))^4 = ?\right)$$

(2) SE VOCÊS ESTIVEREM ACHANDO MUITO DIFÍCIL COMECE DEFININDO [RC3L] COMO O LADO ESQUERDO DA [RC3]... COMPLETE:

$$[RC3L] = ?$$

$$[RC3L]\begin{bmatrix} f(x):=? \\ h(x):=? \\ k(x):=? \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}(\operatorname{sen}(2x))^4\right)$$

$$[RCL] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x))\right)$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x):=? \\ g(x):=? \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx} e^{4x}\right)$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x):=e \\ g(x):=4x \end{bmatrix} =$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x):=42 \\ g(x):=4x \end{bmatrix} = (42(4x))$$

C2 3/Abril/2024

INÍCIO: 9:23

TESTE DE NIVELAMENTO (PRA EU DESCOBRIR COMO AJUSTAR O NÍVEL DO CURSO)...

ESCREVAM NA FOLHA:

- NOME LEGÍVEL
- COM QUEM VOCÊ FEZ C1, GA E PROG NO SEMESTRE EM QUE VOCÊ PASSOU, E EM QUAL SEMESTRE FOI
- A QUESTÃO E O QUE VOCÊ CONSEGUIR FAZER PRA TENTAR RESOLVER ELA:

$$\boxed{\frac{d}{dx} f(\mathrm{sen}(x^4) + \ln x) = ?}$$

INÍCIO: 10:27
TÉRMINO: 10:42

...VO PRINCIPAL ...O É PORQUE ...A GENTE ...POUCAS FÓRMULAS, ...CÊS SÃO SÓ ...IOS DE FÓRMULAS...

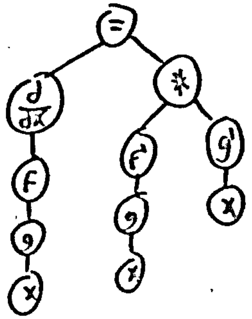
EM C2 VOCÊS VIRAM PRODUTORES DE FÓRMULAS!

LEMBRE QUE EU MENCIONEI QUE LINGUAGEM DE C2 VAI MUDANDO À MEDIDA QUE O LIVRO AVANÇA - ELA VAI SENDO ESTENDIDA...

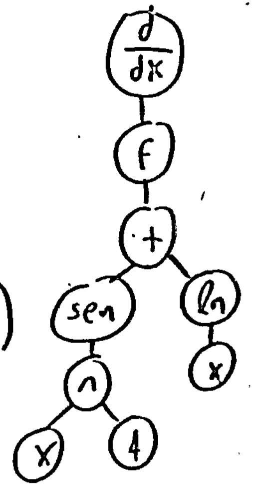
É A MESMA COISA COM FÓRMULAS - O ESTOQUE DE FÓRMULAS DISPONÍVEIS VAI AUMENTANDO AOS POUCOS.

NO SEMESTRE PASSADO EU COMECEI EXPLICANDO ISSO A PARTIR DE UM MÉTODO DE INTEGRAÇÃO CHAMADO "INTEGRAÇÃO POR PARTES", MAS DESSA VEZ EU VOU COMEÇAR POR ALGO MAIS BÁSICO...

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)\right)$$



$$\frac{d}{dx} f(\mathrm{sen}(x^4) + \ln x) =$$



$$[RC]\begin{bmatrix} g(x) := \mathrm{sen}(x^4) + \ln x \\ g'(x) := \cos(x^4)\cdot 4x^3 + \frac{1}{x} \end{bmatrix}$$

$$= \left(\frac{d}{dx} f(\mathrm{sen}(x^4) + \ln x) = f'(\mathrm{sen}(x^4) + \ln x)(\cos(x^4)\cdot 4x^3 + \frac{1}{x})\right)$$

② SE VOCÊS ESTIVEREM ACHANDO MUITO DIFÍCIL COMECE DEFININDO [RC3L] COMO O LADO ESQUERDO DA [RC3]... COMPLETE:

$[RC3L] = ?$

$$[RC3L]\begin{bmatrix} f(x) := ? \\ h(x) := ? \\ k(x) := ? \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}(s\ldots\right.$$

$$[RCL] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x))\right.$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := ? \\ g(x) := ? \end{bmatrix} = (\ldots$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := e \\ g(x) := 4x \end{bmatrix} = \ldots$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := 42 \\ g(x) := 4x \end{bmatrix} = \ldots$$

C2 3/Abril/2024

Início: 9:23

TESTE DE NIVELAMENTO

(PRA EU DESCOBRIR COMO AJUSTAR O NÍVEL DO CURSO)...

ESCREVAM NA FOLHA:

- NOME LEGÍVEL
- COM QUEM VOCÊ FEZ C1, GA E PROG NO SEMESTRE EM QUE VOCÊ PASSOU, E EM QUAL SEMESTRE FOI
- A QUESTÃO É O QUE VOCÊ CONSEGUIR FAZER PRA TENTAR RESOLVER ELA:

$$\boxed{\frac{d}{dx} f(\mathrm{sen}(x^4) + \ln x) = ?}$$

INÍCIO: 10:27
TÉRMINO: 10:42

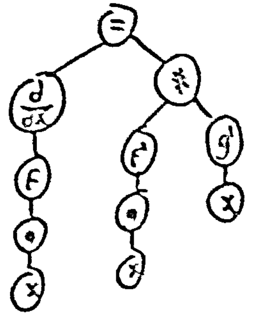
· ...O PRINCIPAL
...O É PORQUE
... A GENTE
...UCAS FÓRMULAS,
...CÊS SÃO SÓ
...NOS DE FÓRMULAS...

EM C2 VOCÊS VIRAM PRODUTORES DE FÓRMULAS!

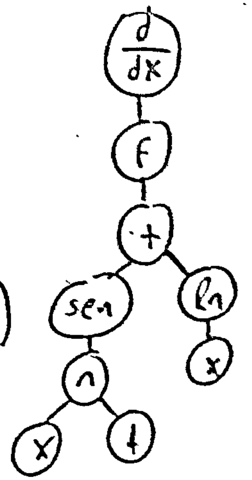
LEMBRE QUE EU MENCIONEI QUE LINGUAGEM DE C2 VAI MUDANDO À MEDIDA QUE O LIVRO AVANÇA - ELA VAI SENDO ESTENDIDA... É A MESMA COISA COM FÓRMULAS - O ESTOQUE DE FÓRMULAS DISPONÍVEIS VAI AUMENTANDO AOS POUCOS.

NO SEMESTRE PASSADO EU COMECEI EXPLICANDO ISSO A PARTIR DE UM MÉTODO DE INTEGRAÇÃO CHAMADO "INTEGRAÇÃO POR PARTES", MAS DESSA VEZ EU VOU COMEÇAR POR ALGO MAIS BÁSICO...

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)\right)$$



$$\frac{d}{dx} f(\mathrm{sen}(x^4) + \ln x) =$$



$$[RC]\begin{bmatrix} g(x) := \mathrm{sen}(x^4) + \ln x \\ g'(x) := \cos(x^4)\cdot 4x^3 + \frac{1}{x} \end{bmatrix}$$

$$= \left(\frac{d}{dx} f(\mathrm{sen}(x^4) + \ln x) = f'(\mathrm{sen}(x^4) + \ln x)(\cos(x^4)\cdot 4x^3 + \tfrac{1}{x})\right)$$

② SE VOCÊS ESTIVEREM ACHANDO MUITO DIFÍCIL COMECE DEFININDO [RC3L] COMO O LADO ESQUERDO DA [RC3]... COMPLETE:

$$[RC3L] = ?$$

$$[RC3L]\begin{bmatrix} f(x) := ? \\ h(x) := ? \\ k(x) := ? \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}(s\ldots\right.$$

$$[RCL] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x))\ldots\right.$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := ? \\ g(x) := ? \end{bmatrix} = (\ldots$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := e \\ g(x) := 4x \end{bmatrix} = \ldots$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := 3? \\ g(x) := 4x \end{bmatrix} = \ldots$$

...DO PRINCIPAL
...O É PORQUE
... A GENTE
...UCIS FÓRMULAS,
...ÊS SÃO SÓ
...NOS DE FÓRMULAS...

... C2 VOCÊS VIRAM
...OTUTORIAIS DE FÓRMULAS!

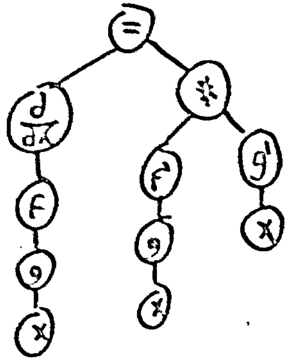
...EMBRE QUE EU MENCIONEI
...UE LINGUAGEM DE C2
...AI MUDANDO À MEDIDA
...QUE O LIVRO AVANÇA -
...ELA VAI SENDO ESTENDIDA...

...É A MESMA COISA COM
FÓRMULAS - O ESTOQUE
DE FÓRMULAS DISPONÍVEIS
VAI AUMENTANDO AOS
POUCOS.

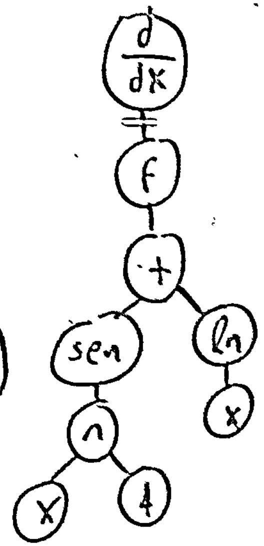
$$\boxed{\ldots) = ?}$$

NO SEMESTRE PASSADO
EU COMECEI EXPLICANDO
USO A PARTIR DE
UM MÉTODO DE
INTEGRAÇÃO CHAMADO
"INTEGRAÇÃO POR
PARTES", MAS DESSA
VEZ EU VOU COMEÇAR
POR ALGO MAIS
BÁSICO...

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)\right)$$



$$\frac{d}{dx} f(\mathrm{sen}(x^4) + \ln x)$$



$$[RC]\begin{bmatrix} g(x) := \mathrm{sen}(x^4) + \ln x \\ g'(x) := \cos(x^4)\cdot 4x^3 + \frac{1}{x} \end{bmatrix}$$

$$= \left(\begin{array}{l} \frac{d}{dx} f(\mathrm{sen}(x^4) + \ln x) \\ = f'(\mathrm{sen}(x^4) + \ln x)(\cos(x^4)\cdot 4x^3 + \frac{1}{x}) \end{array}\right)$$

② SE VOCÊS ESTIVEREM
ACHANDO MUITO
DIFÍCIL COMECE
DEFININDO [RC3L]
COMO O LADO ESQUERDO
DA [RC3]... COMPLETE:

$$[RC3L] = ?$$

$$[RC3L]\begin{bmatrix} f(x) := ? \\ h(x) := ? \\ k(x) := ? \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}(\mathrm{sen}(2x))^4\right)$$

$$[RCL] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x))\right)$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := ? \\ g(x) := ? \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx} e^{4x}\right)$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := e \\ g(x) := 4x \end{bmatrix} =$$

$$[RCL]\begin{bmatrix} f(x) := 42 \\ g(x) := 4x \end{bmatrix} = (42(4x))$$

C2 8/abril/2024

INÍCIO: 14:13

(MAS EU VOU ESCREVER UMAS COISAS NO QUADRO, DISTRIBUIR UMAS FOLHAS, E SÓ DEPOIS A AULA VAI COMEÇAR DE VERDADE)

(1) VOCÊS ESTÃO ACHANDO TUDO MUITO ABSTRATO? BEM VINDO A CÁLCULO 2! !! AINDA VAI PIORAR MUITO, MAS HOJE A GENTE VAI VER:

(a) COMO USAR O [:=] PRA TRANSFORMAR COISAS MUITO ABSTRATAS EM COISAS MAIS CONCRETAS,

(b) A INTEGRAL INDEFINIDA, QUE É DIFÍCIL DE ENTENDER O QUE ELA "É" MAS É FÁCIL ENTENDER COMO USÁ-LA COMO UMA ABREVIAÇÃO E COMO DESABREVIAR ELA...

$\int x\,dx$?

$\int \operatorname{sen} x\,dx$?

$\int_{x=0}^{x=\pi} \operatorname{sen} x\,dx =$

$\boxed{\int 2x\,dx} = x^2 + \boxed{C}$

COMECEM FAZENDO O "EXERCÍCIO MUITO IMPORTANTE" QUE EU DISTRIBUÍ!

$[\mathrm{TFC2}] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$

$[\mathrm{II}] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x) \right)$

$[\mathrm{IIC}] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x) + C \right)$

$[\mathrm{def\,dif}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a) \right)$

$[\mathrm{def\,dif}] \begin{bmatrix} F(x) := 42 \\ a := 2 \\ b := 3 \end{bmatrix} = \left(42\Big|_{x=2}^{x=3} = 42 - \right.$

$\int 0\,dx \overset{(1)}{=} 42$ — POR $[\mathrm{II}] \begin{bmatrix} F(x) := 42 \\ F'(x) := 0 \end{bmatrix}$

$\int 0\,dx \overset{(2)}{=} 99$ — POR $[\mathrm{II}] \begin{bmatrix} F(x) := 99 \\ F'(x) := 0 \end{bmatrix}$

$42 \overset{(3)}{=} 99$ — POR (1) e (2)

$\int 0\,dx = 42 + C$ — POR $[\mathrm{IIC}] \begin{bmatrix} F(x) := 42 \\ F'(x) := 0 \end{bmatrix}$

$\int 0\,dx = 99 + C$ — POR $[\mathrm{IIC}] \begin{bmatrix} F(x) := 99 \\ F'(x) := 0 \end{bmatrix}$

$42 + C = 99 + C$

$42 = 99$

(1) ESCREVA AS JUSTIFICATIVAS:

$\int_{x=2}^{x=3} 0\,dx \overset{(1)}{=} 42\Big|_{x=2}^{x=3}$

$\int_{x=2}^{x=3} 0\,dx \overset{(2)}{=} 99\Big|_{x=2}^{x=3}$

$42\Big|_{x=2}^{x=3} \overset{(3)}{=} 99\Big|_{x=2}^{x=3}$

PRA CASA!!!

$\int x\,dx$?

$\int \operatorname{sen} x\,dx$?

$\int_{x=0}^{x=\pi} \operatorname{sen} x\,dx =$

$\boxed{\int 2x\,dx} = x^2 + \boxed{C}$

$[\mathrm{TFC2}] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$

$[\mathrm{II}] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x) \right)$

$[\mathrm{IIC}] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x) + C \right)$

$[\mathrm{defdif}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a) \right)$

$[\mathrm{defdif}]\begin{bmatrix} F(x) := 42 \\ a := 2 \\ b := 3 \end{bmatrix} = \left(42\Big|_{x=2}^{x=3} = 42 - 42 \right)$

$\int 0\,dx \overset{(1)}{=} 42$ por $[\mathrm{II}]\begin{bmatrix} F(x) := 42 \\ F'(x) := 0 \end{bmatrix}$

$\int 0\,dx \overset{(2)}{=} 99$ por $[\mathrm{II}]\begin{bmatrix} F(x) := 99 \\ F'(x) := 0 \end{bmatrix}$

$42 \overset{(3)}{=} 99$ por (1) e (2)

$\int 0\,dx = 42 + C$ por $[\mathrm{IIC}]\begin{bmatrix} F(x) := 42 \\ F'(x) := 0 \end{bmatrix}$

$\int 0\,dx = 99 + C$ por $[\mathrm{IIC}]\begin{bmatrix} F(x) := 99 \\ F'(x) := 0 \end{bmatrix}$

$42 + C = 99 + C$

$42 = 99$

⇦ COMECEM FAZENDO O "EXERCÍCIO MUITO IMPORTANTE" QUE EU DISTRIBUÍ!

AS
ETAS,
?,
"É"
ER
MA
O

(1) ESCREVA AS JUSTIFICATIVAS:

$\int_{x=2}^{x=3} 0\,dx \overset{(1)}{=} 42\Big|_{x=2}^{x=3}$ POR ?

$\int_{x=2}^{x=3} 0\,dx \overset{(2)}{=} 99\Big|_{x=2}^{x=3}$ POR ?

$42\Big|_{x=2}^{x=3} \overset{(3)}{=} 99\Big|_{x=2}^{x=3}$ POR ?

PRA CASA!!!

C2 8/ABRIL/2024

INÍCIO: 14:13

(MAS EU VOU ESCREVER UMAS COISAS NO QUADRO, DISTRIBUIR UMAS FOLHAS, E SÓ DEPOIS A AULA VAI COMEÇAR DE VERDADE)

① VOCÊS ESTÃO ACHANDO TUDO MUITO ABSTRATO? BEM VINDO A CÁLCULO 2! !! AINDA VAI PIORAR MUITO, MAS HOJE A GENTE VAI VER:

ⓐ COMO USAR O [:=] PRA TRANSFORMAR COISAS MUITO ABSTRATAS EM COISAS MAIS CONCRETAS,

ⓑ A INTEGRAL INDEFINIDA, QUE É DIFÍCIL DE ENTENDER O QUE ELA "É" MAS É FÁCIL ENTENDER COMO USÁ-LA COMO UMA ABREVIAÇÃO E COMO DESABREVIAR ELA...

$\int x\,dx$?

$\int \operatorname{sen} x\,dx$?

$\int_{x=0}^{x=\pi} \operatorname{sen} x\,dx =$

$\int 2x\,dx = x^2 + \boxed{C}$

COMECEM FAZENDO O "EXERCÍCIO MUITO IMPORTANTE" QUE EU DISTRIBUÍ!

$$[\mathrm{TFC2}] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right) \qquad [\mathrm{defdif}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a) \right)$$

$$[\mathrm{II}] = \left(\int F'(\cancel{x})\,dx = F(x) \right)$$

$$[\mathrm{IIC}] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x) + C \right)$$

$$\int_{x=10}^{x=100} x^2 e^x\,dx = (x^2e^x - 2xe^x + 2e^x)\Big|_{x=10}^{x=100}$$

$$\int x^2 e^x\,dx =$$

$$[\mathrm{II}]\begin{bmatrix} F(x) := x^2e^x - 2xe^x + 2e^x \\ F'(x) := x^2e^x \end{bmatrix} = \left(\int x^2e^x\,dx = x^2e^x - 2xe^x + 2e^x \right)$$

$$\frac{d}{dx}(x^2e^x) = \left(\frac{d}{dx}x^2\right)e^x + x^2\left(\frac{d}{dx}e^x\right) = 2x\,e^x + x^2e^x$$

$$\frac{d}{dx}xe^x = \left(\frac{d}{dx}x\right)e^x + x\frac{d}{dx}e^x = e^x + xe^x$$

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dx}(x^2e^x - 2xe^x + 2e^x) \\
&= \frac{d}{dx}(x^2e^x) - 2\frac{d}{dx}(xe^x) + 2\frac{d}{dx}e^x \\
&= (2xe^x + x^2e^x) - 2(e^x + xe^x) + 2e^x \\
&= \cancel{2xe^x} + x^2e^x - \cancel{2e^x} - \cancel{2xe^x} + \cancel{2e^x} = x^2e^x
\end{aligned}$$

② EXERCÍCIO: COMPLETE:

$$[\mathrm{TFC2}]\begin{bmatrix} F(x) := x^2e^x - 2xe^x + 2e^x \\ F'(x) := x^2e^x \\ a := 10 \\ b := 100 \end{bmatrix} = \left(\int_{x=10}^{x=100} x^2e^x\,dx = \right.$$

$\int x\,dx$?

$\int \operatorname{sen} x\,dx$?

$\int_{x=0}^{x=\pi} \operatorname{sen} x\,dx =$

$\boxed{\int 2x\,dx} = x^2 + \boxed{C}$

$$[\mathrm{TFC2}] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b}\right)$$

$$[\mathrm{defdif}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b)-F(a)\right)$$

$$[\mathrm{II}] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x)\right)$$

$$[\mathrm{IIC}] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x)+C\right)$$

$$\int_{x=10}^{x=100} x^2e^x\,dx = \left(x^2e^x - 2xe^x + 2e^x\right)\Big|_{x=10}^{x=100}$$

$$\int x^2e^x\,dx =$$

$$[\mathrm{II}]\begin{bmatrix} F(x) := x^2e^x - 2xe^x + 2e^x \\ F'(x) := x^2e^x \end{bmatrix} = \left(\int x^2e^x\,dx = x^2e^x - 2xe^x + 2e^x\right)$$

$$\frac{d}{dx}(x^2e^x) = \left(\frac{d}{dx}x^2\right)e^x + x^2\left(\frac{d}{dx}e^x\right)$$
$$= 2x\;e^x + x^2e^x$$

$$\frac{d}{dx}xe^x = \left(\frac{d}{dx}x\right)e^x + x\frac{d}{dx}e^x$$
$$= e^x + xe^x$$

$$\frac{d}{dx}\left(x^2e^x - 2xe^x + 2e^x\right)$$
$$= \frac{d}{dx}(x^2e^x) - 2\frac{d}{dx}(xe^x) + 2\frac{d}{dx}e^x$$
$$= (2xe^x + x^2e^x) - 2(e^x + xe^x) + 2e^x$$
$$= \cancel{2xe^x} + x^2e^x - \cancel{2e^x} - \cancel{2xe^x} + \cancel{2e^x} = x^2e^x$$

COMECEM FAZENDO O "EXERCÍCIO MUITO IMPORTANTE" QUE EU DISTRIBUÍ!

R
TAS
RETAS,
DA,
A "É"
DER
UMA
MO
..

(2) EXERCÍCIO:
COMPLETE:

$$[\mathrm{TFC2}]\begin{bmatrix} F(x) := x^2e^x - 2xe^x + 2e^x \\ F'(x) := x^2e^x \\ a := 10 \\ b := 100 \end{bmatrix} = \left(\int_{x=10}^{x=100} x^2e^x\,dx = \left(x^2e^x - 2xe^x + 2e^x\right)\Big|_{x=10}^{x=100}\right)$$

C2 5/ABRIL/2024

INÍCIO: 14:13

(MAS EU VOU ESCREVER UMAS COISAS NO QUADRO, DISTRIBUIR UMAS FOLHAS, E SÓ DEPOIS A AULA VAI COMEÇAR DE VERDADE)

① VOCÊS ESTÃO ACHANDO TUDO MUITO ABSTRATO? BEM VINDO A CÁLCULO 2! !! AINDA VAI PIORAR MUITO, MAS HOJE A GENTE VAI VER:

ⓐ COMO USAR O [:=] PRA TRANSFORMAR COISAS MUITO ABSTRATAS EM COISAS MAIS CONCRETAS,

ⓑ A INTEGRAL INDEFINIDA, QUE É DIFÍCIL DE ENTENDER O QUE ELA "É" MAS É FÁCIL ENTENDER COMO USÁ-LA COMO UMA ABREVIAÇÃO E COMO DESABREVIAR ELA...

$\int x\,dx$?

$\int \operatorname{sen} x\,dx$?

$\int_{x=0}^{x=\pi} \operatorname{sen} x\,dx =$

$\int 2x\,dx = x^2 + \boxed{C}$

COMECEM FAZENDO O "EXERCÍCIO MUITO IMPORTANTE" QUE EU DISTRIBUÍ!

$[\mathrm{TFC2}] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$

$[\mathrm{II}] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x) \right)$

$[\mathrm{IIC}] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x) + C \right)$

$[\mathrm{defdif}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a) \right)$

$\int_{x=10}^{x=100} x^2 e^x\,dx = (x^2e^x - 2xe^x + 2e^x)\Big|_{x=10}^{x=100}$

$\int x^2 e^x\,dx = ?$

$[\mathrm{IP}]\begin{bmatrix} g := x^2 \\ g' := 2x \\ h := e^x \\ h' := e^x \end{bmatrix} = ?$

$[\mathrm{IP}]\begin{bmatrix} g := x \\ g' := 1 \\ h := e^x \\ h' := e^x \end{bmatrix} = ?$

$(g(x)h(x))' = g'(x)h(x) +$

$(gh)' = g'h + gh'$

$[\mathrm{II}]\begin{bmatrix} F(x) := gh \\ F'(x) := g'h + gh' \end{bmatrix} = ($

$\int g'h + gh'\,dx = gh$

$gh = \int g'h + gh'\,dx$

$= \int g'h\,dx + \int gh'\,dx$

$gh = \int g'h\,dx + \int gh'\,dx$

$\int g'h\,dx + \int gh'\,dx = gh$

$\int gh'\,dx = gh - \int g'h\,dx$

$[\mathrm{IP}] = \left(\int gh'\,dx = gh - \int g'h\,dx \right)$

$\int x\,dx$?

$\int \operatorname{sen} x\,dx$?

$\int_{x=0}^{x=\pi} \operatorname{sen} x\,dx =$

$\boxed{\int 2x\,dx} = x^2 + \boxed{C}$

COMECEM FAZENDO O "EXERCÍCIO MUITO IMPORTANTE" QUE EU DISTRIBUI!

$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$

$[II] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x) \right)$

$[IIC] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x) + C \right)$

$[\text{defdif}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a) \right)$

$\int_{x=10}^{x=100} x^2 e^x\,dx = (x^2e^x - 2xe^x + 2e^x)\Big|_{x=10}^{x=100}$

$\int x^2 e^x\,dx = ?$

$[IP]\begin{bmatrix} g := x^2 \\ g' := 2x \\ h := e^x \\ h' := e^x \end{bmatrix} = ?$

$[IP]\begin{bmatrix} g := x \\ g' := 1 \\ h := e^x \\ h' := e^x \end{bmatrix} = ?$

$=$

$(g(x)h(x))' = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$

$(gh)' = g'h + gh'$

$[II]\begin{bmatrix} F(x) := gh \\ F'(x) := g'h + gh' \end{bmatrix} = \left(\int g'h + gh'\,dx = gh \right)$

$\int g'h + gh'\,dx = gh$

$gh = \int g'h + gh'\,dx$

$= \int g'h\,dx + \int gh'\,dx$

$gh = \int g'h\,dx + \int gh'\,dx$

$\int g'h\,dx + \int gh'\,dx = gh$

$\int gh'\,dx = gh - \int g'h\,dx$

$[IP] = \left(\int gh'\,dx = gh - \int g'h\,dx \right)$

$\int \underbrace{g}_{x^2}\underbrace{h'}_{e^x}\,dx = \underbrace{g}_{x^2}\underbrace{h}_{e^x} - \int \underbrace{g'}_{2x}\underbrace{h}_{e^x}\,dx$

C2 9/ABRIL/2024

INÍCIO: 14:28 !!

HOJE: AULA MAIS CURTA PORQUE EU VOU SAIR ÀS 15:05 PRA ASSEMBLÉIA NO IHS!

HOJE: MAIS INTEGRAÇÃO POR PARTES, INTRODUÇÃO A FRAÇÕES PARCIAIS.

$$[IP] = \left(\int f g' \, dx = f g - \int f' g \, dx \right)$$

DIGAMOS QUE A GENTE QUER RESOLVER ISTO:

$$\int_{x=2}^{x=3} x^2 e^x \, dx = ?$$

OU: $\int x^2 e^x \, dx = ?$

UMA DAS PRINCIPAIS DIFERENÇAS ENTRE C1 E C2 É QUE EM C1 A GENTE RESOLVE QUASE QUALQUER QUESTÃO COM UMA SEQUÊNCIA DE IGUALDADES SÓ, E USANDO SÓ FÓRMULAS QUE A GENTE JÁ CONHECE...

EM C2 TAMBÉM DÁ PRA FAZER ISSO, MAS EM MUITOS CASOS VAI SER MUITO MAIS FÁCIL E RÁPIDO USAR VÁRIAS SEQUÊNCIAS DE IGUALDADES E DEMONSTRAR FÓRMULAS NOVAS.

$$\int x^2 e^x \, dx = ?$$

$$[IP] \begin{bmatrix} f := x^2 \\ f' := 2x \\ g := e^x \\ g' := e^x \end{bmatrix} = \left(\int x^2 e^x \, dx = x^2 e^x - \int 2x e^x \, dx \right)$$

$$\int \underbrace{x^2}_{f} \underbrace{e^x}_{g'} dx = \underbrace{x^2}_{f} \underbrace{e^x}_{g} - \int \underbrace{2x}_{f'} \underbrace{e^x}_{g} dx$$

$$\int 2x e^x \, dx = 2 \int x e^x \, dx = ?$$

$$\int \underbrace{x}_{f} \underbrace{e^x}_{g'} dx = \underbrace{x}_{f} \underbrace{e^x}_{g} - \int \underbrace{1}_{f'} \underbrace{e^x}_{g} dx$$

$$\int 1 e^x \, dx = \int e^x \, dx = e^x$$

$$\begin{aligned}
\int x^2 e^x \, dx &= x^2 e^x - \int 2x e^x \, dx \\
&= x^2 e^x - 2 \int x e^x \, dx \\
&= x^2 e^x - 2 \left(x e^x - \int e^x \, dx \right) \\
&= x^2 e^x - 2 (x e^x - e^x) \\
&= x^2 e^x - 2x e^x + 2 e^x
\end{aligned}$$

(1) Seja $h(x) = x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x$.

(a) Calcule $h'(x)$.

(b) Complete:

$$\left(\int F'(x) \, dx = F(x) \right) \begin{bmatrix} F(x) := ? \\ F'(x) := x^2 e^x \end{bmatrix} = \left(\int x^2 e^x \, dx = \right.$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$fg = \int f'g + fg' \, dx$$

$$fg = \int f'g \, dx + \int fg' \, dx$$

$$\int$$

INTRODU

FRAÇÕE

SABEM

E POR

(2) CALCUL

CADEIA

(a) $\frac{d}{dx} \ln$

(b) $\frac{d}{dx} \ln$

(c) $\frac{d}{dx} \ln ($

OBS: $[RC] = \left(\frac{d}{dx} \right.$

$$[RC] \begin{bmatrix} f(x) := \ln x \\ f'(x) := 1/x \\ g(x) := ax - \\ g'(x) := a \end{bmatrix}$$

$[FNOVA_1] = \left(\frac{d}{dx} \right.$

$[FNOVA_1] \begin{bmatrix} a := 1 \\ b := a \end{bmatrix} =$

TAMBÉM
FAZER ISSO,
MUITOS CASOS
É MUITO MAIS
RÁPIDO USAR
SEQUÊNCIAS DE
...DADES E
...STRAR FÓRMULAS
...S.

$\int x^2 e^x dx = ?$

$[IP]\begin{bmatrix} f := x^2 \\ f' := 2x \\ g := e^x \\ g' := e^x \end{bmatrix} = \left(\int x^2 e^x dx = x^2 e^x - \int 2x e^x dx \right)$

$\int \underbrace{x^2}_{f} \underbrace{e^x}_{g'} dx = \underbrace{x^2}_{f} \underbrace{e^x}_{g} - \int \underbrace{2x}_{f'} \underbrace{e^x}_{g} dx$

$\int 2x e^x dx = 2 \int x e^x dx = ?$

$\int \underbrace{x}_{f} \underbrace{e^x}_{g'} dx = \underbrace{x}_{f} \underbrace{e^x}_{g} - \int \underbrace{1}_{f'} \underbrace{e^x}_{g} dx$

$\int 1 e^x dx = \int e^x dx = e^x$

$$\begin{aligned} \int x^2 e^x dx &= x^2 e^x - \int 2x e^x dx \\ &= x^2 e^x - 2 \int x e^x dx \\ &= x^2 e^x - 2\left(x e^x - \int e^x dx\right) \\ &= x^2 e^x - 2(x e^x - e^x) \\ &= x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x \end{aligned}$$

① Seja $h(x) = x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x$.

ⓐ Calcule $h'(x)$.

ⓑ Complete:

$\left(\int F'(x) dx = F(x)\right) \begin{bmatrix} F(x) := ? \\ F'(x) := x^2 e^x \end{bmatrix} = \left(\int x^2 e^x dx = ?\right)$

$(fg)' = f'g + fg'$

$fg = \int f'g + fg' dx$

$fg = \int f'g dx + \int fg' dx$

$\int$

INTRODUÇÃO A FRAÇÕES PARCIAIS

Sabemos que $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$

e portanto $\int \frac{1}{x} dx = \ln x$.

② Calcule usando a regra da cadeia:

ⓐ $\frac{d}{dx} \ln(g(x)) = ?$

ⓑ $\frac{d}{dx} \ln(x-b) = \frac{1}{x-b}$

ⓒ $\frac{d}{dx} \ln(ax-b) = \frac{1}{ax-b} \cdot a = \frac{a}{ax-b}$

ⓓ $\int \frac{1}{ax-b} dx = ?$

ⓔ $\int \frac{a}{bx-c} dx = ?$

OBS: $[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x)) g'(x)\right)$

$[RC]\begin{bmatrix} f(x) := \ln x \\ f'(x) := 1/x \\ g(x) := ax-b \\ g'(x) := a \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx} \ln(ax-b) = \frac{1}{ax-b} \cdot a\right)$

$[FNOVA_1] = \left(\frac{d}{dx} \ln(ax-b) = \frac{a}{ax-b}\right)$

$[FNOVA_1]\begin{bmatrix} a := 1 \\ b := a \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx} \ln(1x-a) = \frac{1}{1x-a}\right)$

$\frac{d}{dx} \ln(x-a) = \frac{1}{x-a}$

$\frac{d}{dx} \ln(x-b) = \frac{1}{x-b}$

$\boxed{\text{C2 9/ABRIL/2024}}$

$\boxed{\text{INÍCIO: 14:28 !!}}$

HOJE: AULA MAIS CURTA PORQUE EU VOU SAIR ÀS 15:05 PRA ASSEMBLÉIA NO IHS!

HOJE: MAIS INTEGRAÇÃO POR PARTES, INTRODUÇÃO A FRAÇÕES PARCIAIS.

$$[IP] = \left(\int fg'\,dx = fg - \int f'g\,dx \right)$$

DIGAMOS QUE A GENTE QUER RESOLVER ISTO:

$$\int_{x=2}^{x=3} x^2 e^x\,dx = ?$$

OU: $\int x^2 e^x\,dx = ?$

UMA DAS PRINCIPAIS DIFERENÇAS ENTRE C1 E C2 É QUE EM C1 A GENTE RESOLVE QUASE QUALQUER QUESTÃO COM UMA SEQUÊNCIA DE IGUALDADES SÓ, E USANDO SÓ FÓRMULAS QUE A GENTE JÁ CONHECE...

EM C2 TAMBÉM DÁ PRA FAZER ISSO, MAS EM MUITOS CASOS VAI SER MUITO MAIS FÁCIL E RÁPIDO USAR VÁRIAS SEQUÊNCIAS DE IGUALDADES E DEMONSTRAR FÓRMULAS NOVAS.

$$bx - c = bx - \frac{b}{b}c = b\left(x - \frac{1}{b}c\right) = b\left(x - \frac{c}{b}\right)$$

(e)
$$\int \frac{a}{bx-c}\,dx = a\int \frac{1}{bx-c}\,dx = a\int \frac{1}{b\left(x-\frac{c}{b}\right)}\,dx = a\int \frac{1}{b}\,\frac{1}{x-\frac{c}{b}}\,dx = a\frac{1}{b}\int \frac{1}{x-\frac{c}{b}}\,dx = \frac{a}{b}\int \frac{1}{x-\frac{c}{b}}\,dx$$

$$[II] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x) \right)$$

$$[II]\begin{bmatrix} F'(x) := \frac{1}{x-\frac{c}{b}} \\ F(x) := \ln\left(x-\frac{c}{b}\right) \end{bmatrix} = \left(\int \frac{1}{x-\frac{c}{b}}\,dx = \ln\left(x-\frac{c}{b}\right) \right)$$

$$[FNOVA_2] = \left(\frac{d}{dx} \ln(x-b) = \frac{1}{x-b} \right)$$

$$[FNOVA_2]\left[b := \frac{c}{b}\right] = \left(\frac{d}{dx} \ln\left(x-\frac{c}{b}\right) = \frac{1}{x-\frac{c}{b}} \right)$$

INTRO... FRAÇÕ...

SABE...

E PO...

(2) CALC... CASO...

(a) $\frac{d}{dx} \ln$...

(b) $\frac{d}{dx} \ln$...

(c) $\frac{d}{dx} \ln$...

OBS: $[RC] = ($...

$[RC]\begin{bmatrix} F(x) := \ln \\ F'(x) := 1/ \\ g(x) := ax \\ g'(x) := a \end{bmatrix}$...

$[FNOVA_1] = \left(\frac{d}{dx}\right.$...

$[FNOVA_1]\begin{bmatrix} a := 1 \\ b := a \end{bmatrix}$...

CZ TAMBÉM
ÍA FAZER ISSO,
EM **MUITOS** CASOS
SER MUITO MAIS
IL E RÁPIDO USAR
UAS SEQUÊNCIAS DE
UALDADES E
EMONSTRAR FÓRMULAS
OVAS.

$$bx - c = bx - \frac{b}{b}c = b\left(x - \frac{1}{b}c\right) = b\left(x - \frac{c}{b}\right)$$

ⓔ
$$\int \frac{a}{bx-c}\,dx = a\int \frac{1}{bx-c}\,dx$$
$$= a\int \frac{1}{b\left(x-\frac{c}{b}\right)}\,dx$$
$$= a\int \frac{1}{b}\,\frac{1}{x-\frac{c}{b}}\,dx$$
$$= a\frac{1}{b}\int \frac{1}{x-\frac{c}{b}}\,dx$$
$$= \frac{a}{b}\int \frac{1}{x-\frac{c}{b}}\,dx$$

$$[II] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x)\right)$$

$$[II]\begin{bmatrix} F'(x) := \frac{1}{x-\frac{c}{b}} \\ F(x) := \ln\left(x-\frac{c}{b}\right)\end{bmatrix} = \left(\int \frac{1}{x-\frac{c}{b}}\,dx = \ln\left(x-\frac{c}{b}\right)\right)$$

$$[\text{FNOVA}_2] = \left(\frac{d}{dx}\ln(x-b) = \frac{1}{x-b}\right)$$

$$[\text{FNOVA}_2]\left[b := \frac{c}{b}\right] = \left(\frac{d}{dx}\ln\left(x-\frac{c}{b}\right) = \frac{1}{x-\frac{c}{b}}\right)$$

INTRODUÇÃO A FRAÇÕES PARCIAIS

SABEMOS QUE $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
E PORTANTO $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln x$.

(2) CALCULE USANDO A REGRA DA CADEIA:

ⓐ $\frac{d}{dx}\ln(g(x)) = ?$

ⓑ $\frac{d}{dx}\ln(x-b) = \frac{1}{x-b}$

ⓒ $\frac{d}{dx}\ln(ax-b) = \frac{1}{ax-b}\cdot a = \frac{a}{ax-b}$

ⓓ $\int \frac{1}{ax-b}\,dx = ?$

ⓔ $\int \frac{a}{bx-c}\,dx = ?$

OBS: $[RC] = \left(\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x)\right)$

$$[RC]\begin{bmatrix} f(x) := \ln x \\ f'(x) := 1/x \\ g(x) := ax-b \\ g'(x) := a \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}\ln(ax-b) = \frac{1}{ax-b}\cdot a\right)$$

$$[\text{FNOVA}_1] = \left(\frac{d}{dx}\ln(ax-b) = \frac{a}{ax-b}\right)$$

$$[\text{FNOVA}_1]\begin{bmatrix} a := 1 \\ b := a \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}\ln(1x-a) = \frac{1}{1x-a}\right)$$

$$\frac{d}{dx}\ln(x-a) = \frac{1}{x-a}$$
$$\frac{d}{dx}\ln(x-b) = \frac{1}{x-b}$$

$$[\text{FNOVA}_2] = \left(\frac{d}{dx}\ln(x-b) = \frac{1}{x-b}\right)$$

C2 16/abril/2024
Início: 14:36 !!

Hoje: introdução a isso aqui:

$$\int f'(\underbrace{g(x)}_{u})\underbrace{\underbrace{g'(x)}_{\frac{du}{dx}} dx}_{du} = \int f'(u)\,du$$

$$\int \cos(\underbrace{2x}_{u})\underbrace{dx}_{\frac{1}{2}du} = \int \cos(u)\tfrac{1}{2}du$$
$$= \tfrac{1}{2}\int \cos(u)\,du$$
$$= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{sen}\,u$$
$$= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{sen}(2x)$$

$$\left[\begin{array}{c} u = 2x \\ \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}2x = 2 \\ \frac{du}{dx} = 2 \\ du = 2\,dx \\ \frac{1}{2}du = dx \end{array}\right]$$

$$\int \cos(2x)\,dx = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{sen}(2x)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\tfrac{1}{2}\,\mathrm{sen}(2x)\right) = \tfrac{1}{2}\cos(2x)\cdot 2 = \cos(2x)$$ por $[RC]\left[\begin{array}{l} f(x) := \frac{1}{2}\,\mathrm{sen}\,x \\ f'(x) := \frac{1}{2}\cos x \\ g(x) := 2x \\ g'(x) := 2 \end{array}\right]$

$$[II]\left[\begin{array}{l} F(x) := \frac{1}{2}\,\mathrm{sen}(2x) \\ F'(x) := \cos 2x \end{array}\right] = \left(\int \cos 2x\,dx = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{sen}(2x)\right)$$

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x)\right)$$
$$[II] = \left(\int F'(x)\,dx = F(x)\right)$$

Agora:
Exercício 1
(p.9 do PDF sobre diferenciais e mudança de variável).

E exercício 2!

Todo mundo já leu o slide 5, né? ☺
"Meu objetivo é reprovar pessoas como você!!!"

A

A—

$f'(u) =$
$f(u) =$

$f(x) =$

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$$

$$\left(\int F'(x)dx = F(x)\right)$$

ÀGORA:

EXERCÍCIO 1 =

(P.9 DO PDF SOBRE DIFERENCIAIS E MUDANÇA DE VARIÁVEL).

E EXERCÍCIO 2!

TODO MUNDO JÁ LEU O SLIDE 5, NÉ? O "MEU OBJETIVO É REPROVAR PESSOAS COMO VOCÊ!!!"

$2x = 2$

2

$2\,dx$

dx

$C]\begin{bmatrix} f(x) := \frac{1}{2}\operatorname{sen} x \\ f'(x) := \frac{1}{2}\cos x \\ g(x) := 2x \\ g'(x) := 2 \end{bmatrix}$

$dx = \frac{1}{2}\operatorname{sen}(2x))$

B

$A \to B$

$A \to B \to C$

$f'(g(x))\begin{bmatrix} f'(u) := u^{10} \\ f(u) := \frac{1}{11}u^{11} \\ g(x) := x^2+4 \\ g'(x) := 2x \end{bmatrix} = (x^2+4)^{10}$

$\begin{bmatrix} f'(x) := \tan x \\ g(x) := x^2 \\ g'(x) := 2x \end{bmatrix}$

$f'(u) = u^{10}$

$f(u) = \frac{1}{11}u^{11}$

$f(x) = \frac{1}{11}x^{11}$

$(a+b)[a := 42] = (42+b)$

C2 16/ABRIL/2024
INÍCIO: 14:36 "

HOJE: INTRODUÇÃO
A ISSO AQUI:

$$\int f'(\underbrace{g(x)}_{u}) \underbrace{\underbrace{g'(x)}_{\frac{du}{dx}} dx}_{du} = \int f'(u)\, du$$

$$\int \cos(\underbrace{2x}_{u}) \underbrace{dx}_{\frac{1}{2}du} = \int \cos(u) \tfrac{1}{2} du = \tfrac{1}{2}\int \cos(u)\, du = \tfrac{1}{2} \text{sen } u = \tfrac{1}{2}\text{sen}(2x)$$

$$\left[\begin{array}{l} u = 2x \\ \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}2x = 2 \\ \frac{du}{dx} = 2 \\ du = 2dx \\ \frac{1}{2}du = dx \end{array}\right]$$

$$\int \cos(2x)\, dx = \tfrac{1}{2}\text{sen}(2x)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\tfrac{1}{2}\text{sen}(2x)\right) = \tfrac{1}{2}\cos(2x)\cdot 2 = \cos(2x)$$

POR [RC] $\left[\begin{array}{l} f(x) := \frac{1}{2}\text{sen } x \\ f'(x) := \frac{1}{2}\cos x \\ g(x) := 2x \\ g'(x) := 2 \end{array}\right]$

$$[II]\left[\begin{array}{l} F(x) := \frac{1}{2}\text{sen}(2x) \\ F'(x) := \cos 2x \end{array}\right] = \left(\int \cos 2x\, dx = \tfrac{1}{2}\text{sen}(2x)\right)$$

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)\right)$$

$$[II] = \left(\int F'(x)dx = F(x)\right) \quad =$$

PRA CASA:
TERMINEM OS
EXERCÍCIOS 1, 2 e 3!

$$\int \frac{2}{3x+4} + \frac{5}{6x+7}\, dx = ?$$

$$\int \frac{2}{3x+4}\, dx = ?$$

$$\frac{d}{dx} ? = \frac{2}{3x+4}$$

$$\frac{d}{dx}\text{sen } x = \cos x$$

$$\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} 2\ln x = \frac{2}{x}$$

$$\frac{d}{dx}\ln(g(x)) \overset{(1)}{=} \frac{1}{g(x)}\cdot g'(x) \overset{(2)}{=} \frac{g'(x)}{g(x)}$$

POR [RC] $\left[\begin{array}{l} f(x) := \ln x \\ f'(x) := \frac{1}{x} \end{array}\right]$

POR (1) e (2)

$$\frac{d}{dx}\ln(g(x)) \overset{(3)}{=} \frac{g'(x)}{g(x)}$$

$$\frac{d}{dx}\ln(6x+7) = \frac{6}{6x+7}$$

$$\frac{d}{dx}\ln(ax+b) = \frac{a}{ax+b}$$

$$\frac{d}{dx}\left(c\cdot\ln(ax+b)\right) \overset{(3)}{=} c\,\frac{a}{ax+b}$$

$$\frac{d}{dx}\left(c\cdot\ln(3x+4)\right) = c\,\frac{3}{3x+4}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\tfrac{1}{3}\cdot\ln(3x+4)\right) = \tfrac{1}{\cancel{3}}\,\frac{\cancel{3}}{3x+4}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\tfrac{2}{3}\cdot\ln(3x+4)\right) = \frac{2}{3x+4}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\tfrac{a}{b}\ln(bx+c)\right) = \frac{a}{b}\,\frac{b}{bx+c} = \frac{a}{bx+c}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\tfrac{a}{b}\ln(bx+c\right.$$

$$\int \frac{a}{bx+c}dx \overset{(3)}{=} \frac{a}{b}$$

$$\int \frac{2}{3x+4}dx = \frac{2}{3}$$

$$\int \frac{5}{6x+7}dx = \frac{5}{6}$$

$$\int \frac{2}{3x+4} + \frac{5}{6x+7}dx = \frac{2}{3}$$

$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x) \right)$

$[II] = \left(\int F'(x)dx = F(x) \right)$

PRA CASA:
TERMINEM OS
EXERCÍCIOS 1, 2 e 3!

$$\frac{d}{dx} \ln(6x+7) = \frac{6}{6x+7} \qquad \text{POR } (3) \begin{bmatrix} g(x) := 6x+7 \\ g'(x) := 6 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dx} \ln(ax+b) = \frac{a}{ax+b} \qquad \text{POR } (3) \begin{bmatrix} g(x) := ax+b \\ g'(x) := a \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dx}\left(c \cdot \ln(ax+b)\right) \overset{(5)}{=} c\,\frac{a}{ax+b}$$

$$\frac{d}{dx}\left(c \cdot \ln(3x+4)\right) = c\,\frac{3}{3x+4} \qquad \text{POR } [5] \begin{bmatrix} a := 3 \\ b := 4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3} \cdot \ln(3x+4)\right) = \frac{1}{\cancel{3}}\,\frac{\cancel{3}}{3x+4} = \frac{1}{3x+4}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{3} \cdot \ln(3x+4)\right) = \frac{2}{3x+4}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{a}{b} \ln(bx+c)\right) = \frac{a}{\cancel{b}}\,\frac{\cancel{b}}{bx+c} = \frac{a}{bx+c}$$

$$\int \frac{2}{3x+4} + \frac{5}{6x+7}\,dx = ?$$

$$\int \frac{2}{3x+4}\,dx = ?$$

$$\frac{d}{dx} ? = \frac{2}{3x+4}$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{sen} x = \cos x$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} 2 \ln x = \frac{2}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln(g(x)) \overset{(1)}{=} \frac{1}{g(x)} \cdot g'(x) \qquad \text{POR } [RC] \begin{bmatrix} f(x) := \ln x \\ f'(x) := \frac{1}{x} \end{bmatrix}$$

$$\overset{(2)}{=} \frac{g'(x)}{g(x)} \qquad \text{POR } (1) \text{ e } (2)$$

$$\frac{d}{dx} \ln(g(x)) \overset{(3)}{=} \frac{g'(x)}{g(x)}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{a}{b} \ln(bx+c)\right) = \frac{a}{bx+c}$$

$$\int \frac{a}{bx+c}\,dx \overset{(8)}{=} \frac{a}{b} \ln(bx+c)$$

$$\int \frac{2}{3x+4}\,dx = \frac{2}{3} \ln(3x+4)$$

$$\int \frac{5}{6x+7}\,dx = \frac{5}{6} \ln(6x+7)$$

$$\int \frac{2}{3x+4} + \frac{5}{6x+7}\,dx = \frac{2}{3} \ln(3x+4) + \frac{5}{6} \ln(6x+7)$$

$$\begin{bmatrix} u = 2x \\ \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} 2x = 2 \\ \frac{du}{dx} = 2 \\ du = 2dx \\ \frac{1}{2} du = dx \end{bmatrix}$$

$$\text{POR } [RC] \begin{bmatrix} f(x) := \frac{1}{2} \operatorname{sen} x \\ f'(x) := \frac{1}{2} \cos x \\ g(x) := 2x \\ g'(x) := 2 \end{bmatrix}$$

$$= \left(\int \cos 2x\,dx = \frac{1}{2} \operatorname{sen}(2x) \right)$$

C2 17/ABRIL/2024

INÍCIO: 9:24

HOJE: CONTINUAÇÃO DE ONTEM - A GENTE VAI SE CONCENTRAR NO EXERCÍCIO 3 DO PDF DE DIFEREN-CIAIS E MUDANÇA DE VARIÁVEL...

AH, EU PUS NA PÁGINA DO CURSO UM LINK PRA UMA PÁGINA - FEITA EM MAXIMA!!! !!!!! - QUE RESOLVE INTEGRAIS PASSO A PASSO! PARECE QUE O PROGRAMA POR TRÁS DELA TEM 17 000 LINHAS... O PROGRAMA QUE EU USEI PRA FAZER O ÚLTIMO SLIDE - "LEITHOLD1 P.302" TEM 45 LINHAS!

PRA CASA: A PÁGINA DE LINKS DO PDF SOBRE DIFERENCIAIS E MUDANÇA DE VARIÁVEIS TEM LINKS PRA EXERCÍCIOS DE VÁRIOS LIVROS: LeitSp19, StewPtCapSp53, Miranda 196.

CADA UMA DESSAS PÁGINAS TEM MUITOS EXERCÍCIOS. RESOLVA O MAIOR NÚMERO DE EXERCÍCIOS QUE VOCÊ PUDER USANDO OS MÉTODOS QUE OS LIVROS ENSINAM, E DEPOIS TENTE JUSTIFICAR CADA PASSO COMO NO EXERCÍCIO 3 DE HOJE.

$$[MVI1] = \left(\int f'(g(x))\,g'(x)\,dx = \int f'(u)\,du\right)$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b}\right)$$

$$[defdif] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b)-F(a)\right)$$

$$\int \cos(\underbrace{2x}_{u})\cdot \underbrace{\underbrace{2}_{\frac{du}{dx}}\,dx}_{du} \overset{(1)}{=} \int \cos(u)\,du \quad \text{por } ?_1$$
$$\overset{(2)}{=} \operatorname{sen} u$$
$$\overset{(3)}{=} \operatorname{sen} 2x$$

$?_1 = [MVI1]$?

$$\int \cos(\underbrace{2x}_{g(x)})\cdot \underbrace{2}_{g'(x)}\,dx = \int \underbrace{\cos(u)}_{f'(u)}\,du$$

$$[MVI1]\begin{bmatrix} f'(u) := \cos u \\ g(x) := 2x \\ g'(x) := 2 \end{bmatrix} = \left(\int \cos(2x)\cdot 2\,dx = \int \cos(u)\,du\right)$$

$$[S_1] = \begin{bmatrix} f'(u) := u^{10} \\ f(u) := \frac{1}{11}u^{11} \\ g(x) := x^2+4 \\ g'(x) := 2x \end{bmatrix}$$

$$[MVI1] = \left(\int f'(g(x))\,g'(x)\right.$$

$$[MVI1]\,[S_1] =$$

$$f'(g(x))\,[S_1] = \left((x^2+4)^{10}\right)$$

PRA CASA:
A PÁGINA DE LINKS
DO PDF SOBRE
DIFERENCIAIS E MUDANÇA
DE VARIÁVEIS TEM
LINKS PRA EXERCÍCIOS
DE VÁRIOS LIVROS:
LeitSp19,
StewPtCapSp53,
Miranda 196.

!!!! - CADA UMA DESSAS
PÁGINAS TEM MUITOS
EXERCÍCIOS.
RESOLVA O MAIOR
NUMERO DE EXERCÍCIOS
QUE VOCÊ PUDER
USANDO OS MÉTODOS
QUE OS LIVROS ENSINAM,
E DEPOIS TENTE JUSTIFICAR
CADA PASSO COMO NO
EXERCÍCIO 3 DE HOJE.

MA

302"

$$[MVI1] = \left(\int f'(g(x))\, g'(x)\, dx = \int f'(u)\, du \right)$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\, dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$[\mathrm{def}\ \mathrm{dif}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a) \right)$$

$$\int \cos(\underbrace{2x}_{u}) \cdot \underbrace{\underbrace{2}_{\frac{du}{dx}}\, dx}_{du} \overset{(1)}{=} \int \cos(u)\, du \quad \text{POR } ?_1$$
$$\overset{(2)}{=} \operatorname{sen} u$$
$$\overset{(3)}{=} \operatorname{sen} 2x$$

$$?_1 = [MVI1]\ ?$$

$$\int \cos(\underbrace{2x}_{g(x)}) \cdot \underbrace{2}_{g'(x)}\, dx = \int \underbrace{\cos(u)}_{f'(u)}\, du$$

$$[MVI1] \begin{bmatrix} f'(u) := \cos u \\ g(x) := 2x \\ g'(x) := 2 \end{bmatrix} = \left(\int \cos(2x) \cdot 2\, dx = \int \cos(u)\, du \right)$$

$$[S_1] = \begin{bmatrix} f'(u) := u^{10} \\ f(u) := \frac{1}{11} u^{11} \\ g(x) := x^2 + 4 \\ g'(x) := 2x \end{bmatrix} \qquad f(x) := \frac{1}{11} x^{11}$$

$$[MVI1] = \left(\int f'(g(x))\, g'(x)\, dx = \int f(u)\, du \right)$$

$$[MVI1][S_1] =$$

$$f'(g(x))[S_1] = \left((x^2+4)^{10} \right)$$

C2 17/ABRIL/2024

INÍCIO: 9:24

HOJE: CONTINUAÇÃO DE ONTEM - A GENTE VAI SE CONCENTRAR NO EXERCÍCIO 3 DO PDF DE DIFERENCIAIS E MUDANÇA DE VARIÁVEL...

AH, EU PUS NA PÁGINA DO CURSO UM LINK PRA UMA PÁGINA - FEITA EM MAXIMA!!! !!!!! - QUE RESOLVE INTEGRAIS PASSO A PASSO!

PARECE QUE O PROGRAMA POR TRÁS DELA TEM 17 000 LINHAS... O PROGRAMA QUE EU USEI PRA FAZER O ÚLTIMO SLIDE - "LEITHOLD P.302" TEM 40 LINHAS!

PRA CASA:

A PÁGINA DE LINKS DO PDF SOBRE DIFERENCIAIS E MUDANÇA DE VARIÁVEIS TEM LINKS PRA EXERCÍCIOS DE VÁRIOS LIVROS:

LeitSp19,

StewPtCapSp53,

Miranda 196.

CADA UMA DESSAS PÁGINAS TEM MUITOS EXERCÍCIOS.

RESOLVA O MAIOR NÚMERO DE EXERCÍCIOS QUE VOCÊ PUDER USANDO OS MÉTODOS QUE OS LIVROS ENSINAM,

E DEPOIS TENTE JUSTIFICAR CADA PASSO COMO NO EXERCÍCIO 3 DE HOJE.

$$[MVI1] = \left(\int f'(g(x))\,g'(x)\,dx = \int f'(u)\,du \right)$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$[defdif] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b)-F(a) \right)$$

$$\int \cos(\underbrace{2x}_{u}) \cdot \underbrace{\underbrace{2}_{\frac{du}{dx}}\,dx}_{du} \overset{(1)}{=} \int \cos(u)\,du \quad \text{por } ?_1$$
$$\overset{(2)}{=} \operatorname{sen} u$$
$$\overset{(3)}{=} \operatorname{sen} 2x$$

$?_1 = [MVI1]$?

$$\int \cos(\underbrace{2x}_{g(x)}) \cdot \underbrace{2}_{g'(x)}\,dx = \int \underbrace{\cos(u)}_{f'(u)}\,du$$

$$[MVI1]\begin{bmatrix} f'(u) := \cos u \\ g(x) := 2x \\ g'(x) := 2 \end{bmatrix} = \left(\int \cos(2x)\cdot 2\,dx = \int \cos(u)\,du \right)$$

$(3) = (f(g(b)) - f(g$

$$[defdifL] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$[defdifR] = \left(F(b)-F(a) \right)$$

$$[defdif] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = \right.$$

$[defdif]\,[F(x) := F(g(x$

$[defdif]\,[F(x) := f(g(x))]$

A:
NA DE LINKS
DF SOBRE
NCIAIS E MUDANÇA
VARIÁVEIS TEM
S PRA EXERCÍCIOS
VÁRIOS LIVROS:
LeitSp19,
StewPtCapSp53,
Miranda 196.

- CADA UMA DESSAS PÁGINAS TEM MUITOS EXERCÍCIOS. RESOLVA O MAIOR NÚMERO DE EXERCÍCIOS QUE VOCÊ PUDER USANDO OS MÉTODOS QUE OS LIVROS ENSINAM, E DEPOIS TENTE JUSTIFICAR CADA PASSO COMO NO EXERCÍCIO 3 DE HOJE.

$$[\text{MVI1}] = \left(\int f'(g(x))g'(x)\,dx = \int f'(u)\,du \right)$$

$$[\text{TFC2}] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$[\text{defdif}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b)-F(a) \right)$$

$$\int \cos(\underbrace{2x}_{u})\cdot \underbrace{\underbrace{2}_{\frac{du}{dx}}\,dx}_{du} \overset{(1)}{=} \int \cos(u)\,du \quad \text{por } ?_1$$

$$\overset{(2)}{=} \operatorname{sen} u$$

$$\overset{(3)}{=} \operatorname{sen} 2x$$

$?_1 = [\text{MVI1}]\ ?$

$$\int \cos(\underbrace{2x}_{g(x)})\cdot \underbrace{2}_{g'(x)}\,dx = \int \underbrace{\cos(u)}_{f'(u)}\,du$$

$$[\text{MVI1}]\begin{bmatrix} f'(u) := \cos u \\ g(x) := 2x \\ g'(x) := 2 \end{bmatrix} = \left(\int \cos(2x)\cdot 2\,dx = \int \cos(u)\,du \right)$$

$$(3) = \left(f(g(b)) - f(g(a)) = f(u)\Big|_{u=g(a)}^{u=g(b)} \right)$$

$$[\text{defdifL}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$[\text{defdifR}] = \left(F(b)-F(a) \right)$$

$$[\text{defdif}] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b)-F(a) \right)$$

$$[\text{defdifL}]\left[F(x) := F(g(x)) \right] = \left(f(g(b)) - f(g(a)) \right)$$

$$[\text{defdif}]\left[F(x) := f(g(x)) \right] = \left(f(g(x))\Big|_{x=a}^{x=b} = f(g(b)) - f(g(a)) \right)$$

C2 24/ABRIL/2024

INÍCIO: 9:33

HOJE: DICAS PRA GREVE!

(1) VOCÊS VÃO PERDER PELO MENOS 2 PONTOS NA P1 SE VOCÊS AINDA NÃO TIVEREM APRENDIDO A NOMEAR TODOS OS OBJETOS DE VOCÊS! COMECEM A TREINAR ISSO PRA ONTEM!!!

(2) A P1 VAI TER UMA QUESTÃO DE JUSTIFIQUE O PASSO TAL E EXPANDA A SUA JUSTIFICATIVA. DÊEM UMA OLHADA NO PDF DE "CONTAS COM JUSTIFICATIVAS" DE 2023.2 PRA ENTENDER QUE A JUSTIFICATIVA SÓ FALA DO PEDAÇO QUE MUDOU.

(3) A P1 VAI TER QUESTÕES SOBRE MUDANÇAS DE VARIÁVEL USANDO DUAS TÉCNICAS QUE NÓS VAMOS VER DAQUI A POUCO.

(4) TREINEM MUITO OS PERSONAGENS a, b E c DA DICA 7.

(5) O ADRIANO DISSE QUE VAI TENTAR BOTAR AS PESSOAS PRA DISCUTIREM POR WHATSAPP OU TELEGRAM NOS GRUPOS DA TURMA. PARTICIPEM!

(6) EU VOU TER MUITO MAIS BOA VONTADE SE MAIS PESSOAS APRENDEREM O BÁSICO DO MAXIMA.

ABRAM O LINK PRO LIVRO DO CEDERJ NA SEÇÃO 20. NA PÁGINA 46 TEM UMA TÉCNICA PRA GENTE RESOLVER (3/4 DAS) INTEGRAIS DA FORMA

$$\int (\operatorname{sen}\theta)^{\alpha}(\cos\theta)^{\beta}\,d\theta$$

EXEMPLO:

$$\int (\operatorname{sen}\theta)^3(\cos\theta)^3\,d\theta$$

$$\int (\operatorname{sen}\theta)^3(\cos\theta)^2\underbrace{\cos\theta\,d\theta}_{ds}$$

$$= \int \underbrace{\underbrace{(\operatorname{sen}\theta)}_{s}{}^3}_{s^3}\underbrace{(\cos\theta)^2}_{?}\underbrace{\cos\theta\,d\theta}_{ds}$$

$$= \int \underbrace{\underbrace{(\operatorname{sen}\theta)}_{s}{}^3}_{s^3}\Big(1-\underbrace{\underbrace{(\operatorname{sen}\theta)}_{s}{}^2}_{s^2}\Big)\underbrace{\cos\theta\,d\theta}_{ds}$$

$$= \int s^3 \quad (1-s^2) \quad ds$$

$$s^3 - s^5 \qquad ds$$

$$= \int$$

$$= \frac{s^4}{4} - \frac{s^6}{6} = \frac{(\operatorname{sen}\theta)^4}{4} - \frac{(\operatorname{sen}\theta)^6}{6}$$

$$\left[\begin{array}{l} s = \operatorname{sen}\theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\operatorname{sen}\theta = \cos\theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \cos\theta \\ ds = \cos\theta\,d\theta \\ (\operatorname{sen}\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1 \\ (\cos\theta)^2 = 1 - (\operatorname{sen}\theta)^2 \end{array}\right]$$

$\frac{d}{dx}\operatorname{sen}x = \text{co}$

$\frac{d}{d\theta}\operatorname{sen}\theta = \text{co}$

$\int x^3 - x^5\,dx$

$\int s^3 - s^5\,ds$

(3) A P1 VAI TER QUESTÕES SOBRE MUDANÇAS DE VARIÁVEL USANDO DUAS TÉCNICAS QUE NÓS VAMOS VER DAQUI A POUCO.

(4) TREINEM MUITO OS PERSONAGENS a, b E c DA DICA 7.

(5) O ADRIANO DISSE QUE VAI TENTAR BOTAR AS PESSOAS PRA DISCUTIREM POR WHATSAPP OU TELEGRAM NOS GRUPOS DA TURMA. PARTICIPEM!

(6) EU VOU TER MUITO MAIS BOA VONTADE SE MAIS PESSOAS APRENDEREM O BÁSICO DO MAXIMA.

ABRAM O LINK PRO LIVRO DO CEDERJ NA SEÇÃO 20. NA PÁGINA 46 TEM UMA TÉCNICA PRA GENTE RESOLVER (3/4 DAS) INTEGRAIS DA FORMA

$$\int (\mathrm{sen}\,\theta)^\alpha (\cos\theta)^\beta \, d\theta$$

EXEMPLO:

$$\int (\mathrm{sen}\,\theta)^3 (\cos\theta)^3 \, d\theta$$

$$= \int \underbrace{(\underbrace{\mathrm{sen}\,\theta}_{s})^3}_{s^3} \underbrace{(\cos\theta)^2}_{?} \underbrace{\cos\theta \, d\theta}_{ds}$$

$$= \int \underbrace{(\underbrace{\mathrm{sen}\,\theta}_{s})^3}_{s^3} (1 - \underbrace{(\underbrace{\mathrm{sen}\,\theta}_{s})^2}_{s^2}) \underbrace{\cos\theta \, d\theta}_{ds}$$

$$= \int s^3 \quad (1 - s^2) \quad ds$$

$$= \int \quad s^3 - s^5 \quad ds$$

$$= \frac{s^4}{4} - \frac{s^6}{6} = \frac{(\mathrm{sen}\,\theta)^4}{4} - \frac{(\mathrm{sen}\,\theta)^6}{6}$$

$$\left[\begin{array}{l} s = \mathrm{sen}\,\theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\,\mathrm{sen}\,\theta = \cos\theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \cos\theta \\ ds = \cos\theta \, d\theta \\ (\mathrm{sen}\,\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1 \\ (\cos\theta)^2 = 1 - (\mathrm{sen}\,\theta)^2 \end{array}\right]$$

$$\frac{d}{dx}\,\mathrm{sen}\,x = \cos x$$

$$\frac{d}{d\theta}\,\mathrm{sen}\,\theta = \cos\theta$$

$$\int x^3 - x^5 \, dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^6}{6}$$

$$\int s^3 - s^5 \, ds = \frac{s^4}{4} - \frac{s^6}{6}$$

C2 24/ABRIL/2024

INÍCIO: 9:33

HOJE: DICAS PRA GREVE!

(1) VOCÊS VÃO PERDER PELO MENOS 2 PONTOS NA P1 SE VOCÊS AINDA NÃO TIVEREM APRENDIDO A NOMEAR TODOS OS OBJETOS DE VOCÊS! COMECEM A TREINAR ISSO PRA ONTEM!!!

(2) A P1 VAI TER UMA QUESTÃO DE JUSTIFIQUE O PASSO TAL E EXPANDA A SUA JUSTIFICATIVA. DÊEM UMA OLHADA NO PDF DE "CONTAS COM JUSTIFICATIVAS" DE 2023.2 PRA ENTENDER QUE A JUSTIFICATIVA SÓ FALA DO PEDAÇO QUE MUDOU.

(3) A P1 VAI TER QUESTÕES SOBRE MUDANÇAS DE VARIÁVEL USANDO DUAS TÉCNICAS QUE NÓS VAMOS VER DAQUI A POUCO.

(4) TREINEM MUITO OS PERSONAGENS a, b E c DA DICA 7.

(5) O ADRIANO DISSE QUE VAI TENTAR BOTAR AS PESSOAS PRA DISCUTIREM POR WHATSAPP OU TELEGRAM NOS GRUPOS DA TURMA. PARTICIPEM!

(6) EU VOU TER MUITO MAIS BOA VONTADE SE MAIS PESSOAS APRENDEREM O BÁSICO DO MAXIMA.

ABRAM O LINK PRO LIVRO DO CEDERJ NA SEÇÃO 20. NA PÁGINA 46 TEM UMA TÉCNICA PRA GENTE RESOLVER (3/4 DAS) INTEGRAIS DA FORMA

$$\int (\operatorname{sen}\theta)^\alpha (\cos\theta)^\beta \, d\theta$$

EXEMPLO:

$$\int (\operatorname{sen}\theta)^3 (\cos\theta)^3 \, d\theta$$

$$= \int (\operatorname{sen}\theta)^3 (\cos\theta)^2 \cos\theta \, d\theta$$

$$= \int \underbrace{\underbrace{(\operatorname{sen}\theta)}_{s}{}^3}_{s^3} \underbrace{(\cos\theta)^2}_{?} \underbrace{\cos\theta\, d\theta}_{ds}$$

$$= \int \underbrace{\underbrace{(\operatorname{sen}\theta)}_{s}{}^3}_{s^3} (1 - \underbrace{\underbrace{(\operatorname{sen}\theta)}_{s}{}^2}_{s^2}) \underbrace{\cos\theta\, d\theta}_{ds}$$

$$= \int s^3 \quad (1-s^2) \quad ds$$

$$\qquad s^3 - s^5 \quad ds$$

$$= \int$$

$$= \frac{s^4}{4} - \frac{s^6}{6} = \frac{(\operatorname{sen}\theta)^4}{4} - \frac{(\operatorname{sen}\theta)^6}{6}$$

$$\left[\begin{array}{l} s = \operatorname{sen}\theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\operatorname{sen}\theta = \cos\theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \cos\theta \\ ds = \cos\theta \, d\theta \\ (\operatorname{sen}\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1 \\ (\cos\theta)^2 = 1 - (\operatorname{sen}\theta)^2 \end{array}\right]$$

AGORA OLHEM A PÁGINA 66 DO LIVRO DO CEDERJ (p.68 d... "OS TRÊS CASOS TÍPICOS"...

CASO $\sqrt{a^2-x^2}$:

$$\theta = \arcsin \frac{x}{a}$$

$$x = a \operatorname{sen}\theta$$

$$\sqrt{a^2-x^2} = a\cos\theta$$

ASSIM,

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}\,dx = \int \frac{(2\operatorname{sen}...}{2...}$$

OS CASOS SÃO:

(a) O CASO EM QUE A GENTE QUER SE LIVRAR DO $\sqrt{a^2-x^2}$,

(b) IDEM, PRA $\sqrt{a^2+x^2}$,

(c) IDEM, PRA $\sqrt{x^2-a^2}$.

ER
OS

MA
IQUE
RANDA
VA.
ÃO
M
ER
SA

(3) A P1 VAI TER QUESTÕES SOBRE MUDANÇAS DE VARIÁVEL USANDO DUAS TÉCNICAS QUE NÓS VAMOS VER DAQUI A POUCO.

(4) TREINEM MUITO OS PERSONAGENS a, b E c DA DICA 7.

(5) O ADRIANO DISSE QUE VAI TENTAR BOTAR AS PESSOAS PRA DISCUTIREM POR WHATSAPP OU TELEGRAM NOS GRUPOS DA TURMA. PARTICIPEM!

(6) EU VOU TER MUITO MAIS BOA VONTADE SE MAIS PESSOAS APRENDEREM O BÁSICO DO MAXIMA.

ABRAM O LINK PRO LIVRO DO CEDERJ NA SEÇÃO 20. NA PÁGINA 46 TEM UMA TÉCNICA PRA GENTE RESOLVER (3/4 DAS) INTEGRAIS DA FORMA

$$\int (\operatorname{sen}\theta)^{\alpha} (\cos\theta)^{\beta}\, d\theta$$

EXEMPLO:

$$\int (\operatorname{sen}\theta)^3 (\cos\theta)^3\, d\theta$$

$$= \int \underbrace{\underbrace{(\operatorname{sen}\theta)}_{s}{}^3}_{s^3} \underbrace{(\cos\theta)^2}_{?} \underbrace{\cos\theta\, d\theta}_{ds}$$

$$= \int \underbrace{\underbrace{(\operatorname{sen}\theta)}_{s}{}^3}_{s^3} \left(1 - \underbrace{\underbrace{(\operatorname{sen}\theta)}_{s}{}^2}_{s^2}\right) \underbrace{\cos\theta\, d\theta}_{ds}$$

$$= \int s^3 \quad (1 - s^2) \quad ds$$

$$s^3 - s^5 \quad ds$$

$$= \int$$

$$= \frac{s^4}{4} - \frac{s^6}{6} = \frac{(\operatorname{sen}\theta)^4}{4} - \frac{(\operatorname{sen}\theta)^6}{6}$$

$$\left[\begin{array}{l}
s = \operatorname{sen}\theta \\
\frac{ds}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\operatorname{sen}\theta = \cos\theta \\
\frac{ds}{d\theta} = \cos\theta \\
ds = \cos\theta\, d\theta \\
(\operatorname{sen}\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1 \\
(\cos\theta)^2 = 1 - (\operatorname{sen}\theta)^2
\end{array}\right]$$

AGORA OLHEM A PÁGINA 66 DO LIVRO DO CEDERJ (p. 68 DO PDF) "OS TRÊS CASOS TÍPICOS"

CASO $\sqrt{a^2 - x^2}$:

$$\theta = \arcsin \frac{x}{a}$$

$$x = a \operatorname{sen}\theta$$

$$\sqrt{a^2 - x^2} = a \cos\theta$$

ASSIM,

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{4 - x^2}}\, dx = \int \frac{(2\operatorname{sen}\theta)^2\, 2\cos\theta}{2\cos\theta}\, d\theta$$

OS CASOS SÃO:

(a) O CASO EM QUE A GENTE QUER SE LIVRAR DO $\sqrt{a^2 - x^2}$,

(b) IDEM, PRA $\sqrt{a^2 + x^2}$,

(c) IDEM, PRA $\sqrt{x^2 - a^2}$.

C2 24/ABRIL/2024

INÍCIO: 9:33

HOJE: DICAS PRA GREVE!

① VOCÊS VÃO PERDER PELO MENOS 2 PONTOS NA P1 SE VOCÊS AINDA NÃO TIVEREM APRENDIDO A NOMEAR TODOS OS OBJETOS DE VOCÊS! COMECEM A TREINAR ISSO PRA ONTEM!!!

② A P1 VAI TER UMA QUESTÃO DE JUSTIFIQUE O PASSO TAL E EXPANDA A SUA JUSTIFICATIVA. DÊEM UMA OLHADA NO PDF DE "CONTAS COM JUSTIFICATIVAS" DE 2023.2 PRA ENTENDER QUE A JUSTIFICATIVA SÓ FALA DO PEDAÇO QUE MUDOU.

③ A P1 VAI TER QUESTÕES SOBRE MUDANÇAS DE VARIÁVEL USANDO DUAS TÉCNICAS QUE NÓS VAMOS VER DAQUI A POUCO.

④ TREINEM MUITO OS PERSONAGENS a, b E c DA DICA 7.

⑤ O ADRIANO DISSE QUE VAI TENTAR BOTAR AS PESSOAS PRA DISCUTIREM POR WHATSAPP OU TELEGRAM NOS GRUPOS DA TURMA. PARTICIPEM!

⑥ EU VOU TER MUITO MAIS BOA VONTADE SE MAIS PESSOAS APRENDEREM O BÁSICO DO MÁXIMA.

O MEU MODO PREFERIDO DE LIDAR COM SUBSTITUIÇÃO TRIGONOMÉTRICA TÁ NO PDF SOBRE MUDANÇA DE VARIÁVEIS DE 2023.2 - EM "CAIXINHAS COM MAIS ANOTAÇÕES".

EXEMPLO:

$$\int \underbrace{x}_{\text{sen}\,\theta} \underbrace{\sqrt{\underbrace{1 - \underbrace{x^2}_{\underbrace{(\text{sen}\,\theta)^2}_{}}}_{(\cos\theta)^2}}}_{\cos\theta} \underbrace{dx}_{?}$$

$$\begin{aligned}
&\int x \sqrt{1-x^2}\, dx \\
&= \int s \sqrt{1-s^2}\, ds \\
&= \int \text{sen}\,\theta \cos\theta \cos\theta\, d\theta \\
&= \int \underbrace{\underbrace{(\cos\theta)}_{c}{}^2}_{c^2} \underbrace{\text{sen}\,\theta\, d\theta}_{(-1)\,dc} \\
&= \int c^2 \cdot (-1)\, dc \\
&= -\int c^2\, dc \\
&= -\tfrac{1}{3} c^3 = -\tfrac{1}{3}(\cos\theta)^3
\end{aligned}$$

$$\left[\begin{aligned} s &= x \\ ds &= dx \end{aligned}\right]$$

$$\left[\begin{aligned} s &= \text{sen}\,\theta \\ \tfrac{ds}{d\theta} &= \cos\theta \\ ds &= \cos\theta\, d\theta \\ 1-s^2 &= (\cos\theta)^2 \\ \sqrt{1-s^2} &= \cos\theta \end{aligned}\right]$$

$$\left[\begin{aligned} c &= \cos\theta \\ \tfrac{dc}{d\theta} &= \tfrac{d}{d\theta}\cos\theta = -\text{sen}\,\theta \\ dc &= -\text{sen}\,\theta\, d\theta \\ (-1)\,dc &= \text{sen}\,\theta\, d\theta \end{aligned}\right]$$

AGORA OLHEM A PÁGINA 66 DO LIVRO DO CEDERJ. (P.68 ...) "OS TRÊS CASOS TÍPICOS"...

CASO $\sqrt{a^2-x^2}$:

$\theta = \text{arcsen}\,\frac{x}{a}$

$x = a\,\text{sen}\,\theta$

$\sqrt{a^2-x^2} = a\cos\theta$

ASSIM,

$\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}\, dx = \int \frac{(2\,s ...}{}$

OS CASOS SÃO:

ⓐ O CASO EM QUE SE A GENTE QUER SE LIVRAR DO $\sqrt{a^2-x^2}$,

ⓑ IDEM, PRA $\sqrt{a^2+x^2}$,

ⓒ IDEM, PRA $\sqrt{x^2-a^2}$.

A P1 VAI TER QUESTÕES SOBRE MUDANÇAS DE VARIÁVEL USANDO DUAS TÉCNICAS QUE NÓS VAMOS VER DAQUI A POUCO.

4) TREINEM MUITO OS PERSONAGENS a, b E c DA DICA 7.

5) O ADRIANO DISSE QUE VAI TENTAR BOTAR AS PESSOAS PRA DISCUTIREM POR WHATSAPP OU TELEGRAM NOS GRUPOS DA TURMA. PARTICIPEM!

6) EU VOU TER MUITO MAIS BOA VONTADE SE MAIS PESSOAS APRENDEREM O BÁSICO DO MAXIMA.

O MEU MODO PREFERIDO DE LIDAR COM SUBSTITUIÇÃO TRIGONOMÉTRICA TÁ NO PDF SOBRE MUDANÇA DE VARIÁVEIS DE 2023.2 - EM "CAIXINHAS COM MAIS ANOTAÇÕES".

Exemplo:

$$\int \underbrace{x}_{\operatorname{sen}\theta} \underbrace{\sqrt{1 - \underbrace{\underbrace{x}_{\operatorname{sen}\theta}{}^2}_{(\operatorname{sen}\theta)^2}}}_{\substack{(\cos\theta)^2 \\ \cos\theta}} \underbrace{dx}_{?}$$

$$\begin{aligned}
&\int x \sqrt{1-x^2}\, dx \\
&= \int s \sqrt{1-s^2}\, ds \\
&= \int \operatorname{sen}\theta \cos\theta \cos\theta \, d\theta \\
&= \int \underbrace{\underbrace{(\cos\theta)}_{c}{}^2}_{c^2} \underbrace{\operatorname{sen}\theta\, d\theta}_{(-1)\,dc} \\
&= \int c^2 \cdot (-1)\, dc \\
&= -\int c^2\, dc \\
&= -\frac{1}{3}c^3 = -\frac{1}{3}(\cos\theta)^3
\end{aligned}$$

$$\left[\begin{aligned} s &= x \\ ds &= dx \end{aligned}\right]$$

$$\left[\begin{aligned} s &= \operatorname{sen}\theta \\ \frac{ds}{d\theta} &= \cos\theta \\ ds &= \cos\theta\, d\theta \\ 1 - s^2 &= (\cos\theta)^2 \\ \sqrt{1-s^2} &= \cos\theta \end{aligned}\right]$$

$$\left[\begin{aligned} c &= \cos\theta \\ \frac{dc}{d\theta} &= \frac{d}{d\theta}\cos\theta = -\operatorname{sen}\theta \\ dc &= -\operatorname{sen}\theta\, d\theta \\ (-1)\,dc &= \operatorname{sen}\theta\, d\theta \end{aligned}\right]$$

$=$

AGORA OLHEM A PÁGINA 66 DO LIVRO DO CEDERJ. (p. 68 DO PDF) "OS TRÊS CASOS TÍPICOS"...

CASO $\sqrt{a^2 - x^2}$:

$\theta = \operatorname{arcsen} \frac{x}{a}$

$x = a \operatorname{sen}\theta$

$\sqrt{a^2 - x^2} = a \cos\theta$

ASSIM,

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{4 - x^2}}\, dx = \int \frac{(2 \operatorname{sen}\theta)^2\, 2\cos\theta}{2\cos\theta}\, d\theta$$

OS CASOS SÃO:

a) O CASO EM QUE A GENTE QUER SE LIVRAR DO $\sqrt{a^2 - x^2}$,

b) IDEM, PRA $\sqrt{a^2 + x^2}$,

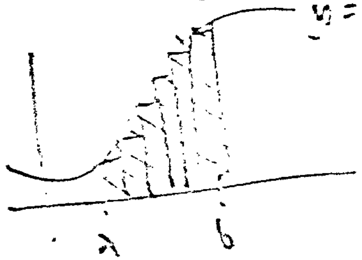
c) IDEM, PRA $\sqrt{x^2 - a^2}$.

$$\int x^2\, dx = \frac{1}{3}x^3$$

$$\int c^2\, dc = \frac{1}{3}c^3$$

$\boxed{\text{C2 } 1^{\underline{o}}/\text{JUL}/2024}$

PRIMEIRA AULA DEPOIS DA GREVE!
HOJE A GENTE VAI COMEÇAR A VER SOMAS DE RIEMANN, QUE O REGINALDO ENSINA NUMA AULA SÓ, MAS QUE PRA MIM VÃO SER UMA DESCULPA PRA GENTE APRENDER MUITAS COISAS QUE VÃO SER IMPORTANTÍSSIMAS PROS CURSOS SEGUINTES E QUE O REGINALDO TRATA COMO ÓBVIAS...



$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx$$

$\boxed{\text{EXERCÍCIO 1}}$

ABRAM O "MATERIAL SOBRE SOMAS DE RIEMANN DE 2023.2" E FAÇAM O EXERCÍCIO DA P.11 DELE.

DICA:

$$\sum_{x=4}^{7} x^2 = \begin{array}{l} x^2\,[x:=4] \\ +\ x^2\,[x:=5] \\ +\ x^2\,[x:=6] \\ +\ x^2\,[x:=7] \end{array} = \begin{array}{l} 4^2 \\ +\ 5^2 \\ +\ 6^2 \\ +\ 7^2 \end{array}$$

$$\sum_{k=4}^{5} k^2 = \underbrace{\underbrace{k^2[k:=4]}_{4^2}}_{16} + \underbrace{\underbrace{k^2[k:=5]}_{5^2}}_{25}$$

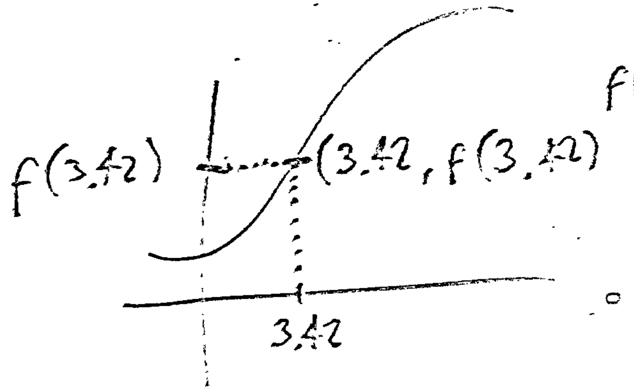
$\boxed{\text{SOBRE A DATA DA P1:}}$

POR ENQUANTO ELA ESTÁ MARCADA PRA 6ª AULA DEPOIS DO RETORNO DA GREVE - OU SEJA, PRA 10/JULHO...

$\boxed{\text{PROPOSTA:}}$ MUDAR PRA $\boxed{3^{\underline{a}}\ 16/\text{JULHO}}$.

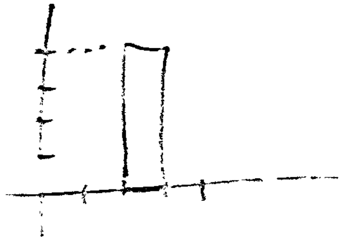
$$\sum_{k=4}^{7} k^2 = \dots$$

$$\sum_{i=4}^{7} i^2 =$$



f(3.42) =

$$\underbrace{\underbrace{4}_{\text{ALTURA}} \cdot (\underbrace{3}_{\text{DIR}} - \underbrace{2}_{\text{ESQ}})}_{\text{BASE}}$$



EXERCÍCIO 1

ABRAM O "MATERIAL SOBRE SOMAS DE RIEMANN DE 2023.2" E FAÇAM O EXERCÍCIO DA P. 11 DELE.

SOBRE A DATA DA P1:

POR ENQUANTO ELA ESTÁ MARCADA PRA 6ª AULA DEPOIS DO RETORNO DA GREVE - OU SEJA, PRA 10/JULHO...

PROPOSTA: MUDAR PRA **3ª 16/JULHO.**

DICA:

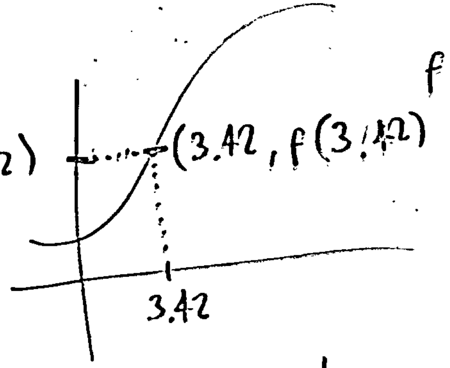
$$\sum_{x=4}^{7} x^2 = \begin{array}{l} x^2[x:=4] \\ + x^2[x:=5] \\ + x^2[x:=6] \\ + x^2[x:=7] \end{array} = \begin{array}{l} 4^2 \\ + 5^2 \\ + 6^2 \\ + 7^2 \end{array}$$

$f(x)\,dx$

$$\sum_{k=4}^{7} k^2 = \dots$$

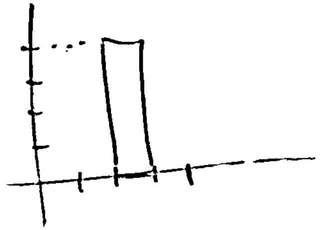
$$\sum_{i=4}^{7} i^2 =$$

$$\sum_{k=4}^{5} k^2 = \underbrace{\underbrace{k^2[k:=4]}_{4^2}}_{16} + \underbrace{\underbrace{k^2[k:=5]}_{5^2}}_{25}$$



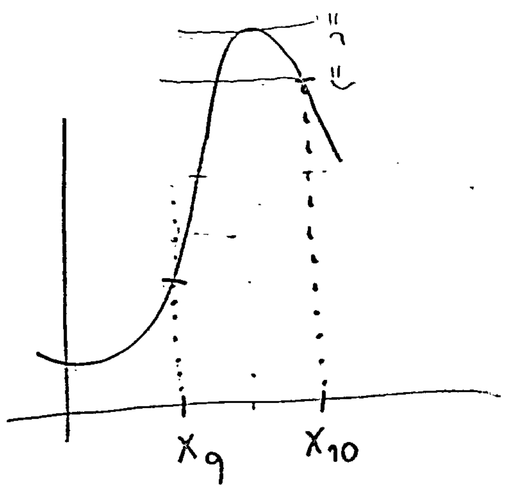
$f(3.42) =$

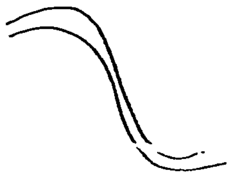
$$\underbrace{4}_{\text{ALTURA}} \cdot \underbrace{(\underbrace{3}_{\text{DIR}} - \underbrace{2}_{\text{ESQ}})}_{\text{BASE}}$$



$$\frac{f(x_9)+f(x_{10})}{2}(x_{10}-x_9)$$

$\max(f(x_9), f(x_{10}))$





$\max(x_0, x_1)$

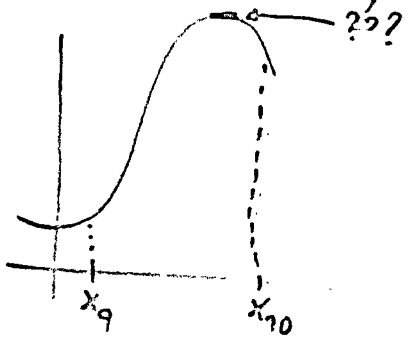
$\max(f(x_0), f(x_1))$

C2 02/jul/2024

Início: 14:26

Abram os links de hoje - os PDFs sobre Somas de Riemann...

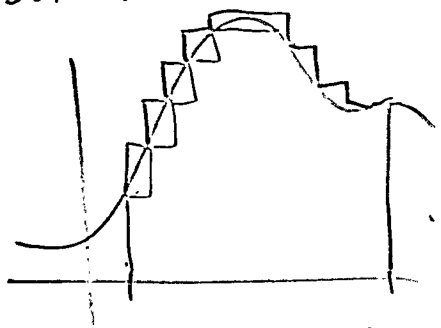
Ontem vocês viram que numa situação como essa aqui,



Nenhuma fórmula simples enxerga essa maior altura daqui... e vocês já viram que, a integral é o limite da "aproximação por cima" quando ele dá o mesmo que o "limite da aproximação por baixo"...

Quais truques os livros usam pra definir a "aproximação por cima" em poucas linhas?

Vá pro slide chamado "Miranda: somas inferiores e superiores"...



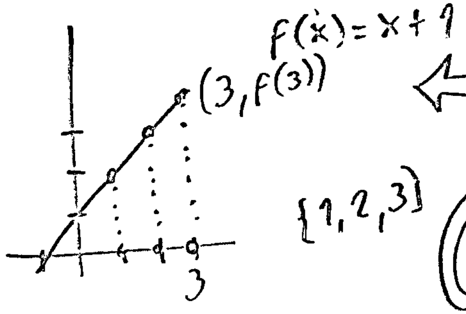
E faça os exercícios dele na folha das "montanhas" - a que eu distribuí ontem.

Depois:

PARTIÇÕES!

Depois disso ...tem três slides sobre partições. Leia eles e faça os exercícios deles. A parte do "compare com" é opcional.

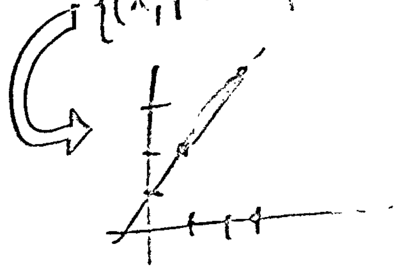
$\{(a,b) \mid a \in \{1,2,3\}, b \in \{2,3\}, a \le b\}$



$\{(x,f(x)) \mid x \in \{1,2,3\}\}$

$\{(x,f(x)) \mid x \in [1,3]\}$

$\{1,2,3\}$



$\boxed{\text{C2 03/JUL/2024}}$

INÍCIO: 9:25

EU REORGANIZEI A PÁGINA DO CURSO UM POUQUINHO.

HOJE A GENTE VAI COMEÇAR PELOS EXERCÍCIOS DE IMAGENS DE INTERVALOS DO MATERIAL DE SOMAS DE RIEMANN DO SEMESTRE PASSADO.

$\boxed{\text{P.21: IMAGENS DE INTERVALOS}}$

NO SLIDE 24 — "AS DEFINIÇÕES DE INF E SUP" — APARECEM UMAS COISAS ASSIM:

$$E = \{y \in \mathbb{R} \mid \exists x \in B.\ f(x) = y\} \quad \boxed{\text{P.26}}$$

$$U = \{y \in \overline{\mathbb{R}} \mid \forall d \in D.\ d \le y\}$$

$$\begin{aligned}
\forall a \in \{2,3,5\}.\ a^2 < 10 &= (a^2 < 10)[a:=2] \\
&\quad \land (a^2 < 10)[a:=3] \\
&\quad \land (a^2 < 10)[a:=5] \\
&= (2^2 < 10) \\
&\quad \land (3^2 < 10) \\
&\quad \land (5^2 < 10) \\
&= \underbrace{\underbrace{V \land V}_{V} \land F}_{F}
\end{aligned}$$

LEIAM A P.27 ENQUANTO EU BUSCO AS IMPRESSÕES PRO EXERCÍCIO!

(E TAMBÉM A 29 E A 30)

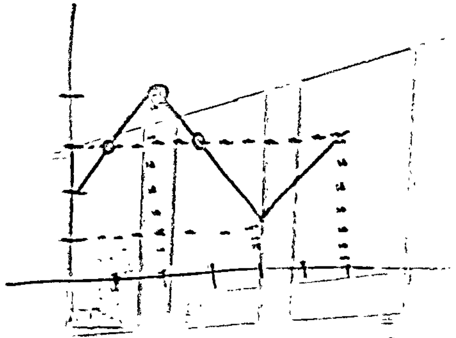
$F \land F = F$

$F \land V = F$

$V \land F = F$

$V \land V = V$

$\boxed{\text{P.30:}}$



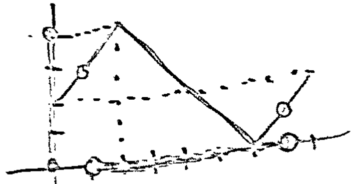
$$P(3.5) = \forall x \in \{1,2,3\}.\ \underbrace{f(\underbrace{x}_{\text{em }(x,0)}) < 3.5}_{\text{em }(x,f(x))}$$

$$= \underbrace{f(1) < 3.5}_{V=0} \land \underbrace{f(2) < 3.5}_{F=0} \land$$

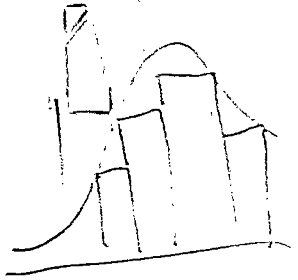
$= 0 \land 0 \land 0$

$= V \land F \land V$

$= F$



$f((1,7))$



$\forall a \in \{2,3,5\}.\ a^2 < 10 = (a^2 < 10)[a:=2]$

$\wedge\ (a^2 < 10)[a:=3]$

$\wedge\ (a^2 < 10)[a:=5]$

$= (2^2 < 10)$

$\wedge\ (3^2 < 10)$

$\wedge\ (5^2 < 10)$

$= \underbrace{\underbrace{V \wedge V}_{V} \wedge F}_{F}$

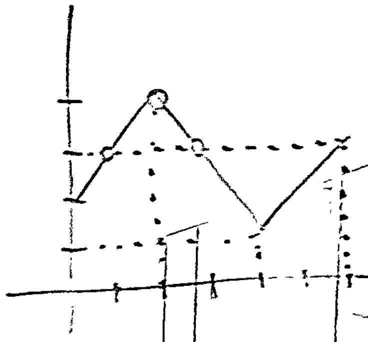
$F \wedge F = F$

$F \wedge V = F$

$V \wedge F = F$

$V \wedge V = V$

$\boxed{\text{P.30:}}$



$P(3.5) = \forall x \in \{1,2,3\}.\ \underbrace{\underbrace{f(x)}_{\text{em } (x,p)} < 3.5}_{\text{em } [x, f(x)]}$

$V = 0$

$F = 0$

$= \underbrace{f(1) < 3.5}_{V=0} \wedge \underbrace{f(2) < 3.5}_{F=0} \wedge \underbrace{\underbrace{f(3)}_{3} < 3.5}_{V=0}$

$= 0 \wedge 0 \wedge 0$

$= V \wedge F \wedge V$

$= F$

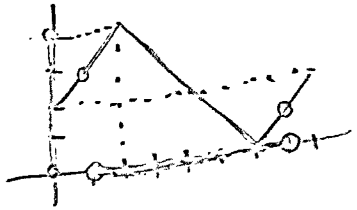
LEIAM A P.27
ENQUANTO EU
BUSCO AS IMPRESSÕES
PRO EXERCÍCIO!

(E TAMBÉM A 29 E A 30)

$\boxed{\text{P.26}}$

$f(x) = y\}$

$d \leq y\}$



$f((1,7))$

$[2,5]$

$\underbrace{[2,3]}$

$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x|$

$\int \frac{2}{x-3}\,dx\ \ 2\ln|x-3|$

$\boxed{\text{C2 8/JUL/2024}}$

$\boxed{\text{Início: 14:28}}$

HOJE: ÚLTIMA AULA SOBRE SOMAS DE RIEMANN!

ACESSEM O MATERIAL NA PÁGINA DO CURSO!

MAS ANTES, UMA APLICAÇÃO...

QUANDO A GENTE VIU SUBSTITUIÇÃO TRIGONOMÉTRICA A GENTE VIU ALGUNS PASSOS COMO ESSE AQUI...

$\sqrt{1-(\operatorname{sen}\theta)^2} = \cos\theta$

ISSO NÃO VALE PRA TODO θ! POR EXEMPLO, SE $\theta = \pi$,

$$\underbrace{\sqrt{\underbrace{1-\underbrace{(\operatorname{sen}\underbrace{\theta}_{\pi})^2}_{0}}_{1}}}_{1} = \underbrace{\cos\underbrace{\theta}_{\pi}}_{-1}$$

F

QUANDO $\theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

OU $\theta \in [\pi + -\frac{\pi}{2}, \pi + \frac{\pi}{2}]$

OU ...

P.25 DOS SLIDES:

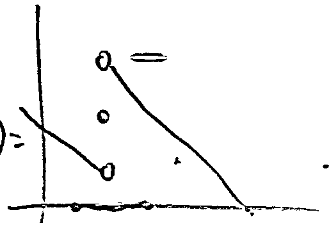
AS DEFINIÇÕES DE INF E SUP

$\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$,

...

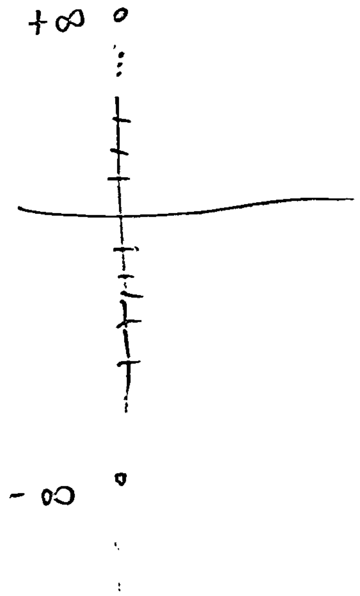
P.26 DOS SLIDES:

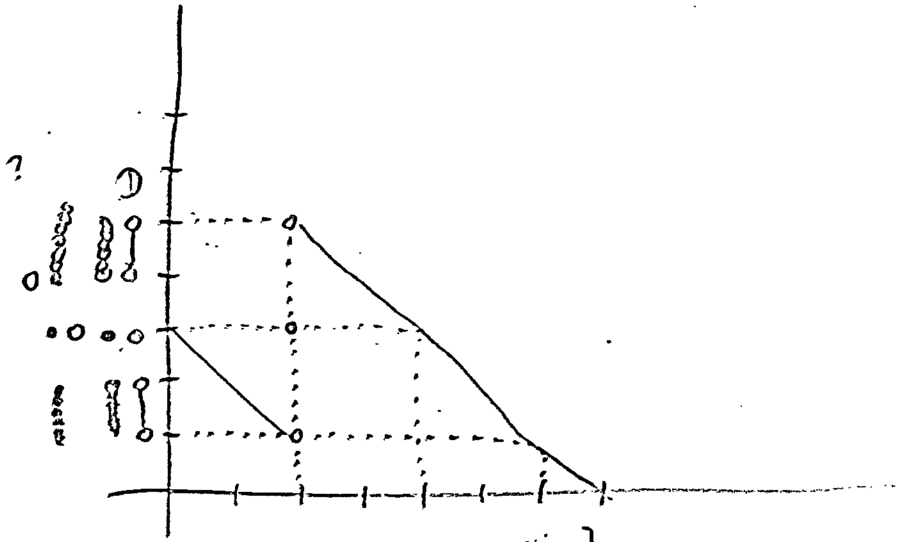
$F(x) =$



$B = [1,3]$

$f(B)$



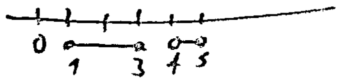


$U = \{\underbrace{y}_{3} \in \overline{\mathbb{R}} \mid \forall \underbrace{d}_{4} \in D, \underbrace{\underbrace{\underbrace{d}_{4} \leq \underbrace{y}_{3}}_{F}}_{0}\}$

VAVAVA...AVA...AFAFAFA...

$\cup\{42\}\cup$

$[42, 42]$



$[1,3] \cup (4,5]$

JUL/2024

14:28

...TIMA AULA
...NOS SE
...E

...O MATERIAL
...A DO CURSO!

...ES, UMA
...

... GENTE VIU
...SÃO TRIGONO-
... A GENTE
...UNS PASSOS
...SE AQUI...

$(\ldots\theta)^2 = \cos\theta$

...O VALE PRA
POR EXEMPLO,

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{(\text{sen}\,\underbrace{\theta}_{\pi})^2}_{0}}_{0}}_{1}}_{1} = \underbrace{\cos\underbrace{\theta}_{\pi}}_{-1}$$

F

P.25 DOS SLIDES:

AS DEFINIÇÕES DE inf E sup

$\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$,

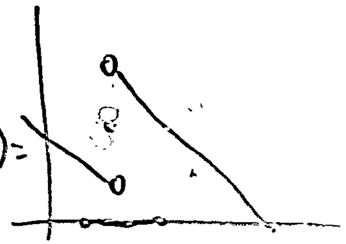
...

QUANDO $\theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

OU $\theta \in [\pi + -\frac{\pi}{2}, \pi + \frac{\pi}{2}]$

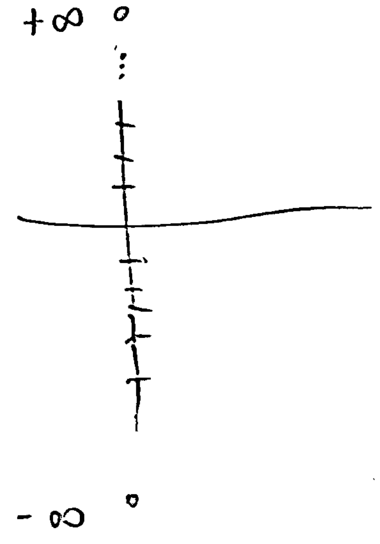
OU ...

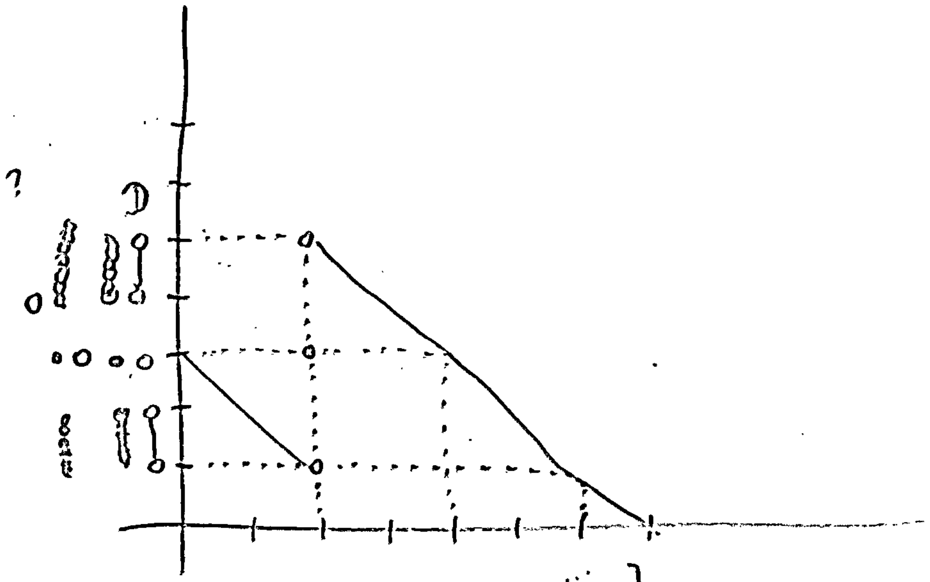
P.26 DOS SLIDES:

$F(x) =$ 

$B = [1,3]$

$f(B)$



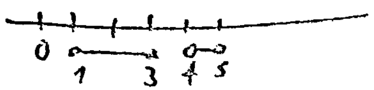


$$U = \{\underbrace{y}_{3} \in \overline{\mathbb{R}} \mid \underbrace{\forall d \in D.}_{4}\ \underbrace{\underbrace{\underbrace{d}_{4} \leq \underbrace{y}_{3}}_{F}}_{0}\}$$

$V \wedge V \wedge V \wedge \ldots \wedge V \wedge \ldots \wedge F \wedge F \wedge F \wedge \ldots$

$\cup \{42\} \cup$

$[42, 42]$



$[1,3] \cup (4,5]$

C2 9/JULHO/2024

INÍCIO: 14:18

HOJE:
ALGUMAS FUNÇÕES NÃO INTEGRÁVEIS - AMIGAS DA FUNÇÃO DE DIRICHLET - E A PARTE PRINCIPAL DO TFC1.

AVISO: A P1 VAI SER NA PRÓXIMA TERÇA (16), E AS PROVAS-RELÂMPAGO SOBRE MAXIMA VÃO VALER 2 PONTOS EXTRAS NA P1 E VÃO SER NA QUINTA (18) E NA SEXTA (19).

LEMBREM QUE TEM COISAS QUE TÊM TANTAS IDÉIAS NOVAS QUE NÃO DÁ PRA APRENDER ELAS NUM DIA SÓ DE JEITO NENHUM... COMECEM O MAIS RÁPIDO POSSÍVEL!

DÊEM UMA OLHADA NA PÁGINA DO CURSO...

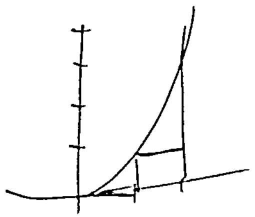
2hT14S ... DEFINIÇÃO DA INTEGRAL

$[a,b]_N$

$[2,10]_4 = \{2,4,6,8,10\}$

$\overline{\int}_{\{0,1,2\}} x^2\,dx$

$\underline{\int}_{\{0,1,2\}} x^2\,dx$



EXERCÍCIO 1

REPRESENTE GRAFICAMENTE E CALCULE COMO NÚMERO:

a) $\overline{\int}_{\{1,2,4\}} x+1\,dx$

b) $\underline{\int}_{\{1,2,4\}} x+1\,dx$

c) $\overline{\underline{\int}}_{\{1,2,4\}} x+1\,dx$

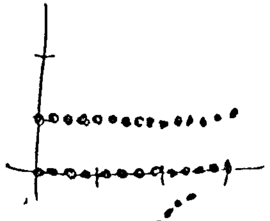
A FUNÇÃO DE DIRICHLET

2hT152 "A FUNÇÃO DE DIRICHLET (3)"

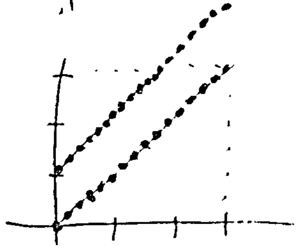
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{QUANDO } x \in \mathbb{Q} \\ 1 & \text{QUANDO } x \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q} \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{QUANDO } x \in \mathbb{Q} \\ x+1 & \text{QUANDO } x \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q} \end{cases}$$

$f(x) =$



$g(x) =$



EXERCÍCIO 2

REPRESENTE GRAFICAMENTE E CALCULE COMO NÚMERO:

a) $\underline{\int}_{[1,3]_{2^0}} g(x)\,dx$

b) $\underline{\int}_{[1,3]_{2^k}} g(x)\,dx$

PARA $k=1$

c) IDEM, MAS

$h($

$h($

$x+$

LHADA
DO

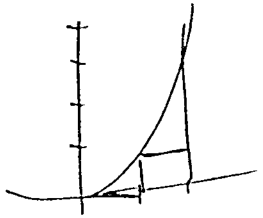
... DEFINIÇÃO
DA INTEGRAL

$= \{2, 4, 6, 8, 10\}$

dx

dx

}



EXERCÍCIO 1

REPRESENTE GRAFICAMENTE E CALCULE COMO NÚMERO:

a) $\overline{\int}_{\{1,2,4\}} x + 1 \, dx$

b) $\underline{\int}_{\{1,2,4\}} x + 1 \, dx$

c) $\overline{\underline{\int}}_{\{1,2,4\}} x + 1 \, dx$

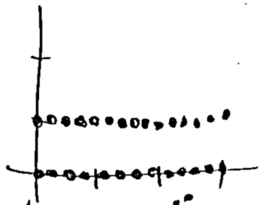
A FUNÇÃO DE DIRICHLET

2h TAS? "A FUNÇÃO = DE-DIRICHLET (3)"

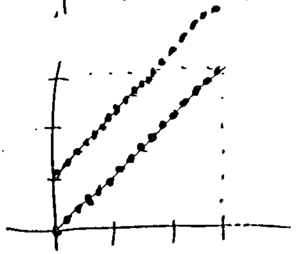
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{QUANDO } x \in \mathbb{Q} \\ 1 & \text{QUANDO } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{QUANDO } x \in \mathbb{Q} \\ x+1 & \text{QUANDO } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

$f(x) =$



$g(x) =$



EXERCÍCIO 2

REPRESENTE GRAFICAMENTE E CALCULE COMO NÚMERO:

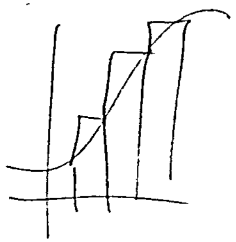
a) $\underline{\int}_{[1,3]_{2^0}} g(x)dx$, $\overline{\int}_{[1,3]_{2^0}} g(x)dx$, $\overline{\underline{\int}}_{[1,3]_{2^0}} g(x)dx$

b) $\underline{\int}_{[1,3]_{2^k}} g(x)dx$, $\overline{\int}_{[1,3]_{2^k}} g(x)dx$, $\overline{\underline{\int}}_{[1,3]_{2^k}} g(x)dx$

PARA $k = 1$

c) IDEM, MAS COM $k = 2$

i	a_i	b_i	I_i
1	.	.	.
2	.	.	.



$h(x) = x + 1$

$h([1,2])$

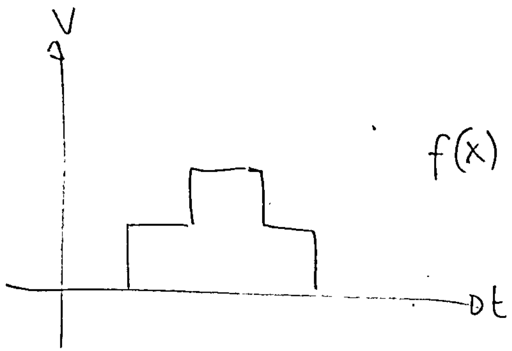
$x + 1 \; [1,2]$

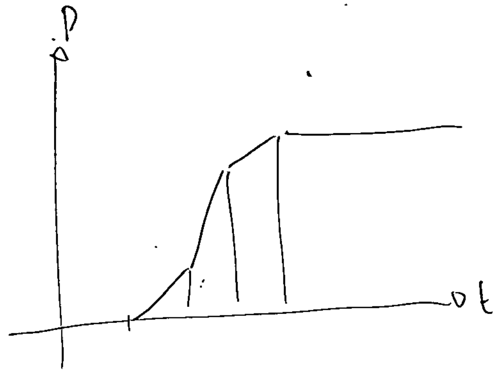
$\boxed{\text{C2 9/JULHO/2024}}$

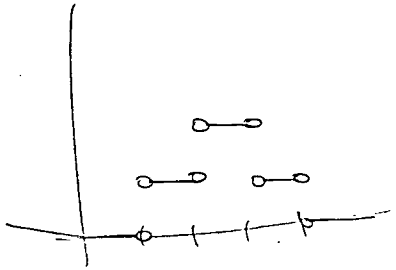
$\boxed{\text{INÍCIO: 14:18}}$

ABRAM O 2hT1S4 -
PROCUREM O "PRIMEIRO EXEMPLO"

$\boxed{\text{FAÇAM O ITEM a DO EXERCÍCIO 5!}}$







$$\boxed{F(x) = \int_{t=c}^{t=x} f(t)\,dt}$$

$$\text{TFC1: } \frac{d}{dx} F(x) = f(x)$$

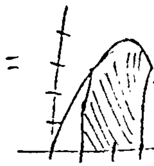
$$F'(x) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{F(x+\varepsilon) - F(x)}{\varepsilon}$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\int_{t=c}^{t=x+\varepsilon} f(t)\,dt - \int_{t=c}^{t=x} f(t)\,dt}{\varepsilon}$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\int_{t=x}^{t=x+\varepsilon} f(t)\,dt}{\varepsilon}$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{\varepsilon} \int_{t=x}^{t=x+\varepsilon} f(t)\,dt$$

$$\overset{???}{=} f(x)$$

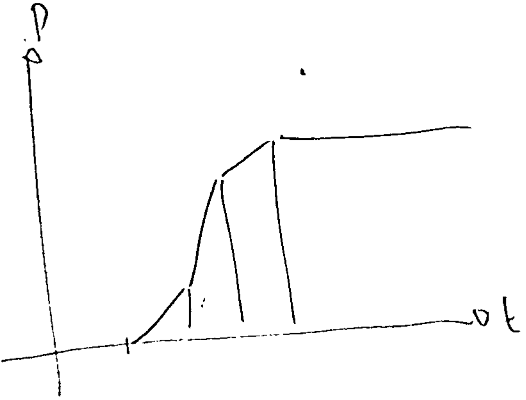
$p(x) =$ 

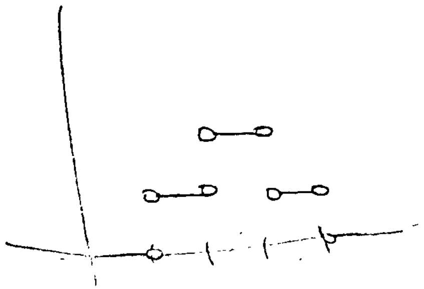
$$\int_{x=1}^{x=3} p(x)\,dx$$

$$\left(\frac{1}{\varepsilon} \int^{x=t+\varepsilon} f(x)\,dx\right) \begin{bmatrix} t := 2 \\ \varepsilon := ½ \end{bmatrix}$$

$$= \left(\frac{1}{1/2} \int_{x=2}^{x=2+\frac{1}{2}} f(x)\,dx\right)$$

$f(x)$





$$\boxed{F(x) = \int_{t=c}^{t=x} f(t)\,dt}$$

TFC1: $\frac{d}{d_i} F(x) = f(x)$

$$F'(x) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{F(x+\varepsilon) - F(x)}{\varepsilon}$$

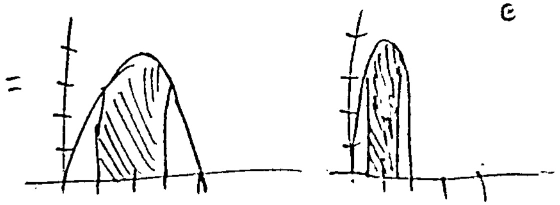
$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\int_{t=c}^{t=x+\varepsilon} f(t)\,dt - \int_{t=c}^{t=x} f(t)\,dt}{\varepsilon}$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\int_{t=x}^{t=x+\varepsilon} f(t)\,dt}{\varepsilon}$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{\varepsilon} \int_{t=x}^{t=x+\varepsilon} f(t)\,dt$$

$$\overset{???}{=} f(x)$$

$p(x) =$



$$\int_{x=1}^{x=3} p(x)\,dx \qquad \frac{1}{2}\int_{x=1}^{x=3} p(x)\,dx$$

$$\left(\frac{1}{\varepsilon}\int^{x=t+\varepsilon} f(x)\,dx\right)\begin{bmatrix} t := 2 \\ \varepsilon := 1/2 \end{bmatrix}$$

$$= \left(\frac{1}{1/2}\int_{x=2}^{x=2+\frac{1}{2}} f(x)\,dx\right)$$

C2 10/JUL/2024

INÍCIO: 9:33 !!

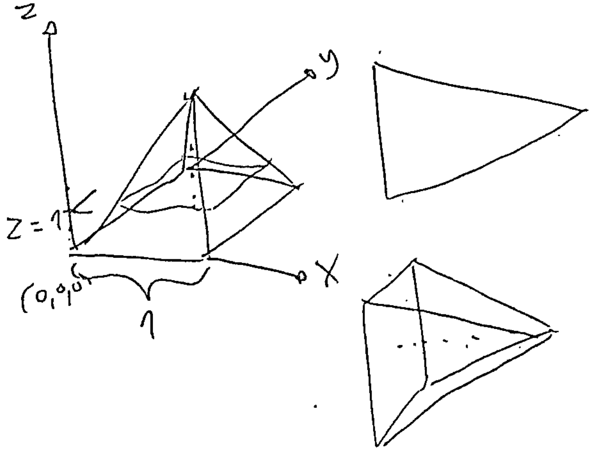
HOJE: VOLUMES!

DICA PRA HOJE: FAÇA OS DESENHOS SEM RÉGUA!

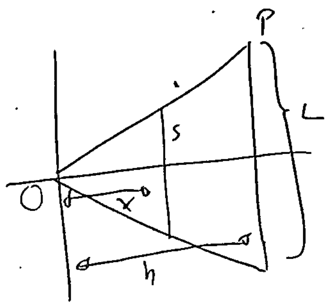
DICA PRA PASSAR NA MATÉRIA: COMECE A APRENDER MAXIMA O MAIS RÁPIDO POSSÍVEL!

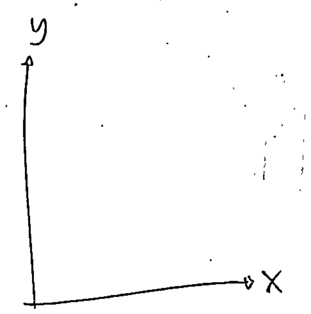
PDFzinho sobre volumes - comecem pelo exercício 1!

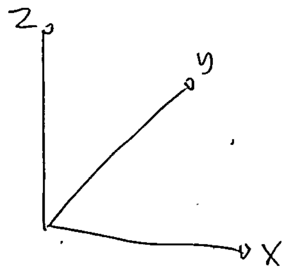
STEWART, p.396: PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA

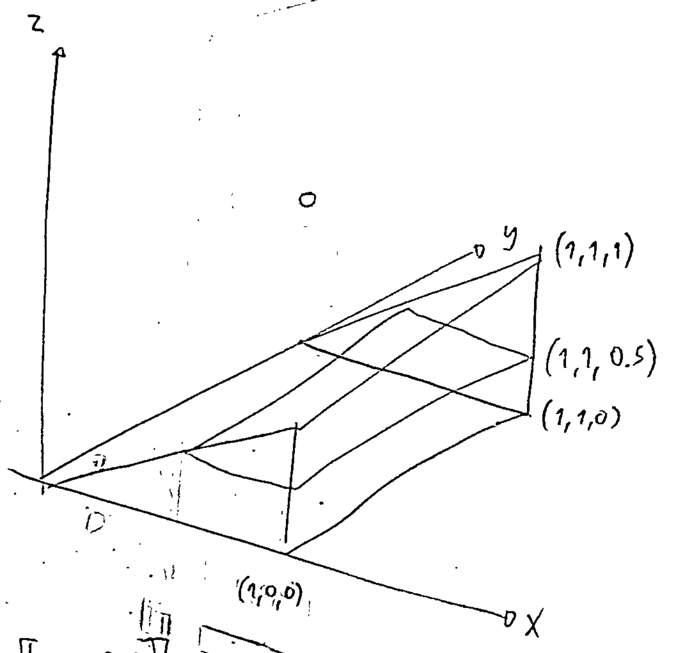


$$A(x) = s^2 = \frac{L^2}{h^2} x^2$$

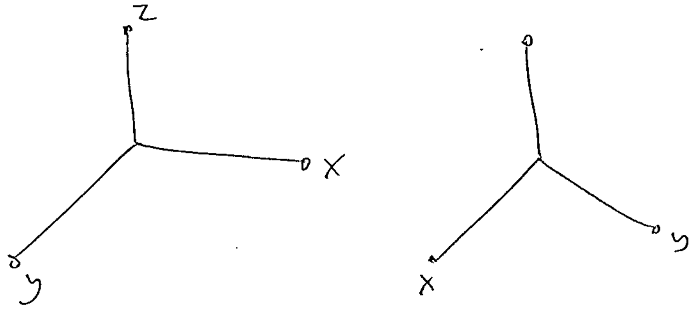








$[[z = 0.5]]$



C2 15/JUL/2024
INÍCIO: 14:21

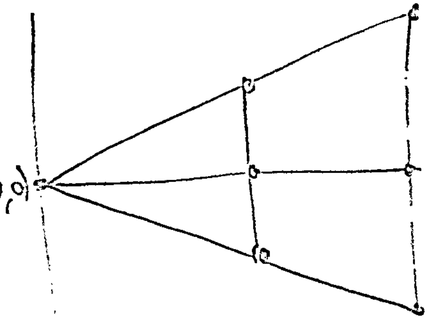
HOJE: MAIS VOLUMES - E TALVEZ SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO!

ABRAM ESSE LINK AQUI:

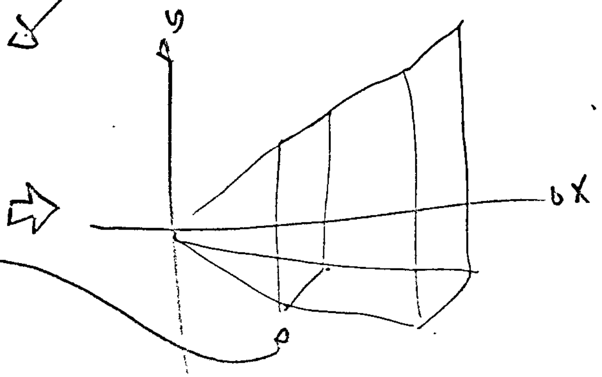
StewPtCap6p19 (p.396)
FIGURAS 14 E 15

$(2x+\frac{L}{2}, y, 0)$

$(0,0,0)$



E COMPLETE AS COORDENADAS.
DEPOIS VOLTE PRA FIGURA 14, ⇨
E DESCUBRA ESTA ÁREA
E O VOLUME DELA.



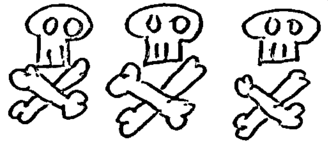
DEPOIS VOLTE PRO PDFZINHO SOBRE VOLUMES E FAÇA OS ITENS k, l, m, n, o, p DO EXERCÍCIO 1.

SE VOCÊ TIVER DIFICULDADE "COMPLETE AS COORDENADAS", COMO AQUI.

DEPOIS VOLTE PRO INÍCIO DA SEÇÃO 6.2 DO STEWART, ALGUMAS PÁGINAS ANTES DISTO AQUI...

...E CERTIFIQUE-SE DE QUE VOCÊ ENTENDE OS EXEMPLOS.

EXERCÍCIOS DA SEÇÃO 6.2



NOS EXERCÍCIOS 1 A 18 O STEWART NÃO DIZ EXATAMENTE QUEM SÃO A REGIÃO E O SÓLIDO...

A GENTE PRECISA FAZER ALGO COMO ISTO AQUI. DIGAMOS QUE ESTE É O PROBLEMA 0:

0) $x=1, x=2, y=2, y=3$, em torno do eixo x

$R_0 = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 1\le x\le 2,\ 2\le y\le 3\}$,

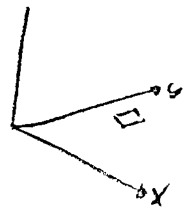
$R_0' = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^2 \mid 1\le x\le 2,\ 2\le y\le 3,\ z=0\}$,

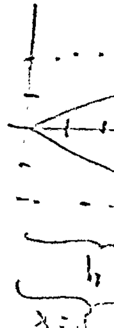
$S_0 = \{(x, y\cos\theta, y\operatorname{sen}\theta) \mid (x,y)\in R_0,\ \theta\in[0,2\pi]\}$

REPARE QUE $S_0 \supset S_0'$, ONDE

$S_0' = \{(x, y\cos\theta, y\operatorname{sen}\theta) \mid (x,y)=(1,2),\ \theta\in\{0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2}\}\}$.

COMECE REPRESENTANDO GRAFICAMENTE S_0'.



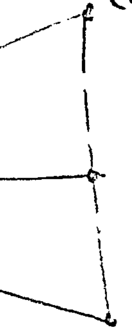


DEPOIS VOLTE PRO PDFZINHO SOBRE VOLUMES E FAÇA OS ITENS k, l, m, n, o, p DO EXERCÍCIO 1.

SE VOCÊ TIVER DIFICULDADE "COMPLETE AS COORDENADAS", COMO AQUI.

96)

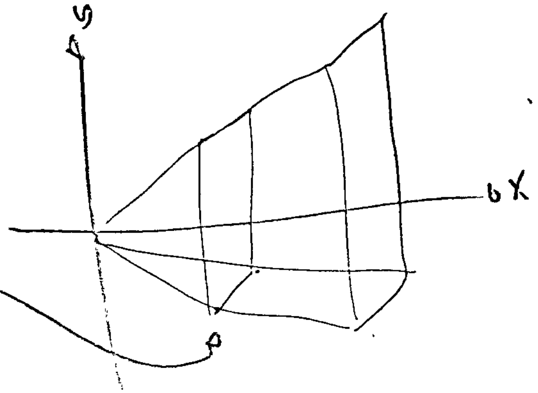
$\left(2x + \frac{L}{2}, y, 0\right)$



ORDENADAS.

FIGURA 14,

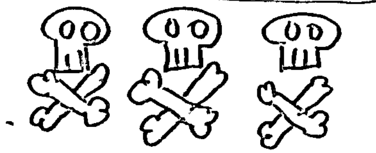
EA



DEPOIS VOLTE PRO INÍCIO DA SEÇÃO 6.2 DO STEWART, ALGUMAS PÁGINAS ANTES DISTO AQUI...

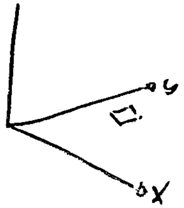
...E CERTIFIQUE-SE DE QUE VOCÊ ENTENDE OS EXEMPLOS.

EXERCÍCIOS DA SEÇÃO 6.2



NOS EXERCÍCIOS 1 A 18 O STEWART NÃO DIZ EXATAMENTE QUEM SÃO A <u>REGIÃO</u> E O <u>SÓLIDO</u>...

A GENTE PRECISA FAZER ALGO COMO ISTO AQUI.
DIGAMOS QUE ESTE É O PROBLEMA 0:



0) $x=1$, $x=2$, $y=2$, $y=3$,
EM TORNO DO EIXO X

$R_0 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2,\ 2 \leq y \leq 3\}$,

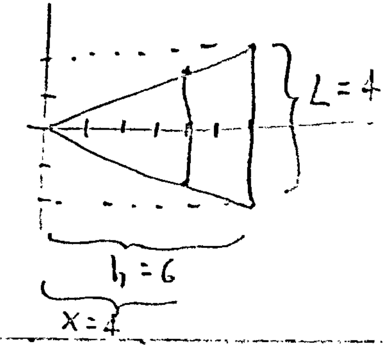
$R'_0 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2,\ 2 \leq y \leq 3,\ z=0\}$,

$S_0 = \{(x, y\cos\theta, y \operatorname{sen}\theta) \mid (x,y) \in R_0,\ \theta \in [0, 2\pi]\}$

REPARE QUE $S_0 \supset S'_0$, ONDE

$S'_0 = \{(x, y\cos\theta, y\operatorname{sen}\theta) \mid (x,y) = (1,2),\ \theta \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\}\}$.

COMECE REPRESENTANDO GRAFICAMENTE S'_0.



C2 15/JUL/2024

INÍCIO: 14:23

HOJE:
VOLUMES DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO E COMPRIMENTO DE ARCO!

SEJAM:

$R_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1,\ 1 \leq y \leq 2\}$

$R_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2,\ 1 \leq y \leq 2\}$

$R_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2,\ 1 \leq y \leq 2\}$

HOJE A GENTE VAI DEFINIR UM MONTE DE REGIÕES DE $\mathbb{R}^2$ COM NOMES COMO $R_1, R_2, R_3, R_4, \ldots$ E PRA CADA UMA DELAS VAMOS DEFINIR:

$R_n' = \{(x,y,z) \mid (x,y) \in R_n,\ z=0\}$

$S_n = \{(x, y\cos\theta, y\,\mathrm{sen}\,\theta) \mid (x,y) \in R_n,\ \theta \in [0,2\pi]\}.$

EXERCÍCIO 1:

REPRESENTE GRAFICAMENTE:

a) R_1, R_1', S_1

b) R_2, R_2', S_2

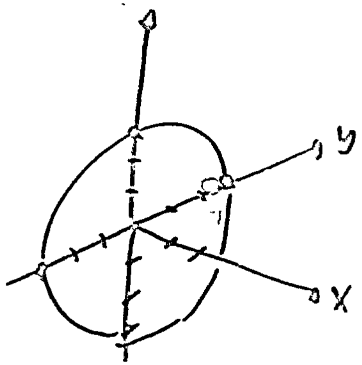
c) R_3, R_3', S_3

EXERCÍCIO 2

REPRESENTE GRAFICAMENTE:

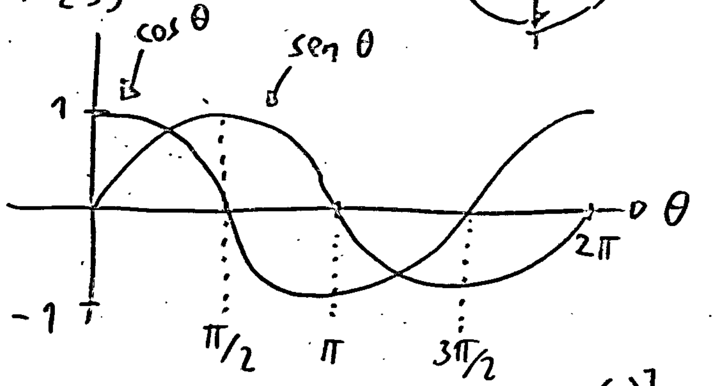
a) $\{(x, y\cos\theta, y\,\mathrm{sen}\,\theta) \mid (x,y)=(2,3),\ \theta \in \{0, \pi/2, \pi, \frac{3\pi}{2}\}\}$

b) $\{(x\cos\theta, y, x\,\mathrm{sen}\,\theta) \mid (x,y)=(2,3),\ \theta \in \{0, \pi/2, \pi, \frac{3\pi}{2}\}\}$



DÁ PRA FAZER O EXERCÍCIO 2 NO MAXIMA!!! POR EXEMPLO:

```
[x,y]:[2,3];
thetas : [0, π/2, π, 3/2 π];
makelist([x, y·cos θ, y·sen θ],
         θ, thetas);
```



EXERCÍCIO 3

ABRA ESTE LINK, STEWPTCAP6P15 (p.392) - EXEMPLOS 3 E 4 E COMPARE OS CONJUNTOS 2a, 2b, S_1, S_2 E S_3 COM OS SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO DOS EXEMPLOS 3 E 4. QUAIS DOS NOSSOS SÃO "RODADOS EM TORNO DO EIXO x" E QUAIS SÃO "RODADOS EM TORNO DO EIXO y"?

EXERCÍCIO 4

LEIA ESTA PÁGINA DE NOVO E VEJA COMO O STEWART DEFINE A "ÁREA DA SEÇÃO TRANSVERSAL EM x" E A "ÁREA DA SEÇÃO TRANSVERSAL EM y". QUAIS DESTAS AFIRMAÇÕES SÃO VERDADEIRAS PARA O SÓLIDO DE REVOLUÇÃO S_1?

a) $A(x)\big]_{x=1.5} = 0$

b) $A(y)\big]_{y=1.5} = 0$

c) $A(x)\big]_{x=0.5} = 3\pi$

d) $A(y)\big]_{y=1.5} = \pi$

NOTAÇÃO "AT" - NÃO SEI SE VOCÊS JÁ VIRAM ISSO...

$\leq x \leq 1,\ 1 \leq y \leq 2\}$

$\leq x \leq 2,\ 1 \leq y \leq 2\}$

$\leq x \leq 2,\ 1 \leq y \leq 2\}$

FINIR
ES DE $\mathbb{R}^2$
$R_2, R_3, R_4, \ldots$
LAS VAMOS

$(x,y) \in R_n,\ z=0\}$

$\theta) \mid (x,y) \in R_n,\ \theta \in [0,2\pi]\}$.

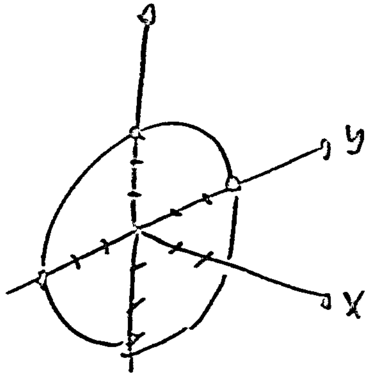
ENTE:

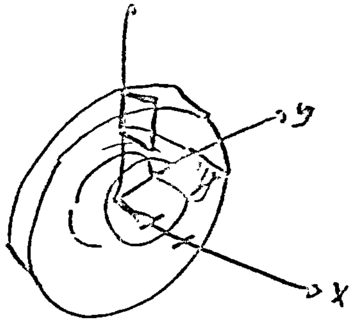
$\boxed{\text{EXERCÍCIO 2}}$

REPRESENTE GRAFICAMENTE:

a) $\{(x, y\cos\theta, y\,\mathrm{sen}\,\theta) \mid (x,y)=(2,3),\ \theta \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\}\}$

b) $\{(x\cos\theta, y, x\,\mathrm{sen}\,\theta) \mid (x,y)=(2,3),\ \theta \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\}\}$

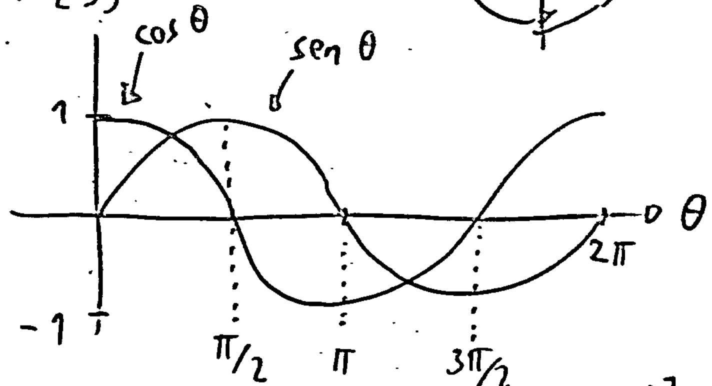


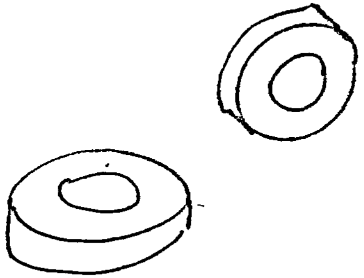


G

DÁ PRA FAZER O EXERCÍCIO 2 NO MAXIMA!!! POR EXEMPLO:

```
[x,y]:[2,3];
thetas : [0, π/2, π, 3/2 π];
makelist([x, y·cos θ, y·sen θ],
         θ, thetas);
```





$\boxed{\text{EXERCÍCIO 3}}$

ABRA ESTE LINK,
STEWPTCAP6P15 (p.392) -
EXEMPLOS 3 E 4
E COMPARE OS CONJUNTOS
2a, 2b, S_1, S_2 E S_3
COM OS SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO
DOS EXEMPLOS 3 E 4.
QUAIS DOS NOSSOS SÃO
"RODADOS EM TORNO DO EIXO x"
E QUAIS SÃO
"RODADOS EM TORNO DO EIXO y"?

$\boxed{\text{EXERCÍCIO 4}}$

LEIA ESTA PÁGINA
DE NOVO E VEJA
COMO O STEWART
DEFINE A "ÁREA
DA SEÇÃO TRANSVERSAL
EM x" E A "ÁREA
DA SEÇÃO TRANSVERSAL
EM y".
QUAIS DESTAS AFIRMAÇÕES
SÃO VERDADEIRAS PARA O
SÓLIDO DE REVOLUÇÃO S_1?

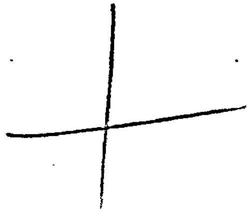
a) $A(x)\big]_{x=1.5} = 0$

b) $A(y)\big]_{y=1.5} = 0$

c) $A(x)\big]_{x=0.5} = 3\pi$

d) $A(y)\big]_{y=1.5} = \pi$

NOTAÇÃO "AT" -
NÃO SEI SE VOCÊS
JÁ VIRAM ISSO...



$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$

C2 17/JUL/2024

INÍCIO: 9:30

HOJE: $\int A(x)\,dx$,

$\int \sqrt{1+f'(x)^2}\,dx$,

E UM POUQUINHO DE INTEGRAIS IMPRÓPRIAS...

SEJAM:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{SE } x<1, \\ 2 & \text{SE } 1\leq x\leq 2, \\ 1 & \text{SE } 2<x<3, \\ 0 & \text{SE } 3\leq x \end{cases}$$

$$\mathbb{R} = \{(x,y) \mid x\in\mathbb{R},\ 0\leq y\leq f(x)\},$$

$$\mathbb{R}' = \{(x,y,0) \mid (x,y)\in\mathbb{R}\}$$

$$S = \{(x,\ y\cos\theta,\ y\operatorname{sen}\theta) \mid (x,y)\in\mathbb{R},\ \theta\in[0,2\pi]\}$$

$\theta\in\{0,\pi/2,\pi,\tfrac{3}{2}\pi\}$

EXERCÍCIO 1

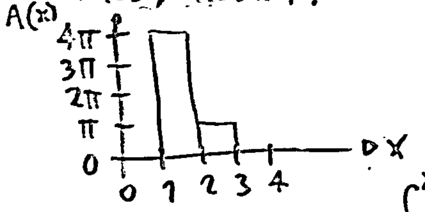
a) REPRESENTE GRAFICAMENTE $f(x)$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}'$ E S.

b) O SÓLIDO DE REVOLUÇÃO S É FORMADO POR DOIS CILINDROS. PRA CADA UM DELES DIGA:
O RAIO DELE,
A ÁREA DA BASE (?) DELE,
A LARGURA DELE.

c) EXPRESSE O VOLUME DELE COMO: $(2-1)\text{ÁREA}_1 + (3-2)\text{ÁREA}_2$

d) USE O RESULTADO DO SEU ITEM C PRA FAZER UM GRÁFICO DA FUNÇÃO $A(x)$.

DICA: USE ESCALAS DIFERENTES NOS DOIS EIXOS, ASSIM:

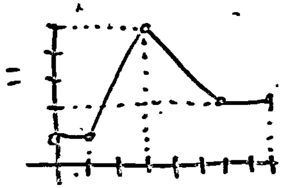


$$\int_{x=1.5}^{x=2.5} A(x)\,dx$$

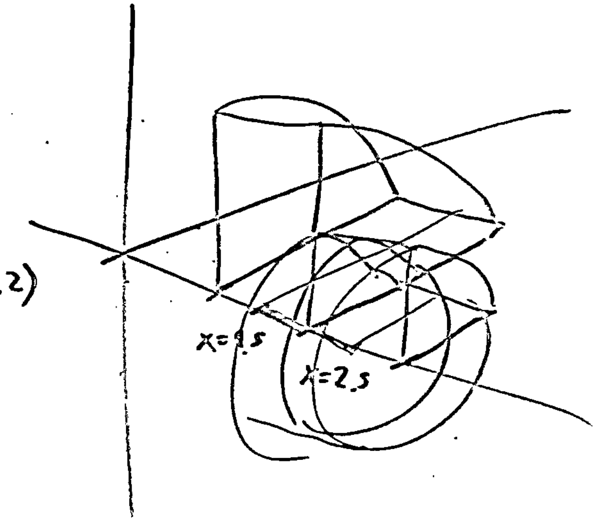
UM POUCO DE COMPRIMENTO DE ARCO

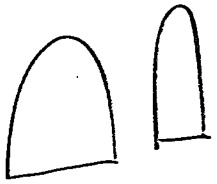
SEJA:

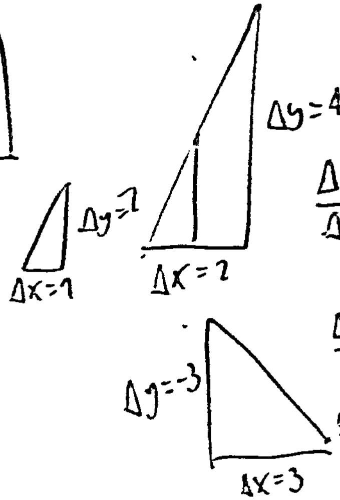
$f(x) =$



(0,1) (1,1) (3,5) (6,2) (8,2)

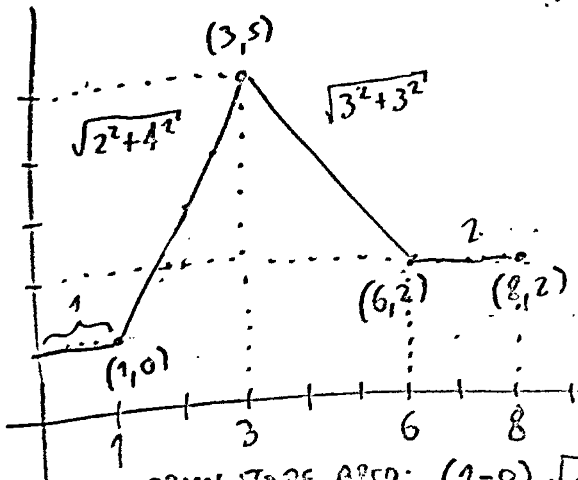






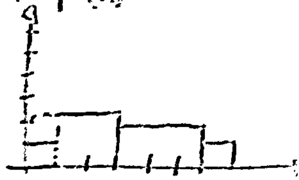
$\frac{\Delta y}{\Delta x}=2$

$\frac{\Delta y}{\Delta x}=-1$



COMPRIMENTO DE ARCO: $(1-0)\sqrt{1+0^2}$
$+(3-1)\sqrt{1+2^2}$
$+(6-3)\sqrt{1+(-1)^2}$
$+(8-6)\ldots$

$a(x)=\sqrt{1+f'(x)^2}$

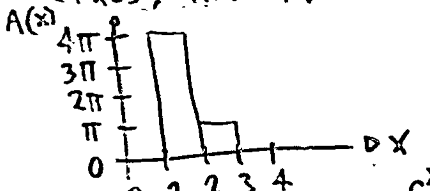


$\sqrt{(3\cdot 4)^2 \ldots}$
$=\sqrt{3^2\cdot 4^2 \ldots}$
$=\sqrt{3^2(4^2+\ldots}$
$=\sqrt{3^2}\sqrt{4^2+5\ldots}$
$=3\sqrt{4^2+5\ldots}$

$\sqrt{2^2+4^2}$
$=\sqrt{(2-1)^2+(2\ldots}$
$=2\sqrt{1^2+2^2}$
$=(3-1)\sqrt{1+f'(\ldots}$

d) USE O RESULTADO DO SEU ITEM C PRA FAZER UM GRÁFICO DA FUNÇÃO $A(x)$.

DICA: USE ESCALAS DIFERENTES NOS DOIS EIXOS, ASSIM:



$$\int_{x=1.5}^{x=2.5} A(x)\,dx$$

$\leq 2,$

$< 3,$

$y \leq f(x)\},$

$\}$

$\theta) \mid (x,y) \in R,\ \theta \in [0, 2\pi]\}$

$\theta \in \{0, \pi/2, \pi, \frac{3}{2}\pi\}$

...NTE $f(x), R, R'$ E S.

...ÇÃO S

...S CILINDROS.

DICA:

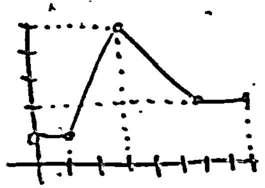
...DELE,

...LUME DELE

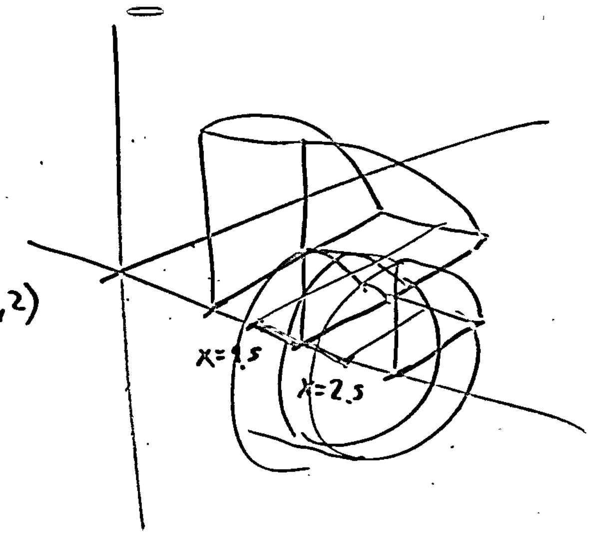
$)$ ÁREA$_1$ + $(3-2)$ ÁREA$_2$.

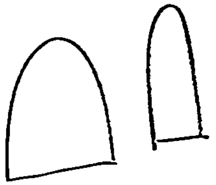
UM POUCO DE COMPRIMENTO DE ARCO

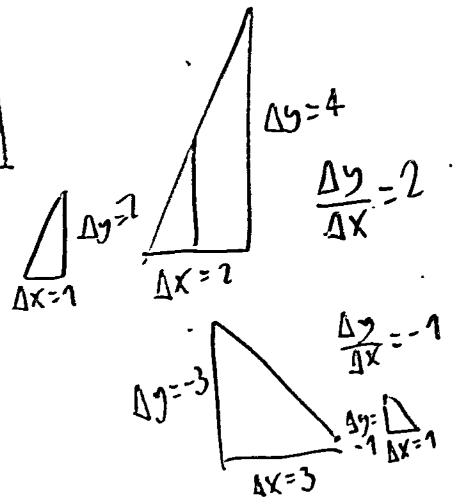
SEJA:

$f(x) =$ 

$(0,1)\ (1,1)\ (3,5)\ (6,2)\ (8,2)$

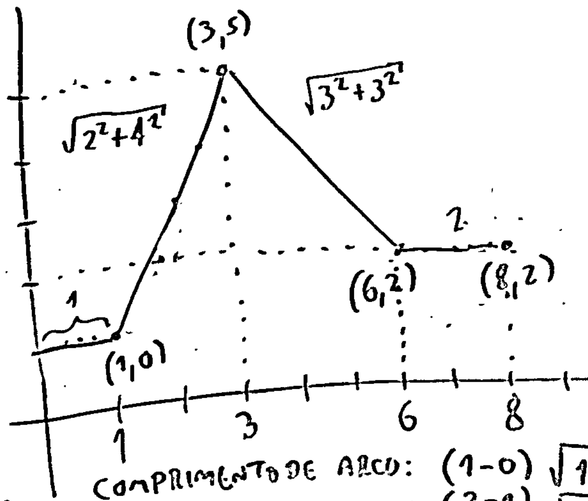






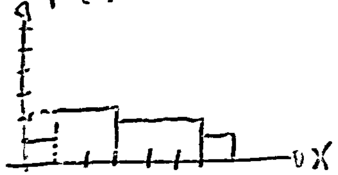
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -1$$



COMPRIMENTO DE ARCO: $(1-0)\sqrt{1+0^2}$
$+ (3-1)\sqrt{1+2^2}$
$+ (6-3)\sqrt{1+(-1)^2}$
$+ (8-6)\sqrt{1+0^2}$

$d(x) = \sqrt{1+f'(x)^2}$



$$\int_{x=2}^{x=4} d(x)\,dx$$

$$\sqrt{(3\cdot 4)^2 + (3\cdot 5)^2}$$
$$= \sqrt{3^2\cdot 4^2 + 3^2\cdot 5^2}$$
$$= \sqrt{3^2(4^2+5^2)}$$
$$= \sqrt{3^2}\sqrt{4^2+5^2}$$
$$= 3\sqrt{4^2+5^2}$$

$$\sqrt{2^2+4^2}$$
$$= \sqrt{(2\cdot 1)^2+(2\cdot 2)^2}$$
$$= 2\sqrt{1^2+2^2}$$
$$= (3-1)\sqrt{1+f'(2)^2}$$

$$\sqrt{3^2+3^2}$$
$$= \sqrt{(3\cdot 1)^2+(3\cdot 1)^2}$$
$$= 3\sqrt{1^2+1^2}$$
$$= (6-3)\sqrt{1+f'(4)^2}$$

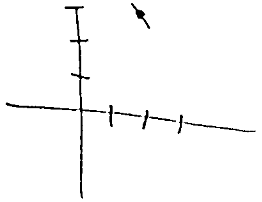
C2 22/JUL/2024

INÍCIO: 14:33

HOJE: CAMPOS DE DIREÇÕES E EDOS COM VARIÁVEIS SEPARÁVEIS ("EDOVSs")!

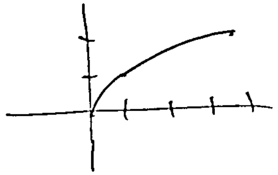
LEMBRE QUE A GENTE TEM DUAS NOTAÇÕES PRA DERIVADA:
$f'(x)$ E $\frac{dy}{dx}$.

GRAFICAMENTE,
$f(2)=3$
E $f'(2)=-1$
QUEREM DIZER ISTO:



FAÇAM OS EXERCÍCIOS 1 E 2 DE CAMPOS DE DIREÇÕES!

$f(x)=\sqrt{x}$



$$[M] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} \\ h(y)\,dy = g(x)\,dx \\ \int h(y)\,dy = \int g(x)\,dx \\ \quad \shortparallel \qquad\qquad \shortparallel \\ H(y)+C_1 \quad G(x)+C_2 \\ \quad H(y) = G(x)+C_2-C_1 \\ \qquad\quad = G(x)+C_3 \\ H^{-1}(H(y)) = H^{-1}(G(x)+C_3) \\ \quad \shortparallel \\ \quad y \end{array} \right)$$

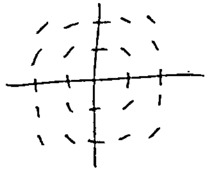
$$[S_1] = \left(\begin{array}{l} g(x)=-2x \\ h(y)=2y \\ G(x)=-x^2 \\ H(y)=y^2 \\ H^{-1}(y)=\sqrt{y} \end{array} \right)$$

$$[M][S_1] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{2y} \\ 2y\,dy = -2x\,dx \\ \int 2y\,dy = \int -2x\,dx \\ \quad \shortparallel \qquad\qquad \shortparallel \\ y^2+C_1 \quad -x^2+C_2 \\ \quad y^2 = -x^2+C_2-C_1 \\ \qquad = -x^2+C_3 \\ \sqrt{y^2} = \sqrt{-x^2+C_3} \\ \quad \shortparallel \\ \quad y \end{array} \right)$$

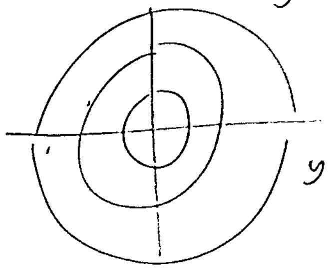
$C_3 = C_2 - C_1$
$y^2 = -x^2 + C_3$
$\sqrt{y^2} = \sqrt{-x^2+C_3}$
$\shortparallel$
y

d) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$

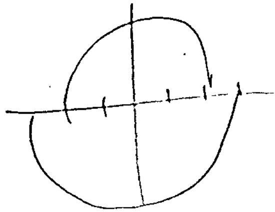
$\Rightarrow$



$y=\sqrt{1-x^2}$



$y=-\sqrt{1-x^2}$



$y=-\sqrt{9-x^2}$

EXERCÍCIO:

$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \Rightarrow f'(x) = -\frac{x}{y}$

$\Rightarrow f'(x) = -\frac{x}{f(x)}$

$\left(f'(x) = -\frac{x}{f(x)}\right) \left[\begin{array}{l} f(x) := \sqrt{4-x^2} \\ f'(x) := \ ? \end{array} \right] = \ ? \Leftarrow$

$-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

$= (V$ ou F

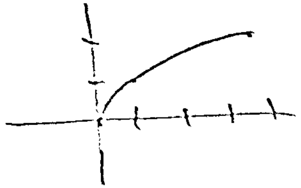
$$\frac{d}{dx}\sqrt{4-x^2} = \frac{d}{dx}(4-x^2)^{1/2}$$
$$= \frac{1}{2}(4-x^2)^{1/2-1} \cdot \frac{d}{dx}$$
$$= \frac{1}{2}(4-x^2)^{-1/2} \cdot (-$$
$$= \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}(-x)$$
$$= -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$$

$\sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$
$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$
$-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{9} = -3$

S
S

FAÇAM OS EXERCÍCIOS 1 E 2 DE CAMPOS DE DIREÇÕES!

$f(x) = \sqrt{x}$



$$[M][S_1] = \left(\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{-2x}{2y} \\ 2y\,dy &= -2x\,dx \\ \int 2y\,dy &= \int -2x\,dx \\ y^2 + C_1 &= -x^2 + C_2 \\ y^2 &= -x^2 + C_2 - C_1 \\ &= -x^2 + C_3 \\ \sqrt{y^2} &= \sqrt{-x^2 + C_3} \\ y & \end{aligned} \right) =$$

$C_3 = C_2 - C_1$

$y^2 = -x^2 + C_3$

$\sqrt{y^2} = \sqrt{-x^2 + C_3}$

y

EXERCÍCIO:

$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \Rightarrow f'(x) = -\frac{x}{y}$

$\Rightarrow f'(x) = -\frac{x}{f(x)}$

$$\left(f'(x) = -\frac{x}{f(x)}\right)\left[\begin{aligned} f(x) &:= \sqrt{4-x^2} \\ f'(x) &:= \ ? \end{aligned}\right] = \ ? \Leftarrow \left(-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\right)$$

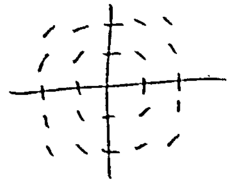
$-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

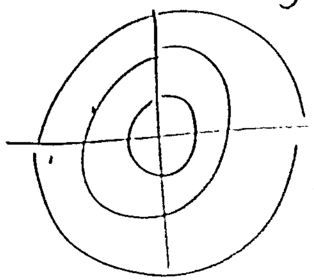
$= (V \text{ ou } F) \Leftarrow V$

$$[M] = \left(\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{g(x)}{h(y)} \\ h(y)\,dy &= g(x)\,dx \\ \int h(y)\,dy &= \int g(x)\,dx \\ H(y) + C_1 &\quad G(x) + C_2 \\ H(y) &= G(x) + C_2 - C_1 \\ &= G(x) + C_3 \\ H^{-1}(H(y)) &= H^{-1}(G(x) + C_3) \\ y & \end{aligned} \right)$$

$$[S_1] = \left(\begin{aligned} g(x) &= -2x \\ h(y) &= 2y \\ G(x) &= -x^2 \\ H(y) &= y^2 \\ H^{-1}(y) &= \sqrt{y} \end{aligned} \right)$$

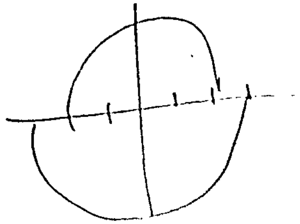
d) $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$

$\Rightarrow$ 



$y = \sqrt{1-x^2}$

$y = -\sqrt{1-x^2}$



$y = -\sqrt{9-x^2}$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}\sqrt{4-x^2} &= \frac{d}{dx}\left(4-x^2\right)^{1/2} \\ &= \frac{1}{2}\left(4-x^2\right)^{1/2 - 1} \cdot \frac{d}{dx}\left(4-x^2\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(4-x^2\right)^{-1/2} \cdot (-2x) \\ &= \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}(-x) \\ &= -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \end{aligned}$$

Se $x \geq 0$ então $\sqrt{x^2} = x$

Se $x \leq 0$ então $-\sqrt{x^2} = x$.

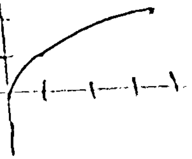
$\sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$

$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

$-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{9} = -3$

03
...ícios 1 e 2
...mpos de
...ções!

...$) = \sqrt{x}$



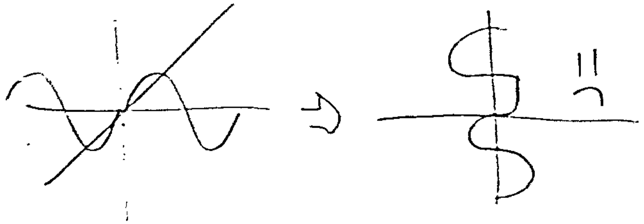
$$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)}$$
$$h(y)dy = g(x)dx$$
$$\int h(y)dy = \int g(x)dx$$
$$H(y)+C_1 = G(x)+C_2$$
$$H(y) = G(x)+C_2-C_1$$
$$= G(x)+C_3$$
$$H^{-1}(H(y)) = H^{-1}(G(x)+C_3)$$
$$y$$

$$] = \left(\begin{array}{l} g(x)=-2x \\ h(y)=2y \\ G(x)=-x^2 \\ H(y)=y^2 \\ H^{-1}(y)=\sqrt{y} \end{array}\right)$$

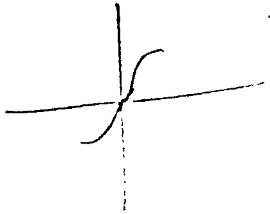
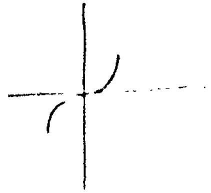
$$[M][S_1] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{2y} \\ 2y\,dy = -2x\,dx \\ \int 2y\,dy = \int -2x\,dx \\ y^2+C_1 = -x^2+C_2 \\ y^2 = -x^2+C_2-C_1 \\ \quad = -x^2+C_3 \\ \sqrt{y^2} = \sqrt{-x^2+C_3} \\ y \end{array}\right)$$

$\boxed{\text{INVERSAS}}$

sen(x) ~~não~~ é inversível !!



$$S(x) : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R} \Leftarrow [-1,1]$$
$$x \mapsto \text{sen}\, x$$

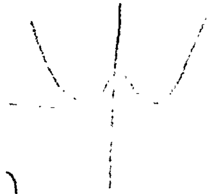
$S(x) =$  $S^{-1}(x) =$ 

arcsen(x)

$$\text{arcsen} : [-1, 1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$\boxed{\text{SOLVE}}$

$f(x) := (x^2-1)^2;$



sols : solve(y = f(x), x);

$[x = -\sqrt{\sqrt{y}-1}, x = \dots, x = \dots, x =]$

$$\int_{x=1}^{x=?} f(x)\,dx$$

$$\int_{x=0}^{x=?} f(x)\,dx$$

$$F(?) = \int_{t=?}^{t=?} f(t)\,dt$$

C2 24/JUL/2024

INÍCIO: 9:32

TÁ, NÓS TAMOS APRENDENDO EDOVSs, MAS O MAXIMA RESOLVE UMA EDOVS NUMA LINHA... VAMOS APRENDER ALGUMAS COISAS MAIS ÚTEIS?

DÊEM UMA OLHADA NOS LINKS DE HOJE: CURVAS DE NÍVEL E CÍRCULOS VIA PONTOS ÓBVIOS.

FAÇA O PRIMEIRO ITEM DO EXERCÍCIO DAQUI: MpGP40

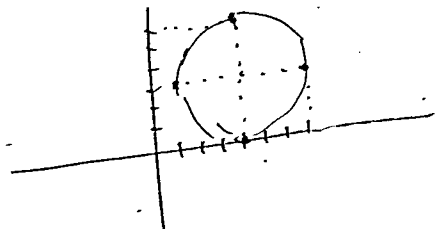
SEJA $C = \{ \ldots \}$

FAÇA OS ITENS a, b, c

SEJA $S = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-4)^2 - (y-3)^2 = 9 \}$

$(7,3) \in S$
$(1,3) \in S$
$(4,6) \in S$
$(4,0) \in S$

$$\underbrace{\underbrace{(x-4)^2}_{\substack{4 \\ 0}}}_{0} + \underbrace{\underbrace{(y-3)^2}_{\substack{0 \\ -3}}}_{9} = 9$$



$F(x,y) = (x-4)^2 + (y-3)^2$

$F(x,y) = 9$

$F(x,y) = 4$

$F(x,y) = C$

$z = F(x,y)$

LEMBRANDO...

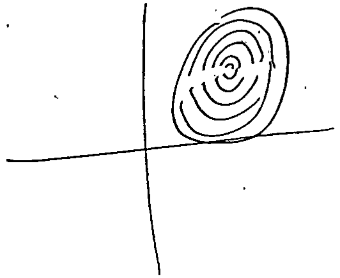
$$[M] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} \\ h(y)\,dy = g(x)\,dx \\ \int h(y)\,dy = \int g(x)\,dx \\ H(y) + C_1 \quad G(x) + C_2 \\ H(y) = G(x) + C_2 - C_1 \\ \quad = G(x) + C_3 \\ H^{-1}(H(y)) = H^{-1}(G(x)+C_3) \\ y \end{array} \right)$$

$$[S_1] = \begin{bmatrix} G(x) = -x^2 \\ g(x) = -2x \\ H(y) = y^2 \\ h(y) = 2y \\ H^{-1}(y) = \sqrt{y} \end{bmatrix}$$

$$[M][S_1] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{2y} \\ 2y\,dy = -2x\,dx \\ \int 2y\,dy = \int -2x\,dx \\ y^2 + C_1 \quad -x^2 + C_2 \\ y^2 = -x^2 + C_2 - C_1 \\ \quad = -x^2 + C_3 \\ \sqrt{y^2} = \sqrt{-x^2 + C_3} \\ y \end{array} \right)$$

$y^2 = -x^2 + C_3$

$x^2 + y^2 = C_3$



$f(x) = 3 + \sqrt{x+4}$

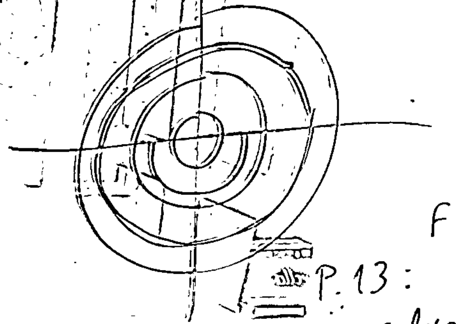
$y = \sqrt{x+4}$

$y - 3 = \sqrt{x+4}$

$(y-3)^2 = x + 4$

$(y-3)^2 - 4 = x$

$(y-3)^2 - 4 = f^{-1}(x)$



$f(x) = (x^2-1)^2$

P. 13: $y = (x^2-1)^2$

solve($y = (x^2-1)^2$,

$[x = -\sqrt{}, x = -\sqrt{}$

$\sqrt{a} = b$

EXERCÍCIO:
VOLTEM PRO LIVRO DO ZILL/CULLEN. NA P. 50 DO LIVRO - P. 57 DO PDF TEM ALGUNS EXERCÍCIOS. RESOLVAM ESTES AQUI:
4) $dx - x^2 dy = 0$
7) $xy' = 4y$.

ENGEFI EX

-A O PRIMEIRO
M DO EXERCÍCIO
QUI: MPGP40

SEJA $C = \{ \ldots \}$

FAÇA OS ITENS a, b, c

$(x-4)^2 - (y-3)^2 = 9\}$

$(\;)^2 + (y-3)^2 = 9$

$F(x,y) = (x-4)^2 + (y-3)^2$

$F(x,y) = 9$

$F(x,y) = 4$

$F(x,y) = C$

$z = F(x,y)$

LEMBRANDO...

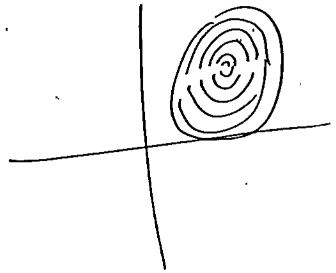
$$[M] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} \\ h(y)dy = g(x)dx \\ \int h(y)\,dy = \int g(x)\,dx \\ H(y) + C_1 \quad G(x) + C_2 \\ H(y) = G(x) + C_2 - C_1 \\ \quad = G(x) + C_3 \\ H^{-1}(H(y)) = H^{-1}(G(x) + C_3) \\ y \end{array} \right)$$

$$[S_1] = \left[\begin{array}{l} G(x) = -x^2 \\ g(x) = -2x \\ H(y) = y^2 \\ h(y) = 2y \\ H^{-1}(y) = \sqrt{y} \end{array} \right]$$

$$[M][S_1] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{2y} \\ 2y\,dy = -2x\,dx \\ \int 2y\,dy = \int -2x\,dx \\ y^2 + C_1 \quad -x^2 + C_2 \\ y^2 = -x^2 + C_2 - C_1 \\ \quad = -x^2 + C_3 \\ \sqrt{y^2} = \sqrt{-x^2 + C_3} \\ y \end{array} \right)$$

$y^2 = -x^2 + C_3$

$x^2 + y^2 = C_3$



$f(x) = 3 + \sqrt{x+4}$

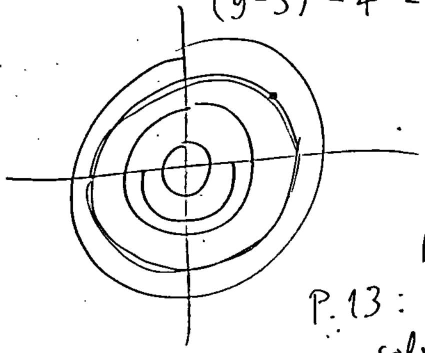
$y = \sqrt{x+4}$

$y - 3 = \sqrt{x+4}$

$(y-3)^2 = x + 4$

$(y-3)^2 - 4 = x$

$(y-3)^2 - 4 = f^{-1}(x)$



P.14: `f(x) = (x^2-1)^2;`

`e1 : y = (x^2-1)^2;`

`e2 : sqrt(e1);`

$\sqrt{y} = |x^2 - 1|$

`assume(x^2-1 >= 0);`

`e2 : sqrt(e1);`

$\sqrt{y} = x^2 - 1$

$f(x) = (x^2-1)^2$

P.13: $y = (x^2-1)^2$

`solve(y = (x^2-1)^2, x);`

$[x = -\sqrt{\;}, x = -\sqrt{\;}, x = \sqrt{\;}, x = \sqrt{\;}]$

$\sqrt{a = b} \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b}$

EXERCÍCIO:
VOLTEM PRO LIVRO DO
ZILL / CULLEN. NA P.50
DO LIVRO - P.57 DO PDF -
TEM ALGUNS EXERCÍCIOS.
RESOLVAM ESTES AQUI:

4) $dx - x^2 dy = 0$

7) $xy' = 4y$.

$\boxed{\text{C2 20/JUL/2024}}$

$\boxed{\text{INÍCIO: 17:27}}$

HOJE: EDOs LINEARES COM COEFICIENTES CONSTANTES ("EDOLCCs")

TENTEM RESOLVER ESTAS EDOs POR CHUTAR E TESTAR:

a) $f'(x) = f(x)$ ⟵ $f(x)=e^x \Rightarrow f'(x)=e^x$

b) $f'(x)-f(x)=0$

c) $f'(x)-2f(x)=0$

d) $f'(x)+2f(x)=0$

$f(x)=e^{42x} \Rightarrow f'(x)=42e^{42x} = 42f(x)$

$f(x)=e^{2x} \Rightarrow$

$f'(x)=e^{2x} \Rightarrow$

$f(x)=99e^{2x} \Rightarrow$

$D[f(x)] = \frac{d}{dx}f(x)$

$D_x[f(x)] = \frac{d}{dx}f(x)$

$\text{diff}(f(x),x) = \frac{d}{dx}f(x)$

$M(v+w) = Mv + Mw$

$M(cv) = cM(v)$

$D[f(x)+g(x)] = D[f(x)] + D[g(x)]$

$D[99f(x)] = 99D[f(x)]$

$V=(10,20,30,40)$

$V_1=10$

$V_2=20$

$V_3=30$

$V_4=40$

$V_5=$ ERRO

$V_{2.5}=$ ERRO

$f(x)=10x$

$f(1)=10$

$f(2)=20$

$f(3)=30$

$f(4)=40$

PÁGINA 4 DO PDF DE HOJE:

x	$g(x)$	$g(x+1)-g(x)$	$g'(x+0.5)$
0	-3	2	2
1	-1	1	1
2	0	0	0
3	0	1	1
4	1	2	2
5	3	-2	-2
6	1	1	1
7	2		

$\begin{pmatrix} h(1)\\ h(2)\\ h(3)\\ h(4)\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} h(2)-h(1)\\ h(3)-h(2)\\ h(4)-h(3)\\ ?\end{pmatrix}$

$S\begin{pmatrix} h(1)\\ h(2)\\ h(3)\\ h(4)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(2)\\ h(3)\\ h(4)\\ 0\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} a & b\\ c & d\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax+by\\ cx+dy\end{pmatrix}$

$2\times 2 \quad 2\times 1 \quad 2\times ?$

$\boxed{\text{EXERCÍCIO}}$

a) $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\\ x\end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y\\ 0\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y-x\\ 0\end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix} h(1)\\ h(2)\\ h(3)\\ h(4)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(2)\\ h(3)\\ h(4)\\ 0\end{pmatrix}$

$(S-1)f = \begin{pmatrix} f(2)-f(1)\\ f(3)-f(2)\\ f(4)-f(3)\\ f(5)-f(4)\\ 0-f(5)\end{pmatrix}$

$((S-1)f)(x) = f(x+1)-f(x)$

$f'(x) = \lim \ldots$

$\Rightarrow f'(x) = \ldots$

$D[\ldots$

"MATRIZ" "…

"VETOR"…

$(D-\ldots$

$(D-3\ldots$

$(D-3)\ldots$

$$M(v+w) = Mv + Mw$$
$$M(cv) = c\,M(v)$$
$$D[f(x)+g(x)] = D[f(x)] + D[g(x)]$$
$$D[99f(x)] = 99\,D[f(x)]$$

$$f(x)=e^{x} \Rightarrow f'(x)=e^{x}$$
$$f(x)=e^{42x} \Rightarrow f'(x)=42e^{42x} = 42f(x)$$
$$f(x)=e^{2x} \Rightarrow$$
$$f'(x)=e^{2x} \Rightarrow$$
$$f(x)=99e^{2x} \Rightarrow$$

$V=(10,20,30,40)$
$V_1=10$
$V_2=20$
$V_3=30$
$V_4=40$
$V_5=$ ERRO
$V_{2.5}=$ ERRO

$f(x)=10x$
$f(1)=10$
$f(2)=20$
$f(3)=30$
$f(4)=40$

PÁGINA 4
DO PDF DE HOJE:

x	$g(x)$	$g(x+1)-g(x)$	$g'(x+0.5)$
0	-3	2	2
1	-1	1	1
2	0	0	0
3	0	1	1
4	1	2	2
5	3	-2	-2
6	1	1	1
7	2		

$$\begin{pmatrix} h(1)\\ h(2)\\ h(3)\\ h(4)\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} h(2)-h(1)\\ h(3)-h(2)\\ h(4)-h(3)\\ ?\end{pmatrix}$$

$$S\begin{pmatrix} h(1)\\ h(2)\\ h(3)\\ h(4)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(2)\\ h(3)\\ h(4)\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b\\ c & d\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax+by\\ cx+dy\end{pmatrix}$$
$$\underbrace{2\times 2 \quad 2\times 1}_{} \quad 2\times 1$$

$\boxed{\text{EXERCÍCIO}}$

a) $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\\ x\end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y\\ 0\end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y-x\\ 0\end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix} h(1)\\ h(2)\\ h(3)\\ h(4)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(2)\\ h(3)\\ h(4)\\ 0\end{pmatrix}$

$$(S-1)f = \begin{pmatrix} f(2)-f(1)\\ f(3)-f(2)\\ f(4)-f(3)\\ f(5)-f(4)\\ 0-f(5)\end{pmatrix}$$

$$((S-1)f)(x) = f(x+1)-f(x)$$

$$f'(x) = \cancel{\lim_{\varepsilon\to 0}}\ \frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\underbrace{\varepsilon}_{1}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = f(x+1) - f(x)$$

$$\underbrace{\underbrace{D}_{\text{"MATRIZ"}}\underbrace{[f]}_{\text{"VETOR"}}}_{\text{"VETOR"}}$$

PÁGINA 5 DO PDF:

```
D(f) := diff(f,x);
D(x^3);
D(D(x^3));
```

$(D-3)(f) = Df - 3f$

$(D-3)(x^2);\ \Rightarrow D(x^2) - 3x^2$
$\Rightarrow 2x - 3x^2$

$(D-3)(e^{3x});\ \Rightarrow D(e^{3x}) - 3e^{3x}$
$\Rightarrow 3e^{3x} - 3e^{3x}$
$\Rightarrow 0$

$(D-2)(e^{2x});$

$(D-2)(99e^{2x});$

[illegible]

$$(D-2)(99e^{2x}) = D(99e^{2x}) - 2(99e^{2x})$$
$$= 99\,D(e^{2x}) - 2\cdot 99\, e^{2x}$$
$$= 99\,D(e^{2x}) - 99\cdot 2e^{2x}$$
$$= 99\,(D(e^{2x}) - 2e^{2x})$$
$$= 99\cdot 0$$
$$= 0$$

$$D(99x) = 99\,Dx$$

$$(A+B)(99x) = 99\,(A+B)x$$

Seja (*) esta EDO:
$$(D-2)f = 0 \qquad (*)$$
Encontre 3 soluções diferentes da EDO (*).

Obs: $(D-2)f = Df - 2f$
$$= f' - 2f$$

$$(D-2)f = 0$$

É equivalente a:
$$f' - 2f = 0$$
$$f'(x) - 2f(x) = 0$$

Seja (**) esta EDO:
$$(D+3)(D-2)f = 0. \qquad (**)$$

Toda matriz comuta com a identidade...

$$(D+3)(D-2) = (D+(3I))(D-(2I))$$
$$= D(D-(2I))$$
$$+ (3I)(D-(2I))$$
$$= DD - D(2I)$$
$$+ (3I)D - (3I)(2I)$$
$$= \dots$$
$$= (D-2)(D+3)$$

$$A = IA = AI$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (D+3)(D-2)($$

$$\underbrace{(D+3)\underbrace{(D-2)e^{2x}}_{0}}_{0} = 0$$

$$\underbrace{(D+3)\underbrace{(D-2)(99e^{2x})}_{0}}_{0} =$$

$$\underbrace{(D-2)\underbrace{(D+3)(20e^{-3x})}_{0}}_{0}.$$

[illegible]

Se $f = e^{\dots}$

[illegible]

$99\, e^{2x})$

$99\, e^{2x}$

$99 \cdot 2 e^{2x}$

$2 e^{2x})$

$\beta) v$

SEJA (☆☆) ESTA EDO:

$$(D+3)(D-2) f = 0. \quad (☆☆)$$

TODA MATRIZ COMUTA COM A IDENTIDADE...

$$(D+3)(D-2) = (D+(3I))(D-(2I))$$
$$= D(D-(2I)) + (3I)(D-(2I))$$
$$= DD - D(2I) + (3I)D - (3I)(2I)$$
$$= \ldots$$
$$= (D-2)(D+3)$$

$$A = IA = AI$$

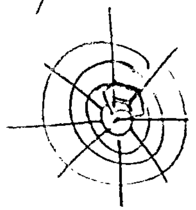
$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{(D+3)\underbrace{(D-2)e^{2x}}_{0}}_{0} = 0$$

$$\underbrace{(D+3)\underbrace{(D-2)(99 e^{2x})}_{0}}_{0} =$$

$$\underbrace{(D-2)\underbrace{(D+3)(20 e^{-3x})}_{0}}_{0}$$

$$(D+3)(D-2)($$



AS SOLUÇÕES BASICAS DA EDO

$$(D+3)(D-2) f = 0 \quad (☆☆)$$

SÃO $f = e^{2x}$

e $f = e^{-3x}$.

A SOLUÇÃO GERAL DA EDO (☆☆) É

$$f = \alpha e^{2x} + \beta e^{-3x}$$

$$(x+3)(x-2) = x^2 + x - 6$$
$$(D+3)(D-2) = D^2 + D - 6$$
$$(D+3)(D-2) f = 0$$
$$(D+3)(D-2) f = (D^2 + D - 6) f$$
$$= D^2 f + Df - 6f$$
$$= f'' + f' - 6f$$
$$= f''(x) + f'(x) - 6f(x)$$
$$= 0$$

CE 30/jul/2024

Início: 14:32

Hoje: EDOLCCs, parte 2!

Na aula passada nós vimos como resolver uma EDO desta forma

$$f''(x)+f'(x)-6f(x)=0$$

Reescrevendo-a...

$$D^2f+Df-6f=0$$
$$(D^2+D-6)f=0$$
$$(D+3)(D-2)f=0$$

Essa EDO tem soluções básicas $f_1=e^{-3x}$ e $f_2=e^{2x}$

E solução geral $f=\alpha f_1+\beta f_2$

A solução geral é a combinação linear das soluções básicas.

(1) Exercícios

Encontre as soluções básicas e a solução geral de:

a) $(D-5)(D+2)f=0$

b) $f''+3f'-10f=0$

Siga o link ZillCullenCap4p60 na página de links do PDFzinho sobre EDOLCCs - ele é o livro que tem a abordagem mais parecida com a que eu tou usando aqui.

c) Encontre as soluções básicas e a solução geral da EDO do exemplo 3 do Zill/Cullen (na p. 197 do livro).

d) Teste uma das soluções básicas que você obteve no item c.

... Agora nós vamos fazer alguns exercícios da p. 200 do Zill/Cullen - p. 64 do PDF.

Mas antes dêem uma olhada no primeiro link de hoje na página do curso - ele vai pro PDFzinho sobre EDOLCCs de 2024.1.

poly0: $(x-2)(x+5)$;

poly1: $x^2+3x-10$;

$$(x-\alpha)(x-\beta)=x^2-(\alpha+\beta)+\alpha\beta$$

d_1	d_2	d_1d_2	d_1+d_2
-10	1	-10	-9
-5	2	-10	-3
-2	5	-10	3
-1	10	-10	9
1	-10	-10	-9
2	-5	-10	-3
5	-2	-10	3
10	-1	-10	9

$$x^2-\underbrace{(-3)}_{r_1+r_2}x\underbrace{-10}_{r_1r_2}=(x-(-5))(x-2)$$

(2) Exercícios

Resolva e teste as EDOs dos exercícios 34, 35 e 36 do Zill/Cullen (p. 200 do livro).

Mais precisamente: transforme os operadores desses exercícios em EDOs, resolva as EDOs, e teste algumas das suas soluções.

$$10=d_1d_2$$

$$\frac{d}{dx}e^{42x}=42e^{42x}$$
$$\frac{d}{dx}e^{0x}=0e^x=0$$
$$\frac{d}{dx}e^{0x}=\frac{d}{dx}e^0=\frac{d}{dx}1=0$$

34) D^2+4D

x^2+4x+0
$=(x+4)(x+0)$

$x^2+4x=x(x+4)$
$=(x+0)(x+4)$

$$f''+3f'-10f=0$$
$$D^2f+3D-10f=0$$
$$(D^2+3D-10)f=0$$

Complexos

Na aula pass[...] vocês resol[...] algumas [...] por chutar [...] testar, e viram que $f(x)=e^{x}$ [...] obedece [...]

$f'(x)=f$ [...]

$f'=f$ [...]

$f'-f=$ [...]

$(D-1)f=$ [...]

Agora rep[...] $f(x)=\mathrm{sen}$ [...] obedece

$f''(x)=-f($[...]

$f''+f=0$

$(D^2+1)f=0$

$(D+i)(D-i)f$ [...]

e as soluções [...] da EDO (*) são

$f_1(x)=e^{ix}$

e $f_2(x)=e^{-ix}$

(3) Exercício

Teste se e^{ix} e [...] são soluções de [...]

~~ERCÍCIOS~~

CONTRE AS SOLUÇÕES BÁSICAS A SOLUÇÃO GERAL DE:

$(D-5)(D+2)f=0$

$f''+3f'-10f=0$

...GA O LINK

...LLCULLEN CAP4 p60

...A PÁGINA DE LINKS ...O PDFZINHO SOBRE EDOLCCS - ELE É ...O LIVRO QUE TEM A ABORDAGEM MAIS PARECIDA COM A QUE EU TOU USANDO AQUI.

c) ENCONTRE AS SOLUÇÕES BÁSICAS E A SOLUÇÃO GERAL DA EDO DO EXEMPLO 3 DO ZILL/CULLEN (NA P. 197 DO LIVRO).

d) TESTE UMA DAS SOLUÇÕES BÁSICAS QUE VOCÊ OBTEVE NO ITEM C.

... AGORA NÓS VAMOS FAZER ALGUNS EXERCÍCIOS DA P.200 DO ZILL/CULLEN - P.64 DO PDF.

MAS ANTES DÊEM UMA OLHADA NO PRIMEIRO LINK DE HOJE NA PÁGINA DO CURSO - ELE VAI PRO PDFZINHO SOBRE EDOLCCS DE 2024.1.

poly0: $(x-2)(x+5)$;

poly1: $x^2\underbrace{+3}x\underbrace{-10}$;

$(x-\alpha)(x-\beta)=x^2-(\alpha+\beta)+\alpha\beta$

d_1	d_2	d_1d_2	d_1+d_2
-10	1	-10	-9
-5	2	-10	-3
-2	5	-10	3
-1	10	-10	9
1	-10	-10	-9
2	-5	-10	-3
5	-2	-10	3
10	-1	-10	9

$x^2 - \underbrace{(-3)}_{r_1+r_2}x \underbrace{-10}_{r_1r_2} = (\cancel{x}-(-5))(x-2)$

② EXERCÍCIOS

RESOLVA E TESTE AS EDOs DOS EXERCÍCIOS 34, 35 E 36 DO ZILL/CULLEN (P. 200 DO LIVRO).

MAIS PRECISAMENTE: TRANSFORME OS OPERADORES DESSES EXERCÍCIOS EM EDOS, RESOLVA AS EDOS, E TESTE ALGUMAS DAS SUAS SOLUÇÕES.

$10=d_1d_2$

34) D^2+4D

x^2+4x+0

$=(x+4)(x+0)$

$x^2+4x=x(x+4)$

$=(x+0)(x+4)$

$\frac{d}{dx}e^{42x}=42e^{42x}$

$\frac{d}{dx}e^{0x}=0e^x=0$

$\frac{d}{dx}e^{0x}=\frac{d}{dx}e^0=\frac{d}{dx}1=0$

$f''+3f'-10f=0$

$D^2f+3D-10f=0$

$(D^2+3D-10)f=0$

COMPLEXOS

NA AULA PASSADA VOCÊS RESOLVERAM ALGUMAS EDOS POR CHUTAR E TESTAR, E VOCÊS VIRAM QUE

$f(x)=e^x$

OBEDECE

$f'(x)=f(x)$

$f'=f$

$f'-f=0$

$(D-1)f=0.$

AGORA REPARE QUE

$f(x)=sen(x)$

OBEDECE

$f''(x)=-f(x)$

$f''+f=0$

$(D^2+1)f=0$

$(D+i)(D-i)f=0 \quad (*)$

E AS SOLUÇÕES BÁSICAS DA EDO $(*)$ SÃO

$f_1(x)=e^{ix}$

E $f_2(x)=e^{-ix}$

③ EXERCÍCIO

TESTE SE e^{ix} E e^{-ix} SÃO SOLUÇÕES DE $f''+f=0$.

O STEWART TEM UM APÊNDICE QUE É UMA REVISÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS.

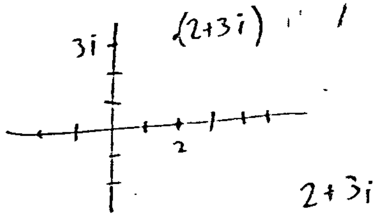
IDÉIAS BÁSICAS:

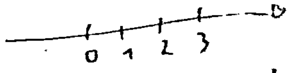
$\sqrt{-1}=i$

$i^2=-1$

$(a+ib)+(c+id)=(a+c)+(b+d)i$

$(a+ib)(c+id)=a(c+id)$
$+ib(c+id)$
$=ac+iad$
$+ibc+\underbrace{ii}_{-1}bd$
$=ac+(ad+bc)i+bd(i^2)$
$=ac+(ad+bc)i+bd(-1)$
$=(ac-bd)+(ad+bc)i$





$(2+3i)+(10+40i)=$

$12+43i$

$\boxed{(2+3i)(1+i)=?}$

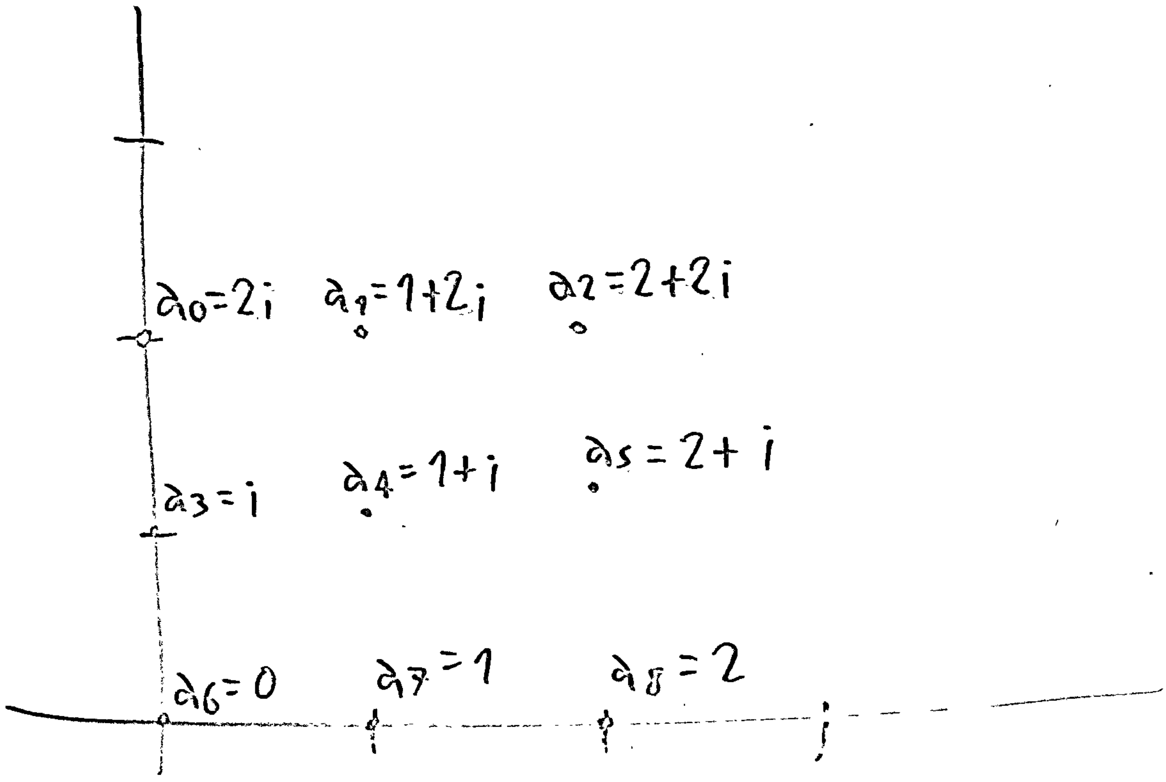
C2 30/JUL/2024

INÍCIO: 14:32

HOJE: EDOLCCs, PARTE 2!

EXERCÍCIO PRA CASA:

SEJAM:



E SEJA $b=1+i$.

CALCULE E REPRESENTE GRAFICAMENTE:

a) $a_5 b$

b) NUM PLANO SÓ:
$a_0 b$, $a_1 b$, $a_2 b$,
$a_3 b$, $a_4 b$, $a_5 b$,
$a_6 b$, $a_7 b$, $a_8 b$.

C2 31/JUL/2021

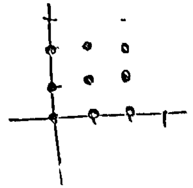
INÍCIO: 9:27

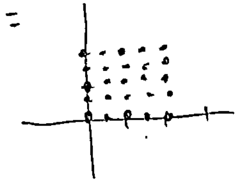
OS LINKS DE HOJE ESTÃO NO FINAL DA PÁGINA DO CURSO!

A GENTE VAI COMEÇAR PELA "REVISÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS".

AVISO: SE VOCÊS QUISEREM FAZER DESENHOS COMPLICADOS NO MAXIMA USEM O QDRAW AO INVÉS DAS FUNÇÕES DEFAULT, E SE VOCÊS QUISEREM INSTALAR O QDRAW VOCÊS VÃO TER QUE VIRAR PESSOAS COMPLETAMENTE DIFERENTES DAS QUE VOCÊS SÃO AGORA... SE VOCÊS DEBUGAREM A INSTALAÇÃO COMIGO POR CHAT A PRIMEIRA PESSOA VAI LEVAR UMA HORA E AS PRÓXIMAS VÃO LEVAR MINUTOS, MAS SE VOCÊS CONTINUAREM SUMINDO DURANTE MESES VAI LEVAR ANOS.

P.S: DIAGRAMAS DE PONTINHOS

as_33 =  = [2i, 1+2i, 2+2i, i, 1+i, 2+i, 0, 1, 2]

as_55 = 

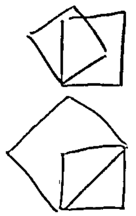
POR DEFAULT O MAXIMA TEM CERTAS "DISTRIBUTIVIDADES"...

$2\cdot(3+4) = 2\cdot 3 + 2\cdot 4$

$2\cdot[3,4] = [2\cdot 3, 2\cdot 4]$

$1 + as\_33$

as_55



$a,b,c,d \in \mathbb{R}$

$z,w \in \mathbb{C}$

$\theta,\alpha,\beta \in \mathbb{R}$

$2+3i$

$\mathrm{Re}(2+3i) = 2$

$\mathrm{Im}(2+3i) = 3$

$\overline{z} = \mathrm{Re}(z) - \mathrm{Im}(z)i$

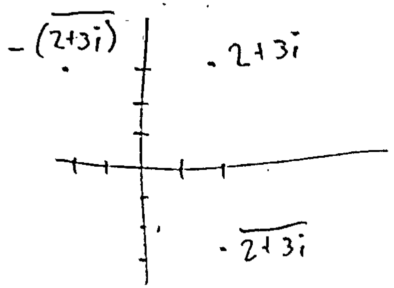
$\overline{(2+3i)} = \underbrace{\mathrm{Re}(2+3i)}_{2} - \underbrace{\mathrm{Im}(2+3i)}_{3} i = 2-3i$

DÁ PRA DEFINIR Re E Im A PARTIR DO CONJUGADO...

$\mathrm{Re}(z) = \dfrac{z+\overline{z}}{2}$

$\mathrm{Im}(z) = \dfrac{z-\overline{z}}{2i}$

EXEMPLO: $\mathrm{Re}(2+3i) = \underbrace{\underbrace{((2+3i) + \underbrace{\overline{(2+3i)}}_{2-3i})}_{2+2}}_{2}/2$



$|3+4i| = 5$

$|a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$

$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \ldots}$

$|3+4i| = \sqrt{\mathrm{Re}(3+\ldots}$

3

3^2

EXERCÍCIO:

CALCULE $|2+0i|$ E $|-2+0i|$ PELA DEFINIÇÃO A...

AGORA ACREDITEM NISSO AQUI (AS ... SÃO CHATAS):

1) $|zw| = |z||w|$

EXERCÍCIO: CALCULE $|(1+i)(1+2i)|$ E $|1\ldots$

2) $z\overline{z}$ É SEMPRE UM ...

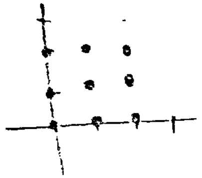
$(a+ib)\overline{(a+ib)} = a^2+\ldots$

EXERCÍCIO: CALCULE $(3+4i)\overline{(3+4i)}$.

3) $|\overline{z}| = |z|$

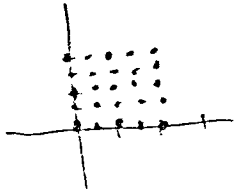
DIAGRAMAS
...NTINHOS

$3 =$



$= [2i, 1+2i, 2+2i, i, 1+i, 2+i, 0, 1, 2]$

$55 =$



... DEFAULT O MAXIMA
... CERTAS "DISTRIBUTI-
...DADES"...

$2\cdot(3+4) = 2\cdot 3 + 2\cdot 4$

$2\cdot[3,4] = [2\cdot 3, 2\cdot 4]$

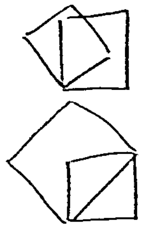
1 + as_33

as_55

DÁ PRA DEFINIR
Re E Im A PARTIR
DO CONJUGADO...

$\mathrm{Re}(z) = \dfrac{z+\bar{z}}{2}$

$\mathrm{Im}(z) = \dfrac{z-\bar{z}}{2i}$



$a,b,c,d \in \mathbb{R}$

$z,w \in \mathbb{R}$

$\theta,\alpha,\beta \in \mathbb{R}$

$2+3i$

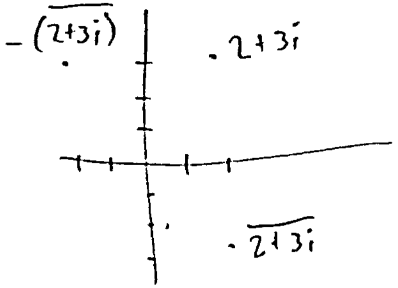
$\mathrm{Re}(2+3i)=2$

$\mathrm{Im}(2+3i)=3$

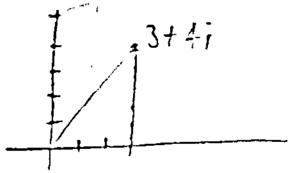
$\bar{z} = \mathrm{Re}(z) - \mathrm{Im}(z)i$

$\overline{(2+3i)} = \underbrace{\mathrm{Re}(2+3i)}_{2} - \underbrace{\mathrm{Im}(2+3i)}_{3} i = 2-3i$

EXEMPLO: $\mathrm{Re}(2+3i) = \underbrace{\underbrace{(2+3i) + \underbrace{\overline{(2+3i)}}_{2-3i}}_{2+2}/2}_{2}$



$|3+4i| = 5$



$|a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$

$|z| = \sqrt{\mathrm{Re}(z)^2 + \mathrm{Im}(z)^2}$

$|3+4i| = \underbrace{\sqrt{\underbrace{\underbrace{\mathrm{Re}(3+4i)}_{3}{}^2}_{3^2} + \underbrace{\underbrace{\mathrm{Im}(3+4i)}_{4}{}^2}_{4^2}}}_{5}$

EXERCÍCIO:
CALCULE $|2+0i|$
E $|-2+0i|$
PELA DEFINIÇÃO ACIMA.

AGORA ACREDITEM
NISSO AQUI (AS CONTAS
SÃO CHATAS):

1. $|zw| = |z||w|$

EXERCÍCIO:
CALCULE
$|(1+i)(1+2i)|$ E $|1+i||1+2i|$

2. $z\bar{z}$ É SEMPRE UM NÚMERO REAL, E
$(a+ib)\overline{(a+ib)} = a^2+b^2 = |a+ib|^2$.

EXERCÍCIO:
CALCULE
$(3+4i)\overline{(3+4i)}$.

3. $|\bar{z}| = |z|$

$(a+bi)(c+di) =$
$(ac-bd) + (ad+b...$

$(\underset{a}{3}+\underset{b}{4}i)(\underset{c}{3}-\underset{d}{4}i) =$

$(3\cdot 3 - 4(-4)) + (3(-4)...$

$= 3\cdot 3 + 4\cdot 4 = 3^2 + 4^2$
$= 5^2$

4. $z\bar{z} = \ldots$
$(a+ib)(a-ib) = a^2+...$
$= |z|...$

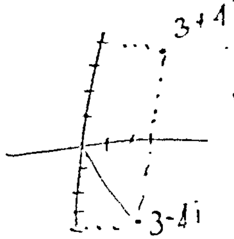
5. $z\bar{z} = |z|^2$

$\Rightarrow \dfrac{z\bar{z}}{|z|^2} = 1$

$\Rightarrow z\underbrace{\dfrac{\bar{z}}{|z|^2}}_{z^{-1}} = 1$

$\Rightarrow z^{-1} = \dfrac{\bar{z}}{|z|^2}$

$\Rightarrow (a+ib)^{-1} = \dfrac{(a-ib)}{a^2+b^2}$



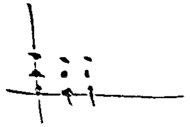
$\dfrac{z}{w} = zw^{-1}$

CE 31/JUL/2024

INICIO: 9:27

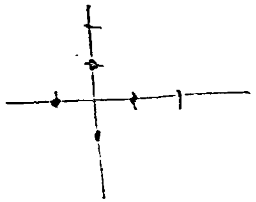
$e^{i\theta} = \cos\theta + i \operatorname{sen}\theta$

as_33 =

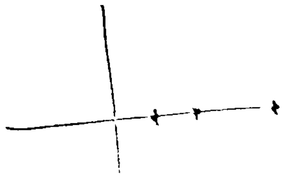


$\text{pots}(a) = [a^0, a^1, a^2, a^3, a^4]$

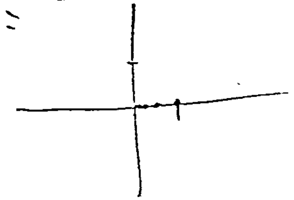
$\text{pots}(i) = [1, i, \underbrace{i^2}_{-1}, \underbrace{i^3}_{\underbrace{i^2 \cdot i}_{\underbrace{-1 \cdot i}_{-i}}}, \underbrace{i^2 \cdot i^2}_{\underbrace{-1 \cdot -1}_{1}}] =$



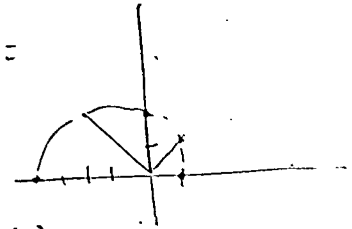
$\text{pots}(2) = [1, 2, 4, 8, 16] =$



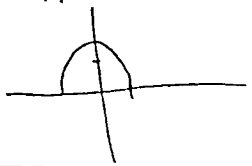
$\text{pots}(\frac{1}{2}) = [1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}] =$

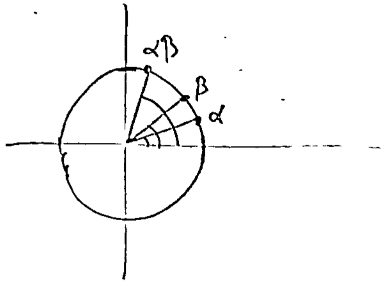


$\text{pots}(\underbrace{1+i}_{a}) =$

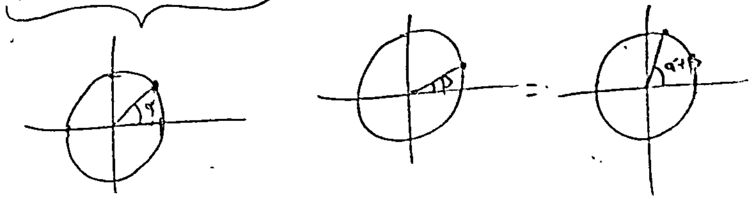


$\text{pots}(1 + \frac{i}{10}) =$

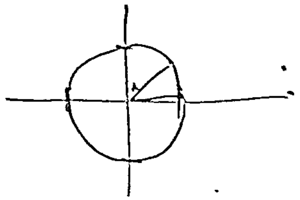




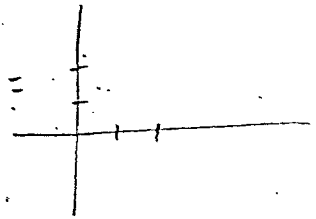
$\underbrace{(\cos \alpha + i \operatorname{sen} \alpha)}$ $\underbrace{(\cos \beta + i \operatorname{sen} \beta)}$ =



$\underbrace{(\cos 1° + i \operatorname{sen} 1°)^{12}}_{=}$



$(\cos 1° + i \operatorname{sen} 1°)$ as_33 =



SLOGAN:
DÁ PRA RECONSTRUIR
OS COEFICIENTES DE
UM POLINÔMIO A
PARTIR DAS DERIVADAS
DELE EM 0!

$f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3$	$f(0) = a$
$f'(x) =$	$f'(0) = b$
$f''(x) =$	$f''(0) = 2c$
$f'''(x) =$	$f'''(0) = 6d$
$f''''(x) =$	$f''''(0) = 0$
⋮	

EXERCÍCIO: COMPLETE
AS DUAS COLUNAS
DA TABELA ACIMA.

C2 5/AGO/2024

INÍCIO: 14:25

Hoje: EDOLCCs com números complexos no meio !!, e umas coisas extras...

Ao invés da gente começar vendo como resolver EDOs é melhor a gente começar pelo meio, assim:

Seja (☆) a EDOLCC cujas soluções básicas são
$f_1 = e^{2x}$
e $f_2 = e^{3x}$.

a) Descubra quem é (☆). Dica: comece completando isto:
$(D-\_)(D-\_)f = 0$

b) Sabemos que a solução geral da (☆) é: $g = \alpha f_1 + \beta f_2$.

Digamos que queremos encontrar uma solução da (☆) que obedece isto aqui:
$f(0) = 4$,
$f'(0) = 5$.

Descubra quem é f.

Dica: comece descobrindo quem são α e β.

$De^{42x} = 42e^{42x}$

$f'' - f' + 6f = 0$
$DDf - Df + 6f = 0$
$(D^2 - D + 6)f = 0$
$(D-3)\underbrace{(D+2)f}$ $= 0$

EDOLCCs com números complexos no meio II

Seja (☆☆) esta EDOLCC:

$f'' + f = 0$ (☆☆)

Será que $f = \text{sen}\, x$ é solução da (☆☆)?
Sim, ó:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{f}_{\text{sen}\,x}{}'}_{\cos x}{}'}_{-\text{sen}\,x} + \underbrace{f}_{\text{sen}\,x} = 0$$

Será que $f = \cos x$ é solução da (☆☆)?
Sim, mas eu não vou fazer as contas...
E repare que dá pra reescrever a (☆☆) deste jeito:
$f'' + f = 0$
$f'' + 0f' + 1f = 0$
$(D^2 + 0D + 1)f = 0$
$(D+i)(D-i)f = 0$

Agora...

Será que $f = e^{ix}$ é solução da (☆☆)?
Sim!

Será que $f = e^{-ix}$ é solução da (☆☆)?
Sim!

② Exercício

Seja (☆☆☆) a EDOLCC cujas soluções básicas reais são
$f_1 = \text{sen}\, 2x$
e $f_2 = \cos 2x$.
Descubra quem é (☆☆☆).
Dica: você pode começar completando isto
$(D-\_)(D-\_)f = 0$
usando complexos.

Use chutar e testar!!!

Na aula passada eu fiquei devendo pra vocês isso aqui:

$e^{i\theta} = \cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta$ $\boxed{E}$

Eu disse que ia mostrar pra vocês argumentos que mostram que isso é razoável, mas vou ficar devendo mais um pouquinho.

$\boxed{E}[\theta := 99] = (e^{i\cdot 99} = \cos 99 + i\,\text{sen}$
$\boxed{E}[\theta := -\theta] = (e^{i(-\theta)} = \cos(-\theta) + i\,\text{se}$
$\boxed{E}[\theta := 2\theta] = (e^{i\cdot 2\theta} = \cos(2\theta) + i\,\text{se}$

$e^{-i\theta} = \cos(-\theta) + i\,\text{sen}(-\theta)$
$= \cos\theta + i(-\text{sen}\,\theta)$
$= \cos\theta - i\,\text{sen}\,\theta$

$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = (\cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta)$
$+ (\cos\theta - i\,\text{sen}\,\theta)$
$= 2\cos\theta$

$\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} = \cos\theta$

$e^{i\theta} - e$

$\frac{e^{i\theta} - e}{2i}$

(☆☆☆)

(☆☆☆') (D

Já

São s
então
g =
também
mas $\frac{1}{2}$c

DIGAMOS QUE QUEREMOS ENCONTRAR UMA SOLUÇÃO DA (★) QUE OBEDECE ISTO AQUI:

$f(0)=4,$

$f'(0)=5.$

$\boxed{\text{DESCUBRA QUEM É } f.}$

DICA: COMECE DESCOBRINDO QUEM SÃO α E β.

$$De^{42x} = 42e^{42x}$$

$$f''-f'+6f=0$$
$$DDf-Df+6f=0$$
$$(D^2-D+6)f=0$$
$$(D-3)(D+2)f=0$$

$\boxed{\text{EDOLCCs COM NÚMEROS COMPLEXOS NO MEIO !!}}$

SEJA (★★) ESTA EDOLCC:

$$f''+f=0 \qquad (★★)$$

SERÁ QUE $f=\text{sen } x$ É SOLUÇÃO DA (★★)? SIM, Ó:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{f}_{\text{sen } x}{}'}_{\cos x}{}'}_{-\text{sen } x} + \underbrace{f}_{\text{sen } x} = 0$$

SERÁ QUE $f=\cos x$ É SOLUÇÃO DA (★★)? SIM, MAS EU NÃO VOU FAZER AS CONTAS...

E REPARE QUE DÁ PRA REESCREVER A (★★) DESTE JEITO:

$$f''+f=0$$
$$f''+0f'+1f=0$$
$$(D^2+0D+1)f=0$$
$$(D+i)(D-i)f=0$$

AGORA...

SERÁ QUE $f=e^{ix}$ É SOLUÇÃO DA (★★)? SIM!

SERÁ QUE $f=e^{-ix}$ É SOLUÇÃO DA (★★)? SIM!

$\boxed{\text{② EXERCÍCIO}}$

SEJA (★★★) A EDOLCC CUJAS SOLUÇÕES BÁSICAS REAIS SÃO $f_1=\text{sen } 2x$ E $f_2=\cos 2x$. DESCUBRA QUEM É (★★★).

DICA: VOCÊ <u>PODE</u> COMEÇAR COMPLETANDO ISTO

$$(D-\_)(D-\_)f=0$$

USANDO COMPLEXOS. USE CHUTAR E TESTAR!!!

NA AULA PASSADA EU FIQUEI DEVENDO PRA VOCÊS ISSO AQUI:

$$e^{i\theta}=\cos\theta+i\,\text{sen }\theta \qquad \boxed{E}$$

EU DISSE QUE IA MOSTRAR PRA VOCÊS ARGUMENTOS QUE MOSTRAM QUE ISSO É RAZOÁVEL, MAS VOU FICAR DEVENDO MAIS UM POUQUINHO.

$$\boxed{E}[\theta:=99] = (e^{i\cdot 99}=\cos 99+i\,\text{sen } 99)$$
$$\boxed{E}[\theta:=-\theta] = (e^{i(-\theta)}=\cos(-\theta)+i\,\text{sen}(-\theta))$$
$$\boxed{E}[\theta:=2\theta] = (e^{i\cdot 2\theta}=\cos(2\theta)+i\,\text{sen}(2\theta))$$

$$e^{-i\theta} = \cos(-\theta)+i\,\text{sen}(-\theta) = \cos\theta + i(-\text{sen }\theta) = \cos\theta - i\,\text{sen }\theta$$

$$e^{i\theta}+e^{-i\theta} = (\cos\theta+i\,\text{sen }\theta)+(\cos\theta-i\,\text{sen }\theta) = 2\cos\theta$$

$$\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}=\cos\theta$$

$$e^{i\theta}-e^{-i\theta} = (\cos\theta+i\,\text{sen }\theta)-(\cos\theta-i\,\text{sen }\theta) = 2i\,\text{sen }\theta$$

$$\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}=\text{sen }\theta$$

$$(★★★)\quad f''+4f=0$$
$$(★★★')\quad (D+2i)(D-2i)f=0$$

$f=e^{2ix}$ É SOLUÇÃO DA (★★★'), $f=e^{-2ix}$ TAMBÉM, $f=\text{sen } 2x$ TAMBÉM, $f=\cos 2x$ TAMBÉM.

JÁ QUE $f=e^{2ix}$ E $f=e^{-2ix}$ SÃO SOLUÇÕES DA (★★★), ENTÃO $g=\alpha e^{2ix}+\beta e^{-2ix}$ TAMBÉM É... MAS $\frac{1}{2}e^{2ix}+\frac{1}{2}e^{-2ix}=\cos 2x$!

$e^{-x}\,\text{sen } x$

$\boxed{\text{C2 6/AGOSTO/2024}}$

$\boxed{\text{INÍCIO: 14:25}}$

HOJE: AMORTECIMENTO!

(1) EXERCÍCIOS "BÁSICOS":

a) FAÇA O GRÁFICO DE 2^x.
b) IDEM PRA 2^{-x}
c) IDEM PRA 3^{-x}.
d) SIMPLIFIQUE $(x-(c+id))(x-(c-id))$ NO CASO $\begin{bmatrix} c:=2 \\ d:=3 \end{bmatrix}$ E NO CASO GERAL.

DICA: COMECE FAZENDO UMA TABELA,

x	2^x	2^{-x}	3^{-x}
0			
1			
2			
-1			
-2			

E LIGUE OS PONTINHOS.

SEJA (☆) ESTA EDO:

$$f''(x) + 6f'(x) + 25f(x) = 0$$

(2) EXERCÍCIOS MENOS BÁSICOS:

a) ESCREVA (☆) NA FORMA $(D-\_)(D-\_)f=0$
b) ENCONTRE AS SOLUÇÕES BÁSICAS DA (☆) E CHAME-AS DE f_1 E f_2.
c) SIMPLIFIQUE f_1+f_2 USANDO ESTAS IDENTIDADES:

$$\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2} = \cos\theta$$

$$\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i} = \operatorname{sen}\theta$$

d) VERIFIQUE QUE f_1+f_2 É SOLUÇÃO DA EDO (☆).

$\boxed{\text{UM POUCO DE EDOS LINEARES}}$

SEJA (☆☆) ESTA EDO:

$$y' + \frac{1}{x}y = 2$$

VAMOS REESCREVER ELA...

$$f'(x) + \underbrace{\frac{1}{x}}_{g(x)} f(x) = \underbrace{2}_{h(x)}$$

ISTO AQUI VAI SER O NOSSO MÉTODO PRA RESOLVER EDOS LINEARES:

$$[EL_3] = \left(\begin{array}{r} f'+fg = h \\ G' = g \\ f = e^{-G}\left(\int e^G h\,dx + C\right) \end{array} \right)$$

$$[EL_3]\begin{bmatrix} g:=\frac{1}{x} \\ h:=2 \\ G:=\ln x \\ C:=0 \end{bmatrix} = \left(\begin{array}{r} f'+f\frac{1}{x} = 2 \\ (\ln x)' = \frac{1}{x} \\ f = e^{-\ln x}\left(\int e^{\ln x}\cdot 2\,dx + 0\right) \end{array} \right)$$

$$\underbrace{e^{\ln x}}_{x}\,\underbrace{e^{-\ln x}}_{\frac{1}{x}} = e^{(\ln x)+(-\ln x)} = e^0 = 1$$

$$f = \underbrace{e^{-\ln x}}_{\frac{1}{x}}\left(\int \underbrace{(e^{\ln x})}_{x} 2\,dx + 0\right) = \frac{1}{x}\int x\cdot 2\,dx = \frac{1}{x}\int 2x\,dx = \frac{1}{x}x^2 = x^{-1}x^2 = x$$

$$= (f'+fg=h)\begin{bmatrix} g:=\frac{1}{x} \\ h:=2 \\ f:=x \\ f':=1 \end{bmatrix} = \left(1 + x\frac{1}{x} = 2\right)$$

VOLTANDO:

$$(☆)\quad f''(x) + 6f'(x) + 25f(x) = 0$$

$$f'' + 6f' + 25f = 0$$

$$D^2f + 6Df + 25f = 0$$

$$(D^2 + 6D + 25)f = 0$$

$$(D-(-3+4i))(D-(-3-4i))f = 0$$

SOLUÇÕES BÁSICAS:

$$f_1 = e^{(-3+4i)x}$$

$$f_2 = e^{(-3-4i)x}$$

$$f_1 = e^{(-3+4i)x} = e^{-3x+4ix} = e^{-3x}e^{4ix}$$

$$f_2 = e^{(-3-4i)x} = e^{-3x-4ix} = e^{-3x}e^{-4ix}$$

$$f_1+f_2 = e^{-3x}e^{4ix} + e^{-3x}e^{-4ix} = e^{-3x}(e^{4ix}+e^{-4ix})$$

$$(D-4)(D+5)f = 0$$

$$f = e^{-5x}$$

$$f = e^{4x}$$

x^2 ...

$x =$ ...

$=$ ...

$= -$ ...

$= -6$ ...

$= -6$ ...

$= -3$ ...

$x = -3$ ...

ou $x = -3$ ...

$x^2 + 6x +$ ...

$(x-(-3+4i$ ...

DICA:
Comece fazendo uma tabela,

x	2^x	2^{-x}	3^{-x}
0			
1			
2			
-1			
-2			

E ligue os pontinhos.

$f(x) = 0$

...ásicos:
...ma

básicas
f_1 e f_2.
...ando

...ue $f_1 + f_2$ é
...DO (☆).

Um pouco de EDOs lineares

Seja (☆☆) esta EDO:

$$y' + \frac{1}{x}y = 2$$

Vamos reescrever ela...

$$f'(x) + \underbrace{\frac{1}{x}}_{g(x)} f(x) = \underbrace{2}_{h(x)}$$

Isto aqui vai ser o nosso método pra resolver EDOs lineares:

$$[EL_3] = \left(\begin{array}{l} f' + fg = h \\ G' = g \\ f = e^{-G}\left(\int e^{G} h\, dx + C\right) \end{array} \right)$$

$$[EL_3]\begin{bmatrix} g := \frac{1}{x} \\ h := 2 \\ G := \ln x \\ C := 0 \end{bmatrix} = \left(\begin{array}{l} f' + f\frac{1}{x} = 2 \\ (\ln x)' = \frac{1}{x} \\ f = e^{-\ln x}\left(\int e^{\ln x} 2\, dx + 0\right) \end{array} \right)$$

$$\underbrace{e^{\ln x}}_{x}\underbrace{e^{-\ln x}}_{\frac{1}{x}} = e^{(\ln x) + (-\ln x)} = e^0 = 1$$

$$f = \underbrace{e^{-\ln x}}_{\frac{1}{x}}\left(\int (\underbrace{e^{\ln x}}_{x}) 2\, dx + 0\right) = \frac{1}{x}\int x \cdot 2\, dx$$
$$= \frac{1}{x}\int 2x\, dx$$
$$= \frac{1}{x}x^2$$
$$= x^{-1}x^2$$
$$= x$$

$$\left(f' + fg = h\right)\begin{bmatrix} g := \frac{1}{x} \\ h := 2 \\ f := x \\ f' := 1 \end{bmatrix} = \left(1 + x\frac{1}{x} = 2\right)$$

Voltando:

$$(☆)\quad f''(x) + 6f'(x) + 25f(x) = 0$$
$$f'' + 6f' + 25f = 0$$
$$D^2 f + 6Df + 25f = 0$$
$$(D^2 + 6D + 25)f = 0$$
$$(D - (-3+4i))(D - (-3-4i))f = 0$$

Soluções básicas:

$$f_1 = e^{(-3+4i)x}$$
$$f_2 = e^{(-3-4i)x}$$

$$f_1 = e^{(-3+4i)x} = e^{-3x+4ix} = e^{-3x}e^{4ix}$$

$$f_2 = e^{(-3-4i)x} = e^{-3x-4ix} = e^{-3x}e^{-4ix}$$

$$f_1 + f_2 = e^{-3x}e^{4ix} + e^{-3x}e^{-4ix} = e^{-3x}(e^{4ix} + e^{-4ix})$$

$$x^2 + \underbrace{6}_{b}x + \underbrace{25}_{c} = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\begin{bmatrix} a := 1 \\ b := 6 \\ c := 25 \end{bmatrix}$$
$$= \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1}$$
$$= \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 100}}{2}$$
$$= \frac{-6 \pm \sqrt{-64}}{2}$$
$$= \frac{-6 \pm 8i}{2}$$
$$= -3 \pm 4i$$

$x = -3 + 4i$
ou $x = -3 - 4i$

$$x^2 + 6x + 25 = 0$$
$$\| $$
$$(x - (-3+4i))(x - (-3-4i)) = 0$$

$$(D - 4)(D + 5)f = 0$$
$$f = e^{-5x}$$
$$f = e^{4x}$$

C2 6 /AGOSTO/2024

INÍCIO: 14:25

HOJE: AMORTECIMENTO!

1) EXERCÍCIOS "BÁSICOS":

a) FAÇA O GRÁFICO DE 2^x.
b) IDEM PRA 2^{-x}
c) IDEM PRA 3^{-x}.

DICA: COMECE FAZENDO UMA TABELA,

x	2^x	2^{-x}	3^{-x}
0			
1			
2			
-1			
-2			

E LIGUE OS PONTINHOS.

d) SIMPLIFIQUE

$(x-(c+id))(x-(c-id))$

NO CASO $\begin{bmatrix} c:=2 \\ d:=3 \end{bmatrix}$

E NO CASO GERAL.

SEJA (A) ESTA EDO:

$$f''(x)+6f'(x)+25f(x)=0$$

2) EXERCÍCIOS MENOS BÁSICOS:

a) ESCREVA (A) NA FORMA

$(D-\_)(D-\_)f=0$

b) ENCONTRE AS SOLUÇÕES BÁSICAS DA (A) E CHAME-AS DE f_1 E f_2.

c) SIMPLIFIQUE f_1+f_2 USANDO ESTAS IDENTIDADES:

$$\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}=\cos\theta$$

$$\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}=\operatorname{sen}\theta$$

d) VERIFIQUE QUE f_1+f_2 É SOLUÇÃO DA EDO (A).

$$[\text{AIPO}]=\left(\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}=\cos\theta\right)$$

$$[\text{AIPO}]\left[\theta:=42\right]=\left(\frac{e^{i42}+e^{-i42}}{2}=\cos 42\right)$$

$$[\text{AIPO}]\left[\theta:=4x\right]=\left(\frac{e^{i4x}+e^{-i4x}}{2}=\cos 4x\right)$$

$$e^{i4x}+e^{-i4x}=2\cos 4x$$

$$f_1+f_2=e^{-3x}(e^{i4x}+e^{-i4x})=e^{-3x}\cdot 2\cos 4x$$

$$[\text{TOMATE}]=\left(\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}=\operatorname{sen}\theta\right)$$

$$[\text{TOMATE}]\left[\ \dots\ \right]=\dots$$

$$(f'+fg=h)\begin{bmatrix} g:=\frac{1}{x} \\ h:=2 \\ f:=x \\ f':=1 \end{bmatrix}=\left(1+x\frac{1}{x}=2\right)$$

VOLTANDO:

(A) $f''(x)+6f'(x)+25f(x)=0$

$f''+6f'+25f=0$

$D^2f+6Df+25f=0$

$(D^2+6D+25)f=0$

$(D-(-3+4i))(D-(-3-4i))f=0$

SOLUÇÕES BÁSICAS:

$f_1=e^{(-3+4i)x}$

$f_2=e^{(-3-4i)x}$

$f_1=e^{(-3+4i)x}$
$=e^{-3x+4ix}$
$=e^{-3x}e^{4ix}$

$f_2=e^{(-3-4i)x}$
$=e^{-3x-4ix}$
$=e^{-3x}e^{-4ix}$

$f_1+f_2=e^{-3x}e^{4ix}+e^{-3x}e^{-4ix}$
$=e^{-3x}(e^{4ix}+e^{-4ix})$

$(D-4)(D+5)f=0$

$f=e^{-5x}$

$f=e^{4x}$

$x^2+6\ldots$

$x=\frac{-6\ldots}{}$

$=\frac{-6\ldots}{}$

$=\frac{-6\pm\ldots}{}$

$=\frac{-6\pm\ldots}{2}$

$=\frac{-6\pm\ldots}{2}$

$=-3\pm\ldots$

$x=-3+\ldots$

OU $x=-3-\ldots$

$x^2+6x+2\ldots$

$(x-(-3+4i))\ldots$

$\boxed{\text{C2 } 7/\text{AGO}/2022}$

INÍCIO: 9:26

HOJE: O MÉTODO DOS COEFICIENTES A DETERMINAR!

A GENTE VAI USAR O PDFZINHO SOBRE ISSO QUE EU FIZ EM 2023.2 - O LINK PRA ELE ESTÁ NO TOPO DA PÁGINA DO CURSO.

LEMBREM QUE

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\\0\end{pmatrix},$$

ENTÃO

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\\0\end{pmatrix}$$

TEM MUITAS SOLUÇÕES - TODAS DA FORMA

$x=2,$
$y=3,$
$z=$ QUALQUER VALOR.

A GENTE VAI TER ALGO PARECIDO COM EDOS LINEARES COM COEFICIENTES CONSTANTES...

SEJAM:

$L = D^2 - 3D - 4$

UM OPERADOR LINEAR, E $(\star)$ ESTA EDO:

$Lf = 0 \qquad (\star)$

OU SEJA,

$(D^2-3D-4)f=0$

$\boxed{\text{① EXERCÍCIOS MUITO BÁSICOS}}$

ⓐ FATORE L

ⓑ ENCONTRE A SOLUÇÃO GERAL DA $(\star)$

ⓒ CALCULE:
$L1$,
Lx,
Lx^2,
$L(a+bx+cx^2)$.

REPARE QUE AS COISAS À DIREITA DO L SÃO FUNÇÕES!

$\boxed{\text{② EXERCÍCIO MENOS BÁSICO}}$

RESOLVA ISTO AQUI, DO PDFZINHO DE HOJE:

(Ex2.5) $y''-3y'-4y=4x^2-1$

OS PRÓXIMOS ASSUNTOS SÃO SEQUÊNCIAS E SÉRIES DE POTÊNCIAS.

PRA ENTENDER ISSO A GENTE VAI TER QUE VOLTAR PRA UMA IDÉIA QUE A GENTE VIU RAPIDINHO EM FRAÇÕES PARCIAIS...

DIGAMOS QUE

$\text{polyx}(a,b,c,d) = ax^3+bx^2+cx+d,$

$\text{polyx}(2,3) = 2x+3,$

ETC, E QUE topolyx CONVERTE UM POLINÔMIO PRA UM POLYX... ENTÃO:

p1 : polyx(1,2,3);
x^2+2x+3

p2: polyx(10,1);
$10x+1$

p1·p2; ⇐ PERGUNTA

$$\begin{array}{r} x^2+2x+3 \\ 10x+1 \\ \hline x^2+2x+3 \\ 10x^3+20x^2+30x \\ \hline 10x^3+21x^2+32x+3 \end{array}$$ ⇐ RESPOSTA

topolyx(p1·p2);
polyx(10,21,32,3)

$L1 = (D^2-3D-4)1$
$\quad = (1)''-3(1)'-4\cdot 1 = -4$

$L(a+bx+cx^2) = La+Lbx+Lcx^2$
$\quad = aL1+bLx+cLx^2$
$\quad = a(-4)+b(-3-4x)+c(-4x^2-6x+2)$
$\quad = c(-4x^2-6x+2)$
$\quad + b(-4x-3)$
$\quad + a(-4)$
$\quad = -4cx^2-6cx+2c$
$\quad + \quad -4bx+3b$
$\quad + \quad 4a$
$\quad = (-4c)x^2+(-6c-4b)x+(2c-3b-4a)$

QUEREMOS: $\underbrace{-4c}_{4} \quad \underbrace{-6c-4b}_{0} \quad \underbrace{2c-3b-4a}_{1}$

$-4-4a=1$
$-4 = 1+4a$
$-4-1 = 4a$
$-5 = 4a$
$-\frac{5}{4} = a$

$$\begin{array}{r} x^2+2x+3 \\ \cdot\ 3x+2 \\ \hline 2x^2+4x+6 \\ 3x^3+6x^2+9x \\ \hline 3x^3+8x^2+13x+6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{1\,|\,2\,|\,3} \\ \boxed{3\,|\,2} \\ \hline \boxed{2\,|\,4\,|\,6} \\ \boxed{3\,|\,6\,|\,9\,|\,0} \\ \hline \boxed{3\,|\,8\,|\,13\,|\,6} \end{array}$$

VOLTANDO:

$L1 = L\,\boxed{0\,|\,0\,|\,1}$
$Lx = L\,\boxed{0\,|\,1\,|\,0}$
$Lx^2 = L\,\boxed{1\,|\,0\,|\,0}$
$L(a+bx+cx^2) = L\,\boxed{c\,|\,b\,|\,a}$ =
$L(-\frac{5}{4}+\frac{3}{2}x-cx^2) = L\,\boxed{-1\,|\,\frac{3}{2}\,|\,-\frac{5}{4}}$ =

EJAM:

$L = D^2 - 3D - 4$

UM OPERADOR LINEAR, E (☆) ESTA EDO:

$Lf = 0 \quad (☆)$

OU SEJA,

$(D^2 - 3D - 4)f = 0$

$\boxed{\text{① EXERCÍCIOS MUITO BÁSICOS}}$

ⓐ FATORE L

ⓑ ENCONTRE A SOLUÇÃO GERAL DA (☆)

ⓒ CALCULE:

$L1,$

$Lx,$

$Lx^2,$

$L(a+bx+cx^2).$

REPARE QUE AS COISAS À DIREITA DO L SÃO FUNÇÕES!

$\boxed{\text{② EXERCÍCIO MENOS BÁSICO}}$

RESOLVA ISTO AQUI, DO PDFZINHO DE HOJE:

(Ex 2.5) $y'' - 3y' - 4y = 4x^2 - 1$

OS PRÓXIMOS ASSUNTOS SÃO SEQUÊNCIAS E SÉRIES DE POTÊNCIAS.

PRA ENTENDER ISSO A GENTE VAI TER QUE VOLTAR PRA UMA IDÉIA QUE A GENTE VIU RAPIDINHO EM FRAÇÕES PARCIAIS...

DIGAMOS QUE

$\mathrm{polyx}(a,b,c,d) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$

$\mathrm{polyx}(2,3) = 2x+3,$

ETC, E QUE topolyx CONVERTE UM POLINÔMIO PRA UM POLYX... ENTÃO:

p1 : polyx(1,2,3);

x^2+2x+3

p2: polyx(10,1);

$10x+1$

p1·p2; ⇦ RASCUNHO

$$\begin{array}{r} x^2+2x+3 \\ 10x+1 \\ \hline x^2+2x+3 \\ 10x^3+20x^2+30x \\ \hline 10x^3+21x^2+32x+3 \end{array}$$

⇦ RESPOSTA

topolyx(p1·p2);

polyx(10,21,32,3)

$L1 = (D^2-3D-4)1$

$= (1)'' - 3(1)' - 4\cdot 1 = -4$

$L(a+bx+cx^2) = La + Lbx + Lcx^2$

$= aL1 + bLx + cLx^2$

$= a(-4) + b(-3-4x) + c(-4x^2-6x+2)$

$= c(-4x^2-6x+2)$

$+ b \quad (-4x-3)$

$+ a \quad (-4)$

$= -4cx^2 - 6cx + 2c$

$+ \quad -4bx - 3b$

$+ \quad -4a$

$= (-4c)x^2 + (-6c-4b)x + (2c-3b-4a)$

QUEREMOS: $\underbrace{-4c}_{4}$, $\underbrace{-6c-4b}_{0}$, $\underbrace{2c-3b-4a}_{1}$

($c = -1$; $-6c = 6$, $-4b = -6$, $b = \frac{6}{4}$; $2c = -2$, $-3b = -\frac{9}{2}$... -4)

$-4-4a = 1$

$-4 = 1+4a$

$-4-1 = 4a$

$-5 = 4a$

$-\frac{5}{4} = a$

$$\begin{array}{r} x^2+2x+3 \\ 3x+2 \\ \hline 2x^2+4x+6 \\ 3x^3+6x^2+9x \\ \hline 3x^3+8x^2+13x+6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 123 \\ \cdot\ 32 \\ \hline 246 \\ +\ 369 \\ \hline 3836 \\ \hline 3936 \end{array}$$

	1	2	3
		3	2
	2	4	6
3	6	9	0
3	8	13	6

VOLTANDO:

$L1 = L\boxed{0|0|1} = \boxed{0|0|-4}$

$Lx = L\boxed{0|1|0} = \boxed{0|-4|-3}$

$Lx^2 = L\boxed{1|0|0} = \boxed{-4|-6|2}$

$L(a+bx+cx^2) = L\boxed{c|b|a} = \boxed{-4c|-4b-6c|-4a-3b+2c}$

$L(-\frac{5}{4}+\frac{3}{2}x-cx^2) = L\boxed{-1|\frac{3}{2}|-\frac{5}{4}} = \boxed{4|0|-1}$

$= 4x^2-1$

$\boxed{\text{C2 7/AGO/2021}}$

INÍCIO: 9:26

ABRAM O PDFZINHO SOBRE SÉRIES DE TAYLOR NA P.20 - ELA TERMINA COM:

atØreconstruct(7, sin(x));

$$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots$$

$$= 0 + x + 0x^2 - \frac{1}{3!}x^3 + 0x^4 + \frac{1}{5!}x^5 + 0x^6 - \frac{1}{7!}x^7$$

$$= \mathrm{mac}\left(0, 1, 0, -\frac{1}{3!}, 0, \frac{1}{5!}, 0, -\frac{1}{7!}\right).$$

atØreconstruct(4, sin(x));

$$= \mathrm{mac}\left(0, 1, 0, -\frac{1}{3!}, 0\right).$$

$$\mathrm{mac}(10, 20, 30) = 10x^0 + 20x^1 + 30x^2$$

$$\mathrm{mac}(10, 20, 30, \ldots) = 10x^0 + 20x^1 + 30x^2 + \underbrace{\ldots x^3}$$

NÃO CALCULAMOS O COEF DO x^3, NEM O DO x^4, NEM O DO x^5, ETC.

$$\begin{aligned}
&\mathrm{mac}(10, 20, 30, \ldots) \\
&+ \mathrm{mac}(1, 2, \ldots) = 10x^0 + 20x^1 + 30x^2 + \ldots x^3 \\
&\quad + 1x^0 + 2x^1 + \ldots x^2 \\
&\quad = 11x^0 + 22x^1 + \ldots x^2 \\
&\quad = \mathrm{mac}(11, 22, \ldots)
\end{aligned}$$

EXERCÍCIO

a) $\mathrm{mac}(2, 3, \ldots) + \mathrm{mac}(4, 5, 6, 7, \ldots) = ?$

b) $\mathrm{mac}(2, 3, \ldots) \cdot \mathrm{mac}(1, 10, \ldots) = ?$

$$\begin{aligned}
&(2 + 3x + \ldots x^2) \cdot (1 + 10x + \ldots x^2) \\
= \;& 2\,(1 + 10x + \ldots x^2) \\
&+ 3x\,(1 + 10x + \ldots x^2) \\
&+ \ldots x^2\,(1 + 10x + \ldots x^2) \\
= \;& (2 + 20x + \ldots x^2) \\
&+ (3x + 30x^2 + \ldots x^3) \\
&+ (\ldots x^2 + \ldots x^3 + \ldots x^4) \\
= \;& 2 + 20x + 3x + \ldots x^2 \\
=
\end{aligned}$$

C2 12/AGO/2024

INÍCIO: 14:26

HOJE: EDOs EXATAS!

NA AULA PASSADA A GENTE (RE)VIU SÉRIES DE TAYLOR E ALGUMAS NOTAÇÕES PRA POLINÔMIOS — POR EXEMPLO, A NOTAÇÃO DE CAIXINHAS, EM QUE

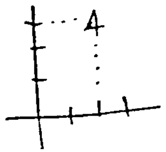
a	b	c	d

É

ax^3+bx^2+cx+d.

LEMBRE QUE NENHUMA DESSAS NOTAÇÕES É PADRÃO!!!

EM CÁLCULO 3 EU COSTUMO USAR "DIAGRAMAS DE NUMEROZINHOS", EM QUE ISTO —



...O NÚMERO 4 SOBRE O PONTO (2,3), QUER DIZER O PONTO (2,3,4) — E ÀS VEZES QUER DIZER QUE UMA FUNÇÃO $F:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ OBEDECE ISTO: $F(2,3)=4$.

AGORA A GENTE VAI VER UMA SEGUNDA NOTAÇÃO DE CAIXINHAS, DESSA VEZ PRA POLINÔMIOS, QUE FUNCIONA ASSIM:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline a & & & \\ \hline b & c & & \\ \hline d & e & & \\ \hline f & g & h & i \\ \hline\end{array} = \begin{array}{l} ax^0y^3 \\ +bx^0y^2 \\ +dx^0y^1+ex^1y^1 \\ +f\underbrace{x^0y^0}_{1}+gx^1y^0+hx^2y^0+ix^3y^0 \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline & & \\ \hline & & 4 \\ \hline & & \\ \hline\end{array} = 4x^2y^1$$

LEMBRE QUE

$$\frac{d}{dx}x^{20}y^{40} = 20x^{19}y^{40}$$

$$\frac{d}{dy}x^{20}y^{40} = x^{20}\cdot 40y^{39}.$$

$\boxed{\text{EXERCÍCIO:}}$

CALCULE AS DERIVADAS ABAIXO. VOCÊ PROVAVELMENTE VAI TER QUE CONVERTER O DIAGRAMA PRA UM POLINÔMIO EM x E y, DERIVAR ESSE POLINÔMIO, E DEPOIS VOLTAR PRA NOTAÇÃO DE CAIXINHAS.

a) $\frac{d}{dx}\begin{array}{|c|c|c|}\hline & & \\ \hline & & 4 \\ \hline\end{array}$

b) $\frac{d}{dx}\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & & 10 \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline\end{array}$

c) $\frac{d}{dy}\begin{array}{|c|c|c|}\hline & & 100 \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline\end{array}$

SEJA

$$F(x,y) = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline a & b & c & d \\ \hline e & f & g & h \\ \hline i & j & k & l \\ \hline m & n & o & p \\ \hline\end{array}$$

REPRESENTE EM NOTAÇÃO DE CAIXINHAS:

d) $\frac{d}{dx}F(x,y) =$

e) $\frac{d}{dy}F(x,y)$.

BOYCE/DIPRIMA:

$$2x+y^2+2xyy'=0$$

$$2x+y^2+2xy\frac{dy}{dx}=0$$

$$(2x+y^2)dx+2xy\,dy=0$$

$$\psi(x,y)=x^2+xy^2=C$$

$$z=\psi(x,y)$$

EXERCÍCIO: a) REPRESENTE $z=\psi(x,y)=x^2+xy^2$ NA NOTAÇÃO DE CAIXINHAS;

b) IDEM PRA $\frac{d}{dx}z$

c) IDEM PRA $\frac{d}{dy}z$

$$[E_5] = \left(\begin{array}{l} dz = z_x dx + z_y dy = 0 \\ \frac{dz}{dx} = z_x + z_y\frac{dy}{dx} = 0 \\ z = C \end{array}\right)$$

$$2x+y^2+2xyy'=0$$

$$2x+f(x)^2+2xf(x)f'(x)=0$$

PRA CASA: VERIFIQUE QUE $y=\sqrt{\frac{3-x^2}{x}}$ É SOLUÇÃO DA EDO $2x+z_y\frac{dy}{dx}=0$

EXE…

SE…

CA…

CA…

Z…

Z…

$= \left(dz = \ldots,\ \frac{dz}{dx} = \ldots,\ z = \ldots \right.$

DIGAMOS QUE … EXPRESSE y …

$3=x^2+xy^2$

$3-x^2=xy^2$

$\frac{3-x^2}{x}=y^2$ $\quad y=\sqrt{\ldots}$

ENGEFI EX

NÚMERO 4

...E O PONTO $(2,3)$, ...ER DIZER PONTO $(2,3,4)$ - ÀS VEZES ...VER DIZER QUE ...MA FUNÇÃO $F: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ OBEDECE ISTO: $F(2,3) = 4$.

AGORA A GENTE VAI VER UMA SEGUNDA NOTAÇÃO DE CAIXINHAS, DESSA VEZ PRA POLINÔMIOS, QUE FUNCIONA ASSIM:

a			
b	c		
d	e		
f	g	h	i

$$= a x^0 y^3 + b x^0 y^2 + d x^0 y^1 + e x^1 y^1 + f \underbrace{x^0 y^0}_{1} + g x^1 y^0 + h x^2 y^0 + i x^3 y^0$$

		4

$$= 4x^2 y^1$$

LEMBRE QUE

$$\frac{d}{dx} x^{20} y^{40} = 20 x^{19} y^{40}$$

$$\frac{d}{dy} x^{20} y^{40} = x^{20} \cdot 40 y^{39}.$$

$\boxed{\text{EXERCÍCIO:}}$

CALCULE AS DERIVADAS ABAIXO. VOCÊ PROVAVELMENTE VAI TER QUE CONVERTER O DIAGRAMA PRA UM POLINÔMIO EM x E y, DERIVAR ESSE POLINÔMIO, E DEPOIS VOLTAR PRA NOTAÇÃO DE CAIXINHAS.

a) $\frac{d}{dx}$

		4

b) $\frac{d}{dx}$

			10

c) $\frac{d}{dy}$

		100

SEJA

$F(x,y) =$

a	b	c	d
e	f	g	h
i	j	k	l
m	n	o	p

REPRESENTE EM NOTAÇÃO DE CAIXINHAS:

d) $\frac{d}{dx} F(x,y) =$

e) $\frac{d}{dy} F(x,y)$.

BOYCE/DIPRIMA:

$$2x + y^2 + 2xyy' = 0$$

$$2x + y^2 + 2xy\frac{dy}{dx} = 0$$

$$(2x + y^2)dx + 2xy\,dy = 0$$

$$\psi(x,y) = x^2 + xy^2 = C$$

$$z = \psi(x,y)$$

EXERCÍCIO: a) REPRESENTE $z = \psi(x,y) = x^2 + xy^2$ NA NOTAÇÃO DE CAIXINHAS;

b) IDEM PRA $\frac{d}{dx} z$

c) IDEM PRA $\frac{d}{dy} z$

$$[E_5] = \begin{pmatrix} dz = z_x dx + z_y dy = 0 \\ \frac{dz}{dx} = z_x + z_y \frac{dy}{dx} = 0 \\ z = C \end{pmatrix}$$

: CALCULE O RESULTADO DESTA SUBSTITUIÇÃO:

$$[E_5]\begin{bmatrix} z_x := 2x + y^2 \\ z_y := 2xy \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} dz = (2x+y^2)dx + (2xy)dy = 0 \\ \frac{dz}{dx} = (2x+y^2) + (2xy)\frac{dy}{dx} = 0 \\ z = C \end{pmatrix}$$

$$2x + y^2 + 2xyy' = 0$$

$$2x + f(x)^2 + 2xf(x)f'(x) = 0$$

PRA CASA: VERIFIQUE QUE $y = \sqrt{\frac{3-x^2}{x}}$ É SOLUÇÃO DA EDO $z_x + z_y \frac{dy}{dx} = 0$

DIGAMOS QUE $z = 3$. EXPRESSE y COMO FUNÇÃO DE x.

$$3 = x^2 + xy^2$$

$$3 - x^2 = xy^2$$

$$\frac{3-x^2}{x} = y^2 \qquad y = \sqrt{\frac{3-x^2}{x}}$$

EXERCÍCIO (DE NOVO!):

SEJA $z = x^2 + xy^2$

CALCULE z_x. $\left(= \frac{dz}{dx}\right)$

CALCULE z_y. $\left(= \frac{dz}{dy}\right)$

$$z_x = \frac{d}{dx}(x^2 + xy^2) = \frac{d}{dx}x^2 + \frac{d}{dx}xy^2 = 2x + y^2$$

$$z_y = \frac{d}{dy}(x^2 + xy^2) = \frac{d}{dy}x^2 + \frac{d}{dy}xy^2 = 0 + x \cdot 2y = 2xy$$

C2 13/AGO/2024

INÍCIO: 17:36

HOJE: MAIS EDOS EXATAS! AMANHÃ A GENTE VAI FAZER UMA REVISÃO DE COISAS QUE PODEM CAIR NA P2 E NA PROVA RELÂMPAGO. AMANHÃ A GENTE VAI VER CONVERGÊNCIA BEM SUPERFICIALMENTE, MAS NA PROVA RELÂMPAGO METADE DOS PONTOS VÃO SER EM QUESTÕES SOBRE PEDIR PRO MAXIMA CALCULAR LIMITES E FAZER ELE DESENHAR SEQUÊNCIAS PRA GENTE AVALIAR CONVERGÊNCIA NO OLHÔMETRO.

LEMBREM QUE: SE VOCÊS ME PERGUNTAREM DÚVIDAS SOBRE MAXIMA ISSO ME AJUDA A MELHORAR A DOCUMENTAÇÃO, E SE VOCÊS NÃO ME PERGUNTAREM NADA, NÃO !!

$$E_5 = \begin{pmatrix} dz = z_x dx + z_y dy = 0 \\ \frac{dz}{dx} = z_x + z_y \frac{dy}{dx} = 0 \\ z = 0 \end{pmatrix}$$

① EXERCÍCIO:

SEJA $z = x^2 + y^2$.

REPARE QUE $z = z(x,y)$, ENTÃO $\frac{d}{dx} z$ E $\frac{d}{dy} z$ PODEM SER DIFERENTES DE ZERO.

NO CASO $z = x^2 + y^2$ TEMOS $z_x = \frac{d}{dx} z = \frac{d}{dx}(x^2+y^2) = 2x$

E $z_y = \frac{d}{dy} z = \frac{d}{dy}(x^2+y^2) = 2y$

a) CALCULE O RESULTADO DESTA SUBSTITUIÇÃO:

$$[E_5]\begin{bmatrix} z_x := 2x \\ z_y := 2y \end{bmatrix} = ? = \begin{pmatrix} dz \overset{(1)}{=} 2x\,dx + 2y\,dy \overset{(2)}{=} 0 \\ \frac{dz}{dx} \overset{(3)}{=} 2x + 2y \frac{dy}{dx} \overset{(4)}{=} 0 \\ z = 0 \end{pmatrix}$$

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$
$$2x + 2f(x)f'(x) = 0$$
$$x + f(x)f'(x) = 0$$
$$f(x)f'(x) = -x$$
$$f'(x) = -\frac{x}{f(x)}$$
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

② EXERCÍCIO

SEJA $P(x,y) =$

a	b	c
d	e	f
g	h	i

(OU:

a	b	c	d
e	f	g	h
i	j	k	l
m	n	o	p

)

CALCULE (EM NOTAÇÃO DE CAIXINHAS):

a) $\frac{d}{dx} P(x,y)$

b) $\frac{d}{dy} P(x,y)$

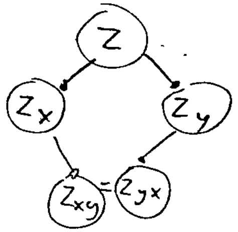
c) $\frac{d}{dy}\frac{d}{dx} P(x,y)$

d) $\frac{d}{dx}\frac{d}{dy} P(x,y)$

AGORA ABRAM O PDFZINHO DE EDOS EXATAS NA P. 4 DELE...

FAÇAM OS ITENS a, e E DEPOIS O ITEM b.

$z_{xy} = z_{yx}$



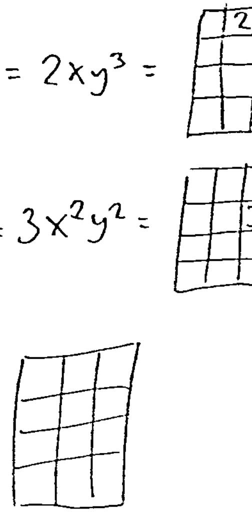
$z_{xy} = z_{yx}$

$$\underbrace{\underbrace{z_{xy}}_{2xy^3}}_{\frac{d}{dy}(2xy^3)}$$

b) $z_x = 2xy^3 =$

$z_y = 3x^2y^2 =$

$z =$



$$E_5 = \left(\begin{array}{l} dz = z_x dx + z_y dy = 0 \\ \frac{dz}{dx} = z_x + z_y \frac{dy}{dx} = 0 \\ z = 0 \end{array}\right)$$

① EXERCÍCIO:

SEJA $z = x^2 + y^2$.
REPARE QUE $z = z(x,y)$,
ENTÃO $\frac{d}{dx} z$ E $\frac{d}{dy} z$
PODEM SER DIFERENTES
DE ZERO.

NO CASO $z = x^2 + y^2$
TEMOS $z_x = \frac{d}{dx} z = \frac{d}{dx}(x^2+y^2) = 2x$
E $z_y = \frac{d}{dy} z = \frac{d}{dy}(x^2+y^2) = 2y$

a) CALCULE O RESULTADO DESTA SUBSTITUIÇÃO:

$$[E_5]\begin{bmatrix} z_x := 2x \\ z_y := 2y \end{bmatrix} = ? = \left(\begin{array}{l} dz \overset{(1)}{=} 2x\,dx + 2y\,dy \overset{(2)}{=} 0 \\ \frac{dz}{dx} \overset{(3)}{=} 2x + 2y\frac{dy}{dx} \overset{(4)}{=} 0 \\ z = 0 \end{array}\right)$$

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$
$$2x + 2f(x)f'(x) = 0$$
$$x + f(x)f'(x) = 0$$
$$f(x)f'(x) = -x$$
$$f'(x) = -\frac{x}{f(x)}$$
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

A

SE

TAREM
IMA
MELHORAR
SE
GUNTAREM

② EXERCÍCIO

SEJA $P(x,y) =$

a	b	c
d	e	f
g	h	i

(OU:

a	b	c	d
e	f	g	h
i	j	k	l
m	n	o	p

)

CALCULE (EM NOTAÇÃO DE CAIXINHAS):

a) $\frac{d}{dx} P(x,y)$

b) $\frac{d}{dy} P(x,y)$

c) $\frac{d}{dy}\frac{d}{dx} P(x,y)$

d) $\frac{d}{dx}\frac{d}{dy} P(x,y)$

AGORA ABRAM O PDFZINHO DE EDOS EXATAS NA P. 4 DELE...

FAÇAM OS ITENS a, e E DEPOIS O ITEM b.

$z_{xy} = z_{yx}$

$$\begin{tikzcd} & z \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ z_x \arrow[dr] & & z_y \arrow[d] \\ & z_{xy} = & z_{yx} \end{tikzcd}$$

$z_{xy} = z_{yx}$

$$\underbrace{\underbrace{z_x}_{2xy^3}\,y}_{\frac{d}{dy}(2xy^3)}$$

b) $z_x = 2xy^3 =$

	2	

$z_y = 3x^2y^2 =$

		3

$z =$

$\begin{array}{l} z_{xy} \\ z_{yx} \end{array} =$

		6

[illegible]

Início: 9:3?

Hoje: Dicas pra P2 e pra Prova Relâmpago 2!

Lembrem que a gente viu que as soluções de uma EDO podem ser implícitas — como $x^2+y^2=4$ — ou explícitas — como $y=-\sqrt{4-x^2}$, e podem ser gerais, como $x^2+y^2=C$, ou específicas, como as acima...

Na prova pode cair uma coisa que os livros não costumam pedir, que é "encontre a EDO cuja solução geral é tal...", da forma tal cuja solução geral é tal...

① $\boxed{\text{Exercício}}$

Seja (☆) esta equação:

$x=\sqrt{1-\sqrt{y}}$

a) Encontre uma EDO com variáveis separáveis que tenha esta solução.

Dica:

$$[M]=\left(\begin{array}{l}
\frac{dy}{dx}=\frac{g(x)}{h(y)}\\
h(y)\,dy=g(x)\,dx\\
\int h(y)\,dy=\int g(x)\,dx\\
\overset{\shortparallel}{H(y)+C_1}\quad \overset{\shortparallel}{G(x)+C_2}\\
H(y)=G(x)+C_2-C_1\\
\quad =G(x)+C_3\\
H^{-1}(H(y))=H^{-1}(G(x)+C_3)\\
\overset{\shortparallel}{y}
\end{array}\right)$$

$$\Longrightarrow\quad x^2=1-\sqrt{y}$$

$$x^2-1=-\sqrt{y}$$

$$(x^2-1)^2=(-\sqrt{y})^2=\sqrt{y}^2=y$$

$$\sqrt{3^2}=3$$

$$\sqrt{(-3)^2}=-(-3)$$

$$g(x)=4x^3-4x$$

$$G(x)=\int g(x)\,dx=\int 4x^3-4x\,dx=x^4-2x^2=x^2(x^2-2)$$

$$\underbrace{H(y)}_{y}=\underbrace{\underbrace{G(x)}_{(x^2-1)^2}+\underbrace{C_3}_{0}}_{(x^2-1)^2}$$

$$H(y)=y$$

$$G(x)=(x^2-1)^2$$

$$h(y)=\frac{d}{dy}H(y)=\frac{d}{dy}y=1$$

$$g(x)=\frac{d}{dx}G(x)=\frac{d}{dx}(x^2-1)^2=\frac{d}{dx}(x^4-2x^2+1)=4x^3-4x$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{g(x)}{h(y)}=\frac{4x^3-4x}{1}$$

$\boxed{\text{Dicas pra prova de Maxima}}$

Uma das questões dela — valendo 1.0 — vai ser do tipo "obtenha as soluções gerais desta EDO e obtenha a solução específica que passa pelo ponto tal".

Deem uma olhada no link.

```
f(x) := 10 * x ;
f(42) ;
  420
'f(42) ;
  f(42)

p : (x-1)*(x+1) ;
  (x-1)(x+1)
expand(p) ;
```

A o[illegible] da [illegible] vai [illegible] usarem o [illegible] desenhar [illegible] de pontos [illegible]

ode2
solve
subst

```
(%i1)
(%i2) Ly : 'diff(...
(%i3) ex0 : Ly = ...
(%i7) sol0 : ode2(e...
  exp(1)
  %e^1
xpto : ...
  rhs(...
```

$\underbrace{\frac{d^2}{dx^2}y}_{y''}-3\ldots$

PACO 2!

EXERCÍCIO

DA (☆) ESTA EQUAÇÃO:

$$x = \sqrt{1-\sqrt{y}} \Longrightarrow x^2 = 1-\sqrt{y}$$

$$x^2 - 1 = -\sqrt{y}$$

$$(x^2-1)^2 = (-\sqrt{y})^2 = \sqrt{y}^2 = y$$

$$\sqrt{3^2} = 3$$

$$\sqrt{(-3)^2} = -(-3)$$

a) ENCONTRE UMA EDO COM VARIÁVEIS SEPARÁVEIS QUE TENHA ESTA SOLUÇÃO.

DICA:

$$[M] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} \\ h(y)\,dy = g(x)\,dx \\ \int h(y)\,dy = \int g(x)\,dx \\ \quad H(y)+C_1 \quad G(x)+C_2 \\ \quad H(y) = G(x)+C_2-C_1 \\ \qquad = G(x)+C_3 \\ H^{-1}(H(y)) = H^{-1}(G(x)+C_3) \\ \quad y \end{array}\right)$$

$$g(x) = 4x^3 - 4x$$

$$G(x) = \int g(x)\,dx = \int 4x^3 - 4x\,dx = x^4 - 2x^2 = x^2(x^2-2)$$

$$\underbrace{H(y)}_{y} = \underbrace{\underbrace{G(x)}_{(x^2-1)^2} + \underbrace{C_3}_{0}}_{(x^2-1)^2}$$

$$H(y) = y$$

$$G(x) = (x^2-1)^2$$

$$h(y) = \frac{d}{dy}H(y) = \frac{d}{dy}y = 1$$

$$g(x) = \frac{d}{dx}G(x) = \frac{d}{dx}(x^2-1)^2 = \frac{d}{dx}(x^4-2x^2+1) = 4x^3-4x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} = \frac{4x^3-4x}{1}$$

$\boxed{\text{DICAS PRA PROVA DE MAXIMA}}$

UMA DAS QUESTÕES DELA - VALENDO 1.0 - VAI SER DO TIPO "OBTENHA AS SOLUÇÕES GERAIS DESTA EDO E OBTENHA A SOLUÇÃO ESPECÍFICA QUE PASSA PELO PONTO TAL".

DÊEM UMA OLHADA NO LINK

```
f(x) := 10*x;
f(42);
   420
'f(42);
   f(42)
```

A OUTRA QUESTÃO DA PROVA DE MAXIMA VAI PEDIR PRA VOCÊS USAREM O qdraw PRA DESENHAR UMA SEQUÊNCIA DE PONTOS

ode2
solve
subst

(%i1)

(%i2) Ly : $\underbrace{\text{'diff}(y,x,2)}_{\frac{d^2}{dx^2}y}$ + ...

(%i3) ex0 : Ly = 0

$$\underbrace{\frac{d^2}{dx^2}y}_{y''} - 3\frac{d}{dx}y - 4y = 0$$

(%i7) sol0 : ode2(ex0, y, x);

```
p : (x-1)*(x+1);
   (x-1)(x+1)
expand(p);
```

```
exp(4)
   %e^4
xpto : 200;
rhs(2=3);
```

C2 19/AGO/2024

EDOVS — CAMPOS DE DIREÇÕES

EDOLCC — "REAL"
— "COMPLEXA"

EDOS EXATAS
(E NÃO EXATAS)

EDOS LINEARES (1 PONTO)

VOLUMES (1 PONTO)

CONDIÇÕES INICIAIS