

o - NA VERDADE É CALCULO 9...

C2 28/AGOSTO/2023

INÍCIO: 14:37

AVISOS:

① MUDARAM O HORÁRIO
DESSA AULA EM CIMA
DA HORA E SÓ ME
AVISARAM AGORA MÃ
POCO! E A GENTE
AINDA NÃO TEM UMA
SALA OFICIAL NAS
SEGUNDAS, ENTÃO
HOJE VAI SER UMA
AULA NÃO-OFICIAL...

② PRESENÇA É
QUASE OBRIGATORIA.
O MOTIVO PARA ISSO
ESTÁ EXPLICADO NA
HISTÓRIA SOBRE
RETAS REVERSAS...
ALIÁS, TEM OUTRO
MOTIVO TAMBÉM -
ELE ESTÁ EXPLICADO
NO FIM DO SLIDE
SOBRE "RELEIA A DICA?".

2gT 4: RELEIA A DICA ?

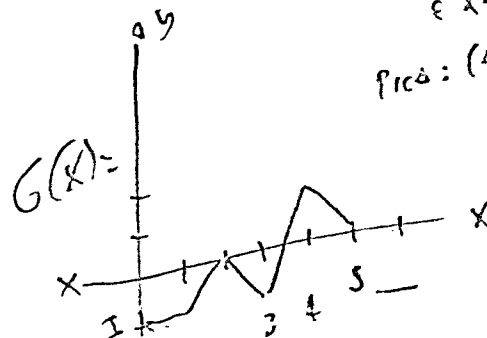
2gT 11: ATIREI O PAU NO GATO

2gT 19: RETAS REVERSAS

CALC EASY 03:19 ATÉ 12:47

2gT 24: INTEGRACÃO E
DERIVACÃO COM O
MATHDOGERMÔVEL

TREINEM FAZER
"DESENHOS TORTOS
QUE TODO MUNDO
ENTENDA".

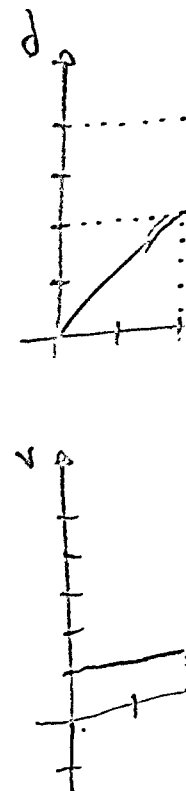


ENTRE $x=3$
E $x=4$

PICO: (4,1)

EU VOU PEDIR
PARA VOCÊS
RELEREM ESSE AQUI
CENTENAS DE VEZES

ASSISTAM ESTE TRECHO...
E A GENTE VAI
TENTAR FAZER OS
EXERCÍCIOS DAQUI.
ISSO É UM "PDFZINHO" -
O TÍTULO DELE ESTÁ
AQUI, E O NOME DO
ARQUIVO ESTÁ NO RODAPÉ...
É 2023-1-C2-carro.pdf.
REPRE QUE A PÁGINA 2
DO PDFZINHO FICA NA
PÁGINA 25 DO PDFZINHO!



MONITOR C2 DIEGO BATISTA

TER 11-13h V's program
QUA 16-18h no laboratório
QUI 16-18h de THS
SEX 16-18h

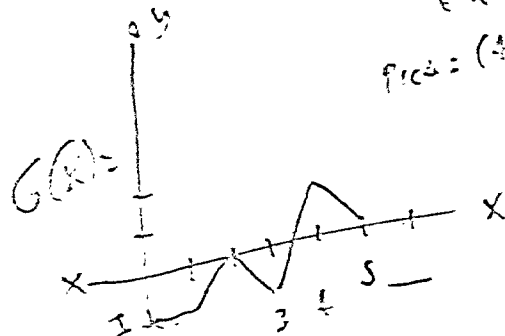
2gT4: RECEBA A DICA 7 ←
2gT11: ATIREI O PAU NO GATO = CENTENAS DE VEZES
2gT19: RETAS REVERSAS

CALC EASY 03:19 ATÉ 12:47 ← ASSISTAM ESTE TRECHO...

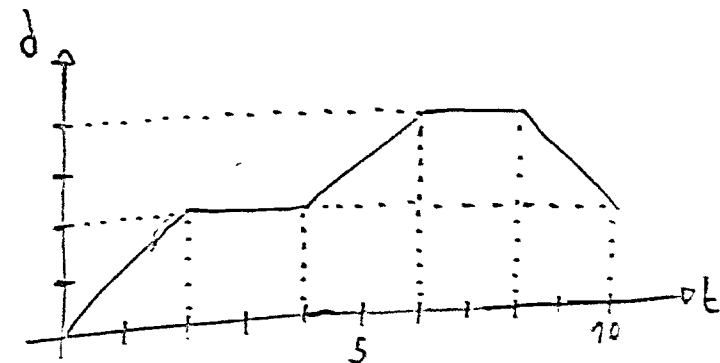
2gT24: INTEGRAÇÃO E DERIVAÇÃO COM O MATHOLOGERMOVEL

TREINEM FAZER
"DESENHOS TORTOS
QUE TODO MUNDO
ENTENDA".

ENTRE $x=3$
E $x=4$
fica: $(4, 1)$



EU VOU PEDIR
PARA VOCÊS
RELEREM ESSE AQUI
CENTENAS DE VEZES
← E A GENTE VAI
TENTAR FAZER OS
EXERCÍCIOS DAQUI.
ISSO É UM "PDFZINHO" -
O TÍTULO DELE ESTÁ
AQUI, E O NOME DO
ARQUIVO ESTÁ NO PAPERÉ...
É 2023-1-C2-CORRO.pdf.
REPRE QUE A PÁGINA 2
DO PDFZINHO FICA NA
PÁGINA 25 DO PDFZINHO!



C2 29/AGO/2023

INÍCIO: 16:17

AVISOS MAIS IMPORTANTES
(ALGUNS REPETIDOS)...

① SIGAM AS INSTRUÇÕES DO
"TERMO DE CIÊNCIA E
COMPROMISSO" - ENCONTREM
A VERSÃO ONLINE DELE
NA MINHA PÁGINA,
SIGAM OS LINKS DELE,
E ENTENDEM COMO
USAR OS "LINKS CURTOS".

② EM CELULARES TEM
DUAS COISAS QUE NÃO
FUNCIONAM DIREITO:

② LINKS PRA PÁGINAS
DE PDFs - VEJA
A EXPLICAÇÃO NA
PÁGINA QUE EXPLICA OS
LINKS CURTOS, E

⑥ RELOD DE PDFs.
ENTÃO MUITAS VEZES
QUANDO EU QUISER
DISPONIBILIZAR UM
LINK PRA TODO MUNDO
EU VOU POR ELE NO TOPO DO
2023.2-C2.html

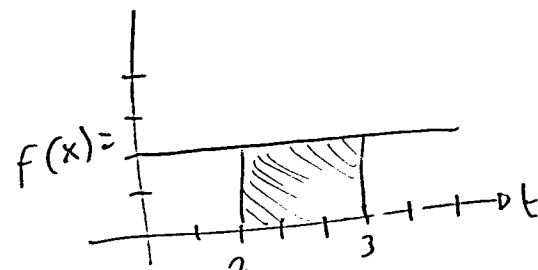
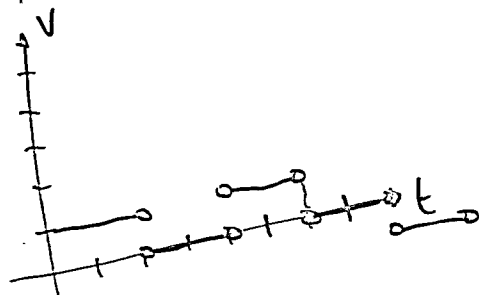
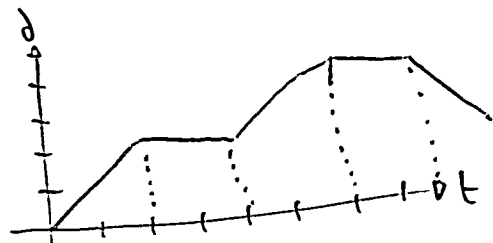
E PEDIR PRA VOCÊS DAREM UM RELOD
NESSA PÁGINA - A "PÁGINA DO CURSO".

PRO PESSOAL QUE
VEIO NA AULA DE

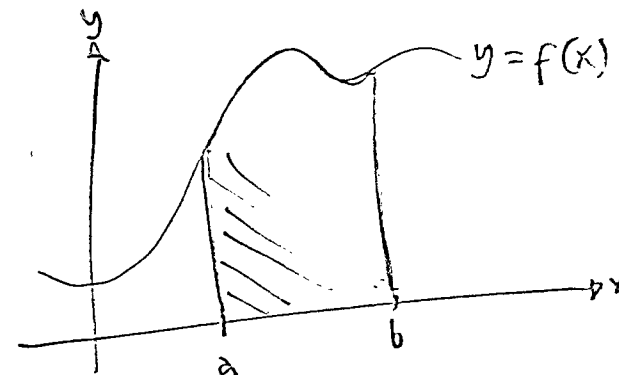
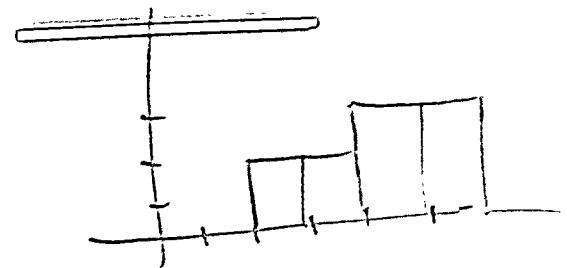
TERMINEM O
"EXERCÍCIO 1"
DE DERIVADAS
NO OLHÔMETRO E
COMECEM O
"EXERCÍCIO 2".

DEPOIS QUE VOCÊS
TERMINAREM O

2 TENTEM
FAZER OS EXERCÍCIOS
3 E 4. O 3 VAI
DAR UMA TABELA,
E NO 4 VOCÊ VAI
REPRESENTAR GRAFICAMENTE
OS PONTOS DESSA
TABELA.

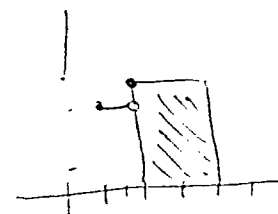


$$\int_{x=2}^{x=3} f(x) dx$$



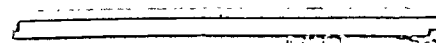
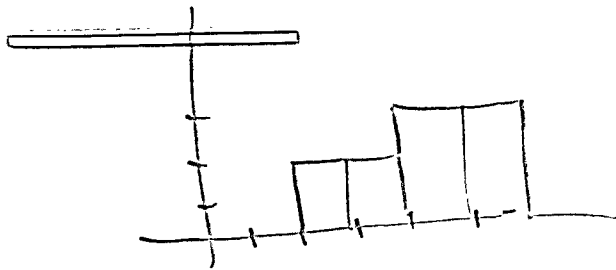
$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$

$$\int_{x=b}^{x=a}$$



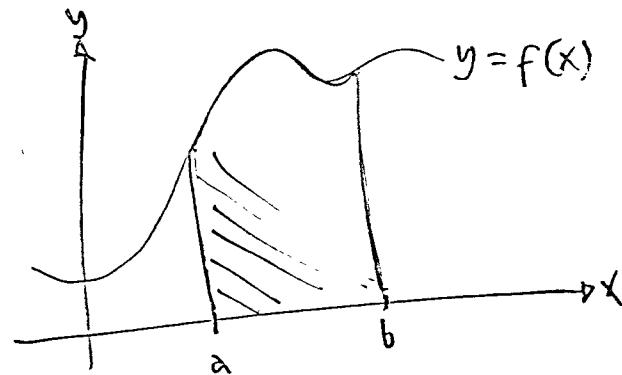
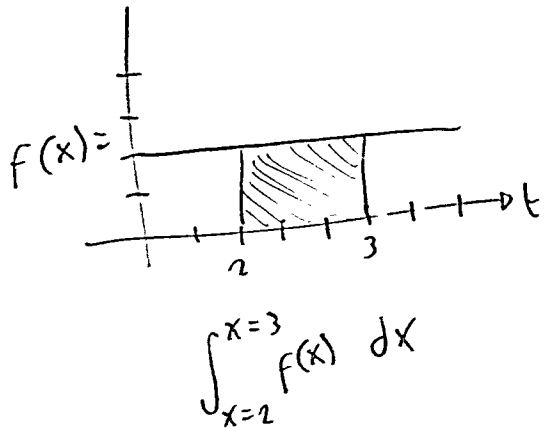
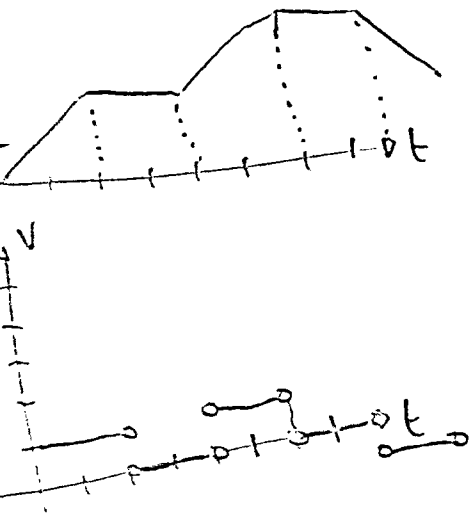
PERSONAL QUE
NA AULA DE
4.
MINHA O
EXERCÍCIO 1"
DERIVADAS
OLHÔMETRO E
MECÂNICA O
EXERCÍCIO 2".

DEPOIS QUE VOCÊS
TERMINAREM O
EXERCÍCIO 2 TENTEM
FAZER OS EXERCÍCIOS
3 e 4. O 3 VAI
DAR UMA TABELA,
E NO 4 VOCÊ VAI
REPRESENTAR GRAFICAMENTE
OS PONTOS DESSA
TABELA.



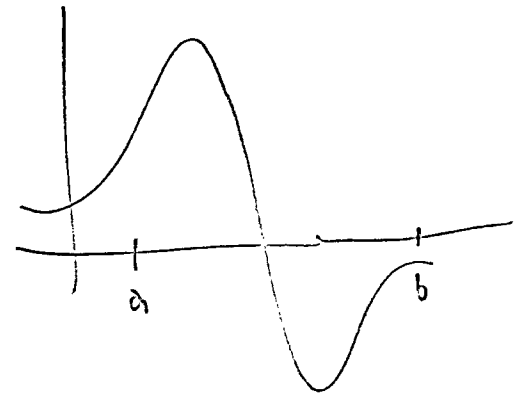
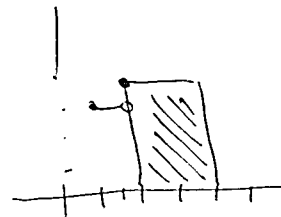
MONITOR C2
DIEGO BATISTA

TER 11-13h
QUA 14-16h
QUI 14-16h
SEX 16-18h



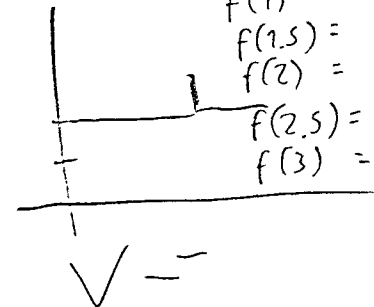
$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$

$$\int_{x=a}^{x=b}$$



Calc Easy 3:22 ATÉ 12:00

$f(1) =$
 $f(1.5) =$
 $f(2) =$
 $f(2.5) =$
 $f(3) =$



C2 30/AGO/2023
 início: 9:15

Vou começar com umas
 HISTÓRIAS...

- ① CÁLCULO 2 é um
 CURSO OBSOLETO -
 HOJE EM DIA QUALQUER
 PROGRAMA DE
 COMPUTAÇÃO SIMBÓLICA
 RESOLVE NUM INSTANTE
 AS QUESTÕES QUE A
 GENTE COSTUMAVA
 POR NAS PROVAS
- ② EXISTEM FUNÇÕES
 INTEGRÁVEIS E
 NÃO-INTEGRÁVEIS.
 A DEFINIÇÃO "CORRETA"
 DA INTEGRAL DEFINIDA
 NÃO É A DO
 STEWART CAP 5p 16 -
 É A DAQUI: 2FT93.
- ③ UMA DAS COISAS QUE
 A GENTE VAI APRENDER
 NO CURSO É COMO LIDAR
 COM DEFINIÇÕES GIGANTES.
- ④ ... E OUTRA É QUE
 "=" PODE QUERER DIZER
 VÁRIAS COISAS DIFERENTES.

```
(%i) 2+3;
(%o) 5
(%i) x+y;
(%o) x+y
(%i) subst([x:=42], x+y);
(%o) 42+y;
(%i) subst([42=x], x+y);
(%o) x+y
(%i) a:=42;
(%o) 42
(%i) a:=x=20*y;
(%o) x=20*y
(%i) op(a);
(%o) =
(%i) lhs(a);
(%o) x
(%i) rhs(a);
(%o) 20*y
```

SUBSTITUIÇÃO

SABEMOS QUE

$$a+b = b+a$$

Se SUBSTITUÍRMOS

a POR 42

NA IGUALDADE ACIMA,

OBTEMOS:

$$42+b = b+42$$

(E NÃO $42+b = b+a$!!!)

EU VOU ESCREVER
 ESSA COISA AÍ DE
 CIMA DESTA JEITO
 ABREVIADO:

$$(a+b = b+a) [a:=42] = (42+b = b+42)$$

↑
 EXPRESSÃO
 ORIGINAL

↑
 SUBSTITUIÇÕES
 OBS: A
 PRONÚNCIA DO
 "==" É "AVIÃO"

↑
 EXPRESSÃO
 NOVA

CHUTAR E TESTAR

DIGAMOS QUE
 QUEREMOS RESOLVER
 ISTO AQUI POR
 CHUTAR E TESTAR:

$$x+2 = 5$$

$$(x+2 = 5) [x:=0] = (0+2 = 5)$$

F

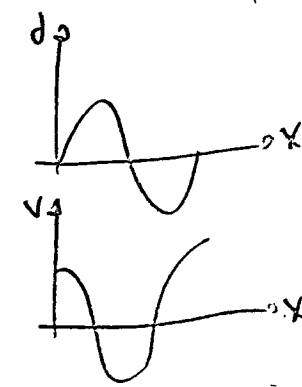
$$(x+2 = 5) [x:=42] = (42+2 = 5)$$

F

$$(x+2 = 5) [x:=3] = (3+2 = 5)$$

V

NO ÚLTIMO MINUTO DO (TRECH
 VÍDEO O MATHOLOGER
 DIZ ISSO AQUI:



E SE A NÓS
 FUNÇÃO DE TIPO
 POR UMA FUNÇÃO
 QUALQUER...
 POR EXEMPLO
 $d(x) = \sin x$
 ENTÃO $v(x) = \frac{d}{dx} d(x)$

SUBSTITUIÇÃO

SABEMOS QUE

$$a + b = b + a.$$

SE SUBSTITUÍRMOS

a POR 42

NA IGUALDADE ACIMA,
OBTÊMOS:

$$42 + b = b + 42.$$

(E NÃO $42 + b = b + a$!!!)

EU VOU ESCREVER
ESSA COISA AÍ DE
CIMA DESTA JEITO
ABREVIAO:

$$(a + b = b + a) [a := 42] = (42 + b = b + 42)$$

↑
EXPRESSÃO
ORIGINAL

↑
SUBSTITUIÇÕES
OBS: A
PROFUNDIDADE DO
"::" É "VIRIA"

↑
EXPRESSÃO
NOVA

CHUTAR E TESTAR

DIGAMOS ESTE

QUEBREMOS RESOLVER

ISTO AQUI POR

CHUTAR E TESTAR:

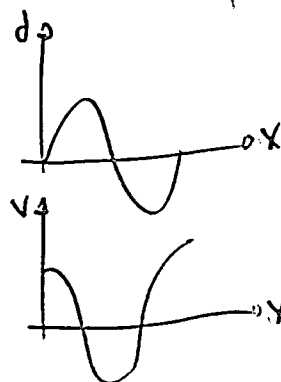
$$x + 2 = 5$$

$$(x + 2 = 5) [x := 0] = \underbrace{(0 + 2 = 5)}_F$$

$$(x + 2 = 5) [x := 42] = \underbrace{(42 + 2 = 5)}_F$$

$$(x + 2 = 5) [x := 3] = \underbrace{(3 + 2 = 5)}_V$$

NO ÚLTIMO MINUTO DO (TRECHO DO)
VÍDEO O MATHOLOGER
DIZ ISSO AQUI:



E SE A NOSSA
FUNÇÃO DE DISTÂNCIA
FOR UMA FUNÇÃO
QUALQUER...
POR EXEMPLO,
 $d(x) = \sin x$

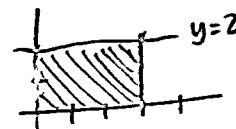
$$\text{ENTÃO } v(x) = \frac{d}{dx} d(x) = \cos x$$

SEGUNDO TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(b) - F(a) \right)$$

$$[TFC2] \left[\begin{array}{l} F(x) := 2x \\ F'(x) := 2 \\ a := 0 \\ b := 3 \end{array} \right] =$$

$$\left(\int_{x=0}^{x=3} 2 dx = 6 - 0 \right)$$



EXERCÍCIO:

$$[TFC] \left[\begin{array}{l} F(x) := \frac{x^2}{2} \\ F'(x) := x \\ a := 0 \\ b := 2 \end{array} \right] = ?$$

DEPOIS QUE VOCÊS FIZEREM
ESSE FAZAM OS EXERCÍCIOS
DAQUI:

29T37

C2 4/5/2023

INÍCIO: 14:26
(POR PROBLEMAS COM A
SALA)

HOJE: O MACACO
DERIVADOR, O
MACACO INTEGRADOR,
CONTAS COM JUSTIFICATIVAS...

A GENTE VAI COMEÇAR
ASSISTINDO OUTRO TRECHO
DO VÍDEO DO MATHOLOGER.

AS LEGENDAS EM PORTUGUÊS
DELE SUMIRAM DO YOUTUBE
E, A TRADUÇÃO AUTOMÁTICA
É MUITO MERDA.

QUEM QUISER ASSISTIR
O VÍDEO COM LEGENDAS
EM PORTUGUÊS VAI TER
QUE VIR AQUI PRA
FRENTE E ASSISTIR ELE
NO MEU LAPTOP!

O "~~MACACO~~"
DA P.131 DO STEWART
EM INGLÊS É ESSE AQUI:

$$\begin{aligned} F(x) &\stackrel{(1)}{=} (6x^3)(7x^4) \\ F'(x) &\stackrel{(2)}{=} (6x^3) \frac{d}{dx}(7x^4) + (7x^4) \frac{d}{dx}(6x^3) \\ &\stackrel{(3)}{=} (6x^3)(28x^3) + (7x^4)(18x^2) \\ &\stackrel{(4)}{=} 168x^6 + 126x^6 \\ &\stackrel{(5)}{=} 294x^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{expr}_1 &\stackrel{(1)}{=} \text{expr}_2 \\ \text{expr}_3 &\stackrel{(2)}{=} \text{expr}_4 \\ &\stackrel{(3)}{=} \text{expr}_5 \end{aligned}$$

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} C = 0 \right)$$

$$[R\text{Pot}] =$$

$$[RMC] =$$

$$[R\text{Soma}] =$$

$$[R\text{Prod}] = \left(\frac{d}{dx} (f(x)g(x)) = f(x) \frac{d}{dx} g(x) + g(x) \frac{d}{dx} f(x) \right)$$

(PELA REGRAS
DO PRODUTO)
(PELAS REGRAS
DA POTÊNCIA E
DA MULT. POR
CONSTANTE)

NA VERSÃO MAIS
DETALHADA DO
EXEMPLO 6
ALGUMAS JUSTIFICA-
TIVAS TEM ESTE
FORMATO:

POR [RProd] com $f(x) = 6x^3$, $g(x) = 7x^4$

$$[R\text{Prod}] \left[\begin{array}{l} f(x) := 6x^3 \\ g(x) := 7x^4 \end{array} \right] = ($$

EXPR.
ANTIGA

SUBSTITUIÇÕES

EXPRESSÃO
NOVA.

$$\begin{aligned} (f(x)g(x))' &= \dots \\ \frac{d}{dx} (f(x)g(x)) &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \end{aligned}$$

201:

4)

$$7x^4 + (7x^4) \frac{d}{dx} (6x^3) + (7x^4) (18x^2) + 126x^6$$

(PELA REGRA DO PRODUTO)
(PELAS REGRAS DA POTÊNCIA E DA MULT. POR CONSTANTE)

NA VERSÃO MAIS DETALHADA DO EXEMPLO 6 ALGUMAS JUSTIFICATIVAS TEM ESTE FORMATO:

= 0)

$$f(x)g(x) = f(x) \frac{d}{dx} g(x) + g(x) \frac{d}{dx} f(x)$$

por [RPROD] com $f(x) = 6x^3$, $g(x) = 7x^4$

$$[RPROD] \left[\begin{matrix} f(x) := 6x^3 \\ g(x) := 7x^4 \end{matrix} \right] = ($$

EXPR. ANTIGA

SUBSTITUIÇÕES

EXPRESSION NOVA.

$$(f(x)g(x))' = \dots$$

$$\frac{d}{dx} (f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

AGORA SIGAM O LINK
2gT37 - ELE VAI
PARA UM SLIDE CUJO
TÍTULO É: "O MALACO
SUBSTITUÍDO, E DOIS,
RC, TFC2".

STEWART Cap 36:
EXERCÍCIOS SEC
TFC2

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(x) dx = F(b) - F(a) \right)$$

$$\int_{x=1}^{x=2} (x^3 - 2x) dx = 42 \text{ por } \dots$$

$$[TFC2] \left[\begin{matrix} F(x) := 42 \\ F'(x) := 0 \end{matrix} \right] = \left(\int_{x=1}^{x=2} 0 dx = 42 - 42 \right)$$

C2 4/5/2023

INÍCIO: 14:26
(POR PROBLEMAS COM A
SALA)

HOJE: O MACACO
DERIVADOR, O
MACACO INTEGRADOR,
CONTAS COM JUSTIFICATIVAS...

A GENTE VAI COMEÇAR
ASSISTINDO OUTRO TRECHO
DO VÍDEO DO MATHOLOGER.

AS LEGENDAS EM PORTUGUÊS
DELE SUMIRAM DO YOUTUBE
E, A TRADUÇÃO AUTOMÁTICA
É MUITO MERDA.

QUEM QUISER ASSISTIR
O VÍDEO COM LEGENDAS
EM PORTUGUÊS VAI TER
QUE VIR AQUI PRA
FRENTE E ASSISTIR ELE
NO MEU LAPTOP!

$$\int_{x=-1}^{x=2} (x^2 - 2x) dx = 42$$

por ~~[TFC]~~
com $F(x) = 42$
e $F'(x) = 0$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x) dx = F(b) - F(a) \right)$$

$$[TFC2] \left[\begin{array}{l} F(x) := 42 \\ F'(x) := 0 \end{array} \right] = \left(\int_{x=a}^{x=b} 0 dx = 42 - 42 \right)$$

$$[TFC2] \left[\begin{array}{l} F(x) := x \\ F'(x) := 1 \end{array} \right] = \left(\int_{x=a}^{x=b} 1 dx = b - a \right)$$

$$[TFC2] \left[\begin{array}{l} F(x) := \\ F'(x) := \end{array} \right]$$

$$\frac{d}{dx} (f(x)g(x))$$

[KIRBY] com $f(x) = 6x^3$
[RPROD] $\left[\begin{array}{l} f(x) := 6x^3 \\ g(x) := 7x^4 \end{array} \right]$
EXPR. ANTIGA SUBSTITUIÇÕES

C2 5/SET/2023

INÍCIO: 16:10
HOJE A AULA VAI
SER QUASE TODA
COM MATERIAL
IMPRESSO E ONLINE!
ACESSEM O PDF
SOBRE CONTAS COM
JUSTIFICATIVAS!

EM ALGUMAS
PARTES DO
CURSO A GENTE
VAI TER USAR
UMA LINGUAGEM
SUPER PRECISA...

→ SYNTAX ERROR

COMECEM LENDO O
PDF SOBRE CONTAS
COM JUSTIFICATIVAS.

QUANDO VOCÊS
ENTENDEREM ELE
VOCÊS VÃO TENTAR
FAZER ALGUNS
EXERCÍCIOS DE
INTEGRAÇÃO POR
CHUTAR E TESTAR,
COMO O QUE ESTÁ
EXPLICADO NAS
PÁGINAS 7 E 8,
E VÃO ENCONTRAR
A "JUSTIFICATIVA
CERTA" PRO
PRIMEIRO PASSO.

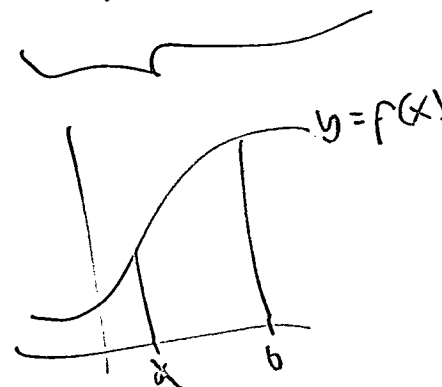
RESOLVAM ESTA
INTEGRAL AQUI:

$$\int_{x=20}^{x=300} x^4 dx = ?$$

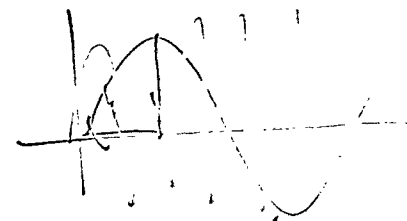
$$\int f(x) dx$$

$$42 = \dots = 99$$

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$



$$\int_{x=0}^{x=\pi/2} \cos 4x dx = ?$$



$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(x) dx \right)$$

$$[TFC2] [f(x) := 42] = \left(\int_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$[TFC2] [f'(x) := 99] = \left(\int_{x=a}^{x=b} \right)$$

0
ONTAS
ATIVAS.

ELE

TENTAR

UNS

DE

POR

TESTAR,

VE ESTA

NAS

E 8,

ONTRAR

CATIVA

O

PASSO.

ESTA

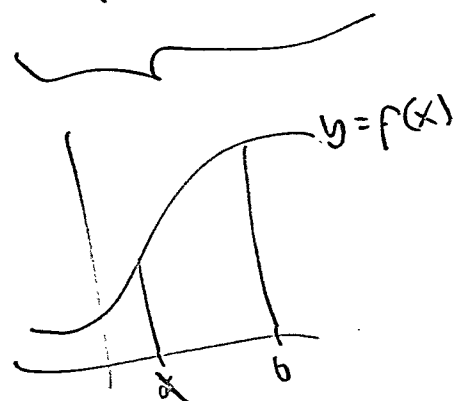
AQUI:

=?

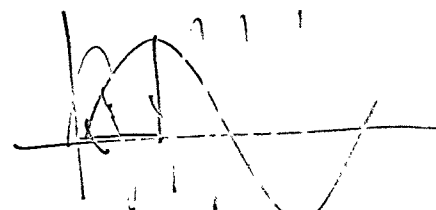
$$\int f(x) dx$$

$$42 = \dots = 99$$

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$



$$\int_{x=0}^{x=\pi/2} \cos 4x dx = ?$$



$$\int f(g(x))g'(x) dx = \int f(u) du$$

$$x+2=5$$

$$3+2=5$$

$$a+b=b+a$$

$$(a+b=b+a)[a:=42]$$

$$=(42+b=b+42)$$

$$\begin{aligned} [TFC2] &= \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(x) dx = f(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right) \\ [TFC2] [f(x) := 42] &= \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(x) dx = 42 \Big|_{x=a}^{x=b} \right) \\ [TFC2] [f'(x) := 99] &= \left(\int_{x=a}^{x=b} 99 dx = f(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right) \end{aligned}$$

C2 6/SET/2023

NÍCIO: 9:15

HOJE INTEGRAL INDEFINIDA E INTEGRAÇÃO POR PARTES.

EU COMECEI A REESCREVER OS SLIDES SOBRE ISSO DO SEMESTRE PASSADO MAS NÃO TERMINEI, ENTÃO VOU ESCREVER MUITA COISA NO QUADRO.

LEMBRE QUE:

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(x) dx = f(x) \right)_{x=a}^{x=b}$$

A NOSSA FÓRMULA PRA INTEGRAL INDEFINIDA VAI SER ESTA AQUI:

$$[II] = \left(\int f'(x) dx = f(x) \right)$$

$$[TFC2] \left[\begin{array}{l} f(x) := 3 \\ f'(x) := 0 \\ a := 2 \\ b := 5 \end{array} \right] = \left(\int_{x=2}^{x=5} 0 dx = 3 \right)_{x=2}^{x=5}$$

$$[TFC2] \left[\begin{array}{l} f(x) := 4 \\ f'(x) := 0 \\ a := 2 \\ b := 5 \end{array} \right] = \left(\int_{x=2}^{x=5} 0 dx = 4 \right)_{x=2}^{x=5}$$

$$3 \Big|_{x=2}^{x=5} = \int_{x=2}^{x=5} 0 dx = 4 \Big|_{x=2}^{x=5}$$

PELA PRIMEIRA SUBSTITUIÇÃO LA DE CIMA

PELA SEGUNDA SUBSTITUIÇÃO LA DE CIMA

$$[II] \left[\begin{array}{l} f(x) := 3 \\ f'(x) := 0 \\ a := 2 \\ b := 5 \end{array} \right] = \left(\int 0 dx = 3 \right)$$

$$[II] \left[\begin{array}{l} f(x) := 4 \\ f'(x) := 0 \\ a := 2 \\ b := 5 \end{array} \right] = \left(\int 0 dx = 4 \right)$$

$$3 = \int 0 dx = 4$$

3 = 4

$$[II] \left[\begin{array}{l} f(x) := cg(x) \\ f'(x) := cg'(x) \end{array} \right] = \left(\int cg'(x) dx = cg(x) \right)$$

$$\int g'(x) dx \stackrel{(2)}{=} g(x) \quad \text{POR [II] com } f(x) := g(x), f'(x) := g'(x).$$

$$c \int g'(x) dx \stackrel{(3)}{=} c g(x) \quad \text{POR } a=b \Rightarrow ca = cb$$

$$\stackrel{(4)}{=} \int c g'(x) dx \quad \text{POR [II] com } f(x) := cg(x) \text{ e } f'(x) := cg'(x)$$

$$\int c g'(x) dx \stackrel{(5)}{=} c \int g'(x) dx \quad \text{POR (3) e (4)}$$

$$\int c f(x) dx \stackrel{(6)}{=} c \int f(x) dx \quad \text{POR MOTIVOS QUE A GENTE VAI VER DEPOIS.}$$

E AGORA...

$$\int 42 \sin x dx \stackrel{(7)}{=} 42 \int \sin x dx \quad \text{POR (6) com } c := 42, f(x) := \sin x.$$

EXERCÍCIO: VEJAM SE VOCÊS CONSEGUEM "PROVAR" ISSO AQUI:

$$\int g'(x) + h'(x) dx = \int g'(x) dx + \int h'(x) dx.$$

DICA: AQUI VOCÊS PODEM IMPROVISAR BASTANTE NA HORA DE ESCREVER AS JUSTIFICATIVAS.

DICAS:

① Se você

$$\int g'(x) + h'(x)$$

O "LEITOR SEU AMIGO" ESSA LINHA "É ÓBVIO"

② Comece coisas e que

$$[II] [f]$$

$$[II] [f]$$

$$[II] [f]$$

③ COLOQUE VOCE OPT PARTE DO "SABEMOS"

$$1] \begin{bmatrix} f(x) := 3 \\ f'(x) := 0 \\ a := 2 \\ b := 5 \end{bmatrix} = \left(\int_{x=2}^{x=5} 0 dx = 3 \right) \quad \text{PELA PRIMEIRA SUBSTITUIÇÃO LA DE CIMA}$$

$$\left[f'(x) := c g'(x) \right] = \left(\int c g'(x) dx = c g(x) \right)$$

$$2] \begin{bmatrix} f(x) := 4 \\ f'(x) := 0 \\ a := 2 \\ b := 5 \end{bmatrix} = \left(\int_{x=2}^{x=5} 0 dx = 4 \right) \quad \text{PELA SEGUNDA SUBSTITUIÇÃO LA DE CIMA}$$

$$3] \begin{bmatrix} f(x) := 3 \\ f'(x) := 0 \\ a := 2 \\ b := 5 \end{bmatrix} = \left(\int_{x=2}^{x=5} 0 dx = 3 \right)$$

$$[II] \begin{bmatrix} f(x) := 3 \\ f'(x) := 0 \\ a := 2 \\ b := 5 \end{bmatrix} = \left(\int 0 dx = 3 \right)$$

$$[II] \begin{bmatrix} f(x) := 4 \\ f'(x) := 0 \\ a := 2 \\ b := 5 \end{bmatrix} = \left(\int 0 dx = 4 \right)$$

$$3 = \int 0 dx = 4$$

$$\int g'(x) dx = g(x) \quad \text{POR [II] COM } f(x) := g(x), f'(x) := g'(x).$$

$$c \int g'(x) dx = c g(x) \quad \text{POR } \alpha = \beta \Rightarrow c\alpha = c\beta$$

$$\stackrel{(4)}{=} \int c g'(x) dx \quad \text{POR [II] COM } f(x) := c g(x) \text{ E } f'(x) := c g'(x)$$

$$\int c g'(x) dx \stackrel{(5)}{=} c \int g'(x) dx \quad \text{POR (3) E (4)}$$

$$\boxed{\int c f(x) dx \stackrel{(6)}{=} c \int f(x) dx} \quad \text{POR MOTIVOS QUE A GENTE VAI VER DEPOIS.}$$

E AGORA...

$$\int 42 \sin x dx \stackrel{(7)}{=} 42 \int \sin x dx$$

POR (6) COM $c := 42$, $f(x) := \sin x$.

EXERCÍCIO:
VEJAM SE VOCÊS CONSEGUEM
"PROVAR" ISSO AQUI:

$$\boxed{\int g'(x) + h'(x) dx = \int g'(x) dx + \int h'(x) dx.}$$

DICA: AQUI VOCÊS PODER IMPROVISAR
BASTANTE NA HORA DE ESCRIVER
AS JUSTIFICATIVAS.

DICAS:

① SE VOCÊ ESCRIVER SÓ ALGO COMO

$$\int g'(x) + h'(x) dx = \int g'(x) dx + \int h'(x) dx$$

O "LEITOR QUE NÃO SEJA MUITO
SEU AMIGO" VAI INTERPRETAR

ESSA LINHA COMO

"É ÓBVIO QUE ISTO AQUI É VERDADE"...

② COMECE LISTANDO VÁRIAS
COISAS QUE SÃO VERDADE
E QUE PODER SER ÚTEIS.

$$[II] [f(x) := g(x)] = ?$$

$$[II] [f(x) := h(x)] = ?$$

$$[II] [f(x) := g(x) + h(x)] = ?$$

③ COLOQUE AS IGUALDADES QUE
VOCÊ OPTOU ACIMA NUMA
PARTE DO PAPEL QUE DIZ
"SABENDO QUE".

C2 6/SET/2023

início: 9:15

SABEMOS QUE:

$$[II] = \left(\int f'(x) dx = f(x) \right)$$

$$[II] \left[\begin{matrix} f(x) := g(x) \\ f'(x) := g'(x) \end{matrix} \right] = \left(\int g'(x) dx = g(x) \right)$$

$$[II] \left[\begin{matrix} f(x) := h(x) \\ f'(x) := h'(x) \end{matrix} \right] = \left(\int h'(x) dx = h(x) \right)$$

$$[II] \left[\begin{matrix} f(x) := g(x) + h(x) \\ f'(x) := g'(x) + h'(x) \end{matrix} \right] = \left(\int g'(x) + h'(x) dx = g(x) + h(x) \right)$$

$$\int g'(x) dx \stackrel{(1)}{=} g(x)$$

por [II] com $f(x) = g(x)$,

$$\int h'(x) dx \stackrel{(2)}{=} h(x)$$

por [II] com $f(x) = h(x)$,

$$\int g'(x) + h'(x) dx \stackrel{(3)}{=} g(x) + h(x) \quad \text{por [II] com } f(x) = g(x) + h(x)$$

$$\int g'(x) dx + \int h'(x) dx \stackrel{(4)}{=} g(x) + h(x) \quad \text{somando (1) e (2)}$$

$$\stackrel{(5)}{=} \int g'(x) + h'(x) dx \quad \text{por (3)}$$

$$\int g'(x) + h(x) dx \stackrel{(6)}{=} \int g'(x) + h'(x) dx$$

↑
REPARAR QUE QUANDO O LEITOR CHEGA AQUI ELE JÁ SABE QUE AS IGUALDADES (1) ATÉ (5) SÃO VERDADE... O NOSSO LEITOR VAI MUDANDO, E ELE VAI PASSANDO A SABER CADA VEZ MAIS COISAS! REPARA TAMBÉM QUE CADA JUSTIFICATIVA SÓ SE REFERE A COISAS QUE O LEITOR JÁ SABIA... A COISAS ANTERIORES.

EXERCÍCIO

EU ACABEI DE PÔR NA PÁGINA DO CURSO UM LINK ASSIM:

"STEWART Cap 5 p. 365). FAÇA OS EXERCÍCIOS 2 E 5 DAQUI".

TEPTE FAZER ESSES EXERCÍCIOS - VOCÊ VAI TER QUE LER COMO O STEWART APRESENTA INTEGRAIS INDEFINIDAS.

EXERCÍCIO 5 (p. 365)

$$\int x^2 + x^{-2} dx = \int x^2$$

$$= \frac{1}{3} x^3$$

$$= \frac{1}{3} x^3$$

$$= \frac{1}{3} x^3$$

$$= \frac{1}{3} x^3$$

LEIAM O LIVRO SÃO AS REGRAS

LEMBRE QUE A GENTE VIVIA AQUI: [RC] = [MC] = [RPol] =

AGORA EU VOU UM POUCO DIFERENTE

$$(fg)' = f'g + fg'$$

O "(x)" em f(x)

SABEROS QUE:

$$\int g'(x) dx \stackrel{(1)}{=} g(x) \text{ POR [II] com } f(x) = g(x),$$

$$\int h'(x) dx \stackrel{(2)}{=} h(x) \text{ POR [II] com } f(x) = h(x),$$

$$\int g'(x) + h'(x) dx \stackrel{(3)}{=} g(x) + h(x) \text{ POR [II] com } f(x) = g(x) + h(x)$$

$$\int g'(x) dx + \int h'(x) dx \stackrel{(4)}{=} g(x) + h(x) \text{ SOMANDO (1) e (2)}$$

$$\stackrel{(5)}{=} \int g'(x) + h'(x) dx \text{ POR (3)}$$

$$\int g'(x) + h(x) dx \stackrel{(6)}{=} \int g'(x) + h'(x) dx$$

$g(x) + h(x)$

↑
REPARER QUE QUANDO O LEITOR CHEGA AQUI ELE JÁ SABE QUE AS IGUALDADES (1) ATÉ (5) SÃO VERDADE... O NOSSO LEITOR VAI MUDANDO, E ELE VAI PASSANDO A SABER CADA VEZ MAIS COISAS! REPARER TAMBÉM QUE CADA JUSTIFICATIVA SÓ SE REFERE A COISAS QUE O LEITOR JÁ SABIA... A COISAS ANTERIORES.

EXERCÍCIO

EU ACABEI DE POR NA PÁGINA DO CURSO UM LINK ASSIM:

"STEWART CAP 5 p 44 (p. 365). FAÇA OS EXERCÍCIOS 2 E 5 DAQUI".

TESTE FAZER ESSES EXERCÍCIOS - VOCÊ VAI TER QUE LER COMO O STEWART APRESENTA INTEGRAIS INDEFINIDAS.

EXERCÍCIO 5 (p. 365)

$$\int x^2 + x^{-2} dx = \int x^2 dx + \int x^{-2} dx \text{ PELA P. 361}$$

$$= \frac{1}{3} x^3 + C + \int x^{-2} dx \text{ IDEM}$$

$$= \frac{1}{3} x^3 + C + \frac{1}{-1} x^{-1} + C \text{ IDEM}$$

$$= \frac{1}{3} x^3 - x^{-1} + C + C \text{ " "}$$

$$= \frac{1}{3} x^3 - x^{-1} + C$$

LEIAM O LIVRO PRA ENTENDER QUAIS SÃO AS REGRAS QUE ELE USA PRA ESSE "C"!

LEMBRE QUE NA AULA PASSADA A GENTE VIU REGRA COMO ESTAS

AQUI: $[RC] = \left(\frac{d}{dx} C = 0 \right)$

$$[MC] = \left(\frac{d}{dx} (C f(x)) = C \frac{d}{dx} f(x) \right)$$

$$[RPot] = \left(\frac{d}{dx} x^n = n x^{n-1} \right)$$

AGORA EU VOU USAR UMA CONVENÇÃO UM POUCO DIFERENTE...

$$(fg)' = f'g + fg'$$

O "(x)" em $f(x)$ e $g(x)$ NÃO É OBRIGATÓRIO.

C2 6/SET/2023

INÍCIO: 9:15

EXERCÍCIOS

$$(fg)' \stackrel{(1)}{=} f'g + fg'$$

$$\int (fg)' dx \stackrel{(2)}{=} \int f'g + fg' dx$$

$$fg \stackrel{(3)}{=} \int f'g + fg' dx$$

$$\stackrel{(4)}{=} \int f'g dx + \int fg' dx$$

$$\int fg' dx + \int f'g dx \stackrel{(5)}{=} fg$$

$$\int fg' dx \stackrel{(6)}{=} fg - \int f'g dx$$

$$[IP] = \left(\int fg' dx = fg - \int f'g dx \right)$$

$$[IP] \begin{bmatrix} f := x \\ f' := 1 \\ g := e^x \\ g' := e^x \end{bmatrix} = \left(\int x e^x dx = x e^x - \int 1 \cdot e^x dx \right)$$

$$\int x e^x dx \stackrel{(7)}{=} x e^x - \int e^x dx$$
$$\stackrel{(8)}{=} x e^x - e^x$$

$$\int x e^x dx = x e^x - e^x$$

POR [II] e (4)

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$
$$\int e^x dx = e^x$$

PM CASA:

VERIFIQUE QUE

$$\int x e^x = x e^x - e^x$$

ISTO É MUITO
PARECIDO COM O
EXERCÍCIO 2 DA
P. 365 DO STEWART.

PM AGORA:

$$[IP] \begin{bmatrix} f := x^2 \\ f' := 2x \\ g := e^x \\ g' := e^x \end{bmatrix} = ?$$

E TENTE USAR O
QUE VOCÊ OBTÉVE
COM ESSA SUBSTITUIÇÃO
PM CALCULAR ISTO

AQUI:

$$\int x^2 e^x dx = ?$$



LEIAM A PÁGINA 360
DO STEWART!

EXERCÍCIO

EU ACABEI DE
POR NA PÁGINA
DO CURSO UM
LINK ASSIM:

"STEWART Cap 5 p. 365).
FAÇA OS EXERCÍCIOS 2 E
5 DAQUI".

TENTE FAZER ESSES EXERCÍCIOS -
VOCÊ VAI TER QUE LER COMO
O STEWART APRESENTA INTEGRAIS
INDEFINIDAS.

EXERCÍCIO 5 (p. 365)

$$\int x^2 + x^{-2} dx$$

LEIAM
SÃO A

LEMBRA
A GE
AQUI:

AGORA
um po

O "(x)

EXERCÍCIOS

PM CASA:

VERIFIQUE QUE

$$\int x e^x = x e^x - e^x$$

ISTO É MUITO
PARECIDO COM O
EXERCÍCIO 2 DA
P. 365 DO STEWART.

DICA:

LEIAM A PÁGINA 360
DO STEWART!



PM AGORA:

$$[IP] \begin{bmatrix} f := x^2 \\ f' := 2x \\ g := e^x \\ g' := e^x \end{bmatrix} = ?$$

E TENTE USAR O
QUE VOCÊ OBTIVE
COM ESSA SUBSTITUIÇÃO
PM CALCULAR ISTO

AQUI:

$$\int x^2 e^x dx = ?$$

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

PELA SUBSTITUIÇÃO ACIMA

$$\int e^x dx = e^x$$

EXERCÍCIO 5 (p.365)

$$\int x^2 + x^{-2} dx = \int x^2 dx + \int x^{-2} dx \quad \text{PELA P.361}$$

$$= \frac{1}{3} x^3 + C + \int x^{-2} dx \quad \text{IDEM}$$

$$= \frac{1}{3} x^3 + C + \frac{1}{-1} x^{-1} + C \quad \text{IDEM}$$

$$= \frac{1}{3} x^3 - x^{-1} + C + C \quad \text{IDEM}$$

$$= \frac{1}{3} x^3 - x^{-1} + C$$

LEIAM O LIVRO PRA ENTENDER QUAIS
SÃO AS REGRAS QUE ELE USA PRA ESSE "C"!

LEMBRE QUE NA AULA PASSADA
A GENTE VIU REGRA COMO ESTA

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} c = 0 \right)$$

$$[MC] = \left(\frac{d}{dx} (c f(x)) = c \frac{d}{dx} f(x) \right)$$

$$[RPL] = \left(\frac{d}{dx} x^n = n x^{n-1} \right)$$

AGORA EU VOU USAR UMA CONVENÇÃO
UM POUCO DIFERENTE...

$$(fg)' = f'g + fg'$$

O "(x)" EM $f(x)$ E $g(x)$ NÃO É OBRIGATÓRIO.

EXERCÍCIO

EU ACABEI DE
PÔR NA PÁGINA
DO CURSO UM
LINK ASSIM:

"STEWART Cap 5 p 44 (p.365).
FAÇA OS EXERCÍCIOS 2 E
5 DAQUI".

TENTE FAZER ESSES EXERCÍCIOS -
VOCÊ VAI TER QUE LER COMO
O STEWART APRESENTA INTEGRAS
INDEFINIDAS.

C2, 11/SET/2023
 INICIO: 14:08

HOJE: EXERCÍCIOS DE
 COMO ORGANIZAR
 DEMONSTRAÇÕES PARA
 CADA PASSO FICAR
 FÁCIL DE REVISAR!

A GENTE VAI
 COMEÇAR REVENDO
 UMAS COISAS DE
 INTEGRAÇÃO POR
 PARTES QUE A
 GENTE VIV NA
 AVILA PASSADA E
 A GENTE VAI
 TERMINAR VENDO
 UM POQUINHO
 SOBRE MUDANÇA
 DE VARIÁVEIS

IDEIA:
 $\int \cdot dx$ É A
 OPERAÇÃO
 INVERSA À
 DERIVADA,
 E A GENTE
 VAI CONVERSAR
 OS DETALHES
 DESSA IDEIA
 AOS POUCOS
 DEPOIS.

$$\begin{aligned} (gh)' &\stackrel{(1)}{=} g'h + gh' \\ \int (gh)' dx &\stackrel{(2)}{=} \int g'h + gh' dx \\ \int gh' &\stackrel{(3)}{=} \int g'h + gh' dx \\ &\stackrel{(4)}{=} \int g'h dx + \int gh' dx \end{aligned}$$

por [DProd] $[DSoma] = ((f+g)' = f' + g')$
 $[IISoma] = (\int f + g dx = \int f dx + \int g dx)$
 OS LIVROS QUE A GENTE TA' USANDO
 NÃO DEMONSTRAM A [IISoma]!

Queremos ver que $\int f + g dx = \int f dx + \int g dx$

DIGAMOS QUE $F' \stackrel{(1)}{=} f$
 $G' \stackrel{(2)}{=} g$
 ENTÃO $(F+G)' \stackrel{(3)}{=} F' + G' \stackrel{(4)}{=} f + g \stackrel{(5)}{=}$

$\int gh' dx \stackrel{(7)}{=} gh - \int g'h dx$
 $\int x e^x dx \stackrel{(8)}{=} x e^x - \int 1 \cdot e^x dx$ por 7 com $\begin{cases} g := x \\ h := e^x \\ g' := 1 \\ h' := e^x \end{cases}$
 $\stackrel{(9)}{=} x e^x - \int e^x dx$
 $\stackrel{(10)}{=} x e^x - e^x$

$\int x e^x dx \stackrel{(11)}{=} x e^x - e^x$ por 8, 9 e 10
 $\int x^2 e^x dx \stackrel{(12)}{=} x^2 e^x - \int 2x e^x dx$ por 7 com $\begin{cases} g := x^2 \\ h := e^x \end{cases}$
 $\stackrel{(13)}{=} x^2 e^x - 2 \int x e^x dx$ por [IIMC]
 $\stackrel{(14)}{=} x^2 e^x - 2(x e^x - e^x)$ por 11
 $\stackrel{(15)}{=} x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x$

$[DMC] = ((cf)' = c f')$
 $[DNC][f := F'] = ((cF')' = c(F')')$
 $[DNC][f := gh] = ((cgh)' = c(gh'))$

EXERCÍCIO 0:
 CALCULE $\frac{d}{dx} (x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x)$

A
AD
A À
DA,
SENTE
JERTAR
LHES
IDEIA
V COS

7 com $\begin{bmatrix} g := x \\ h := e^x \\ g' := 1 \\ h' := e^x \end{bmatrix}$

$\int x e^x dx$ $\stackrel{(10)}{=} x e^x - e^x$ por 8, 9 e 10 $\left[\begin{matrix} g := x^2 \\ h := e^x \end{matrix} \right]$
 $\stackrel{(11)}{=} x e^x - e^x$ por 7 e 10
 $\stackrel{(12)}{=} x e^x - e^x$ por 7 e 10

EXERCÍCIO 0:
CALCULE $\frac{d}{dx}(x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x)$

$[DSOMA] = ((f+g)' = f' + g')$
 $[IISOMA] = \left(\int f+g dx = \int f dx + \int g dx \right)$
~~OS LIVROS QUE A GENTE TÁ USANDO~~
 NÃO DEMONSTRAM A $[IISOMA]$!

Queremos ver que $\int f+g \, dx = \int f \, dx + \int g \, dx$

DIGAMOS QUE $E = F + G$

ENTÃO :

$$\begin{aligned} (F+G)' &= F' + G' \\ &= f + g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{D}nc] &= ((cf)' = c f') \\ [\mathcal{D}nc][f := F'] &= ((cF')' = c(F')') \\ [\mathcal{D}nc][f := gh] &= ((cgh)' = c(gh')) \end{aligned}$$

POR [Disoma] $\left[\begin{array}{l} F_1 = C \\ F_2 = F \\ F_3 = G \end{array} \right]$
 POR (1)
 POR (2)

$$\int a+b \, dx \stackrel{(1)}{=} \int c+d \, dx \text{ por (1)}$$

C2 11/SET/2023
INICIO: 14:08

HOJE: EXERCÍCIOS DE
COMO ORGANIZAR
DEMONSTRAÇÕES PARA
CADA PASSO FICAR
FÁCIL DE REVISAR!

A GENTE VAI
COMECAR REVENDO
UMAS COISAS DE
INTEGRAÇÃO POR
PARTES QUE A
GENTE VIU NA
AULA PASSADA E
A GENTE VAI
TERMINAR VENDO
UM POQUINHO
SOBRE MUDANÇA
DE VARIÁVEIS

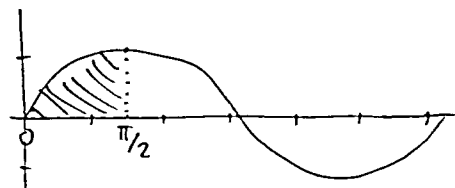
IDEIA:

$\int \cdot dx$ É A
OPERAÇÃO
INVERSA À
DERIVADA,
E A GENTE
VAI CONsertar
OS DETALHES
DESSA IDEIA
AOS POUCOS
DEPOIS.

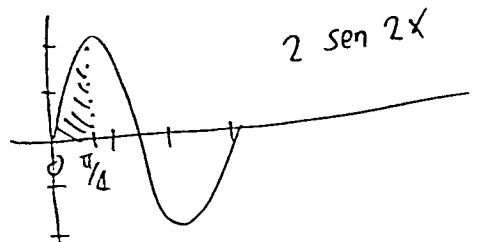
$$[MVD] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f(g(x)) g'(x) dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f(u) du \right) \begin{matrix} \text{INICIAL DO} \\ \text{EXERCÍCIO 3 A} \\ \text{GENTE TEM:} \end{matrix}$$

$$[MVD] \left[\begin{matrix} f(u) := \sin u \\ g(x) := 2x \\ g'(x) := 2 \\ a := 0 \\ b := \pi/4 \end{matrix} \right] = ?$$

$$(4) \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f(u) du = F(u) \Big|_{u=g(a)}^{u=g(b)}$$



$$\sin x \int_{x=0}^{x=\pi/2} \sin x dx = \int_{u=0}^{u=\pi/2} \sin u du$$



$$\int_{x=0}^{x=\pi/4} \underbrace{(\sin 2x)}_{f(g(x))} \cdot \underbrace{2}_{g'(x)} dx$$

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(x) dx = f(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$[TFC2] \left[\begin{matrix} x := u \\ u=a \\ u=b \end{matrix} \right] = \left(\int_{u=a}^{u=b} f'(u) du = f(u) \Big|_{u=a}^{u=b} \right)$$

$$[TFC2] \left[\begin{matrix} x := u \\ a := g(a) \\ b := g(b) \end{matrix} \right] = \left(\int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u) du = f(u) \Big|_{u=g(a)}^{u=g(b)} \right)$$

$$[TFC2] \left[\begin{matrix} x := u \\ a := g(a) \\ b := g(b) \\ f(x) := F(u) \\ f'(x) := F'(u) \end{matrix} \right] = ?$$

C2 12/set/2023

Início: 16:17

HOJE: MUDANÇA DE
VARIÁVEL - SE DER-
E CONTINUAÇÃO DOS
ASSUNTOS DE ONTEM!

$$\int \underbrace{\cos(2x+3)}_u \underbrace{dx}_{\frac{1}{2}du} = \int \cos(u) \frac{1}{2} du$$
$$= \frac{1}{2} \int \cos u du$$
$$= \frac{1}{2} \sin u$$
$$= \frac{1}{2} \sin(2x+3)$$
$$\left[\begin{array}{l} u = 2x+3 \\ \frac{du}{dx} = 2 \\ \frac{du}{dx} dx = 2 dx \\ du = 2 dx \\ \frac{1}{2} du = dx \end{array} \right]$$

← A TÉCNICA DAS
CAIXINHAS
ESTÁ EXPLICADA
NESTE LINK:
"29T46 (2023.1):
MUDANÇA DE VARIÁVEL:
CAIXINHAS".

EXERCÍCIO 0:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} \sin(2x+3) \right) = ?$$

EXERCÍCIO 1:

SIGAM O LINK PRA SEÇÃO
DO STEWART SOBRE MUDANÇA
DE VARIÁVEL - QUE ELE CHAMA
DE INTEGRAÇÃO POR SUBSTITUIÇÃO
E TENHA ENTENDER OS PRIMEIROS
EXEMPLOS DELE...
... REESCREVENDO CADA UM NA
NOTAÇÃO DE CAIXINHAS.

$$u = 2x+3 \quad \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) = f'(x) = 2$$

$$[DMC] = ((cf)' = cf')$$

QUEREMOS VER QUE $(cF)' = cF'$

$$[DMC] \left[\begin{array}{l} c := c' \\ F := F' \end{array} \right] = ((c'f)' = c'f')$$
$$[DMC] \left[\begin{array}{l} c := c \\ F := F' \end{array} \right] = ((cf)' = cf')$$
$$[DMC] \left[\begin{array}{l} f := f' \\ F := F' \end{array} \right] = ((cF')' = cF'')$$
$$[DMC] \left[\begin{array}{l} f := f \\ F := F' \end{array} \right] = ((cF)' = cF')$$

$$u(x) = 2x + 3$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) = f'(x) = 2$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$t^2 + 2 = \sec^2 \theta$$

← A TÉCNICA DAS CAIXINHAS ESTÁ EXPLICADA NESTE LINK:

"2gT46 (2023.1)

MUDANÇA DE VARIÁVEL: CAIXINHAS".

$$\frac{du}{dx} \quad du \quad dx$$

$$(cf)' = cf'$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$[DMC] = ((cf)' = cf')$$

QUEREMOS VER QUE $(cF)' = cF'$

$$[DMC] \left[\begin{matrix} c := c' \\ F := F' \end{matrix} \right] = ((c'f)' = c'f')$$

$$[DMC] \left[\begin{matrix} c := c \\ F := F' \end{matrix} \right] = ((cf)' = cf')$$

$$[DMC] \left[\begin{matrix} f := F' \end{matrix} \right] = ((cF')' = cF'')$$

$$[DMC] \left[\begin{matrix} f := F \end{matrix} \right] = ((cF)' = cF')$$

$$\int \cos 4x \, dx = \int \cos(u) \, du/4$$

$$\left[\begin{matrix} 4x = u \\ u/4 = 4 \\ \frac{du}{dx} = 4 \\ \frac{du}{4} = dx \end{matrix} \right] = \frac{1}{4} \int \cos(u) \, du$$

$$= \frac{1}{4} \sin(u)$$

$$= \frac{1}{4} \sin(4x)$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$(\sec \theta)^2 = \frac{1}{(\cos \theta)^2}$$

$$\int_{t=0}^{t=2} f(t) \, dt$$

$$G(x) = \int_{t=0}^{t=x} f(t) \, dt$$

$$G(2) = -1 \quad G(3) =$$

C2 13/set/2023

INÍCIO: 9:08

HOJE:

• ALGUMAS TÉCNICAS BASEADAS EM MUDANÇA DE VARIÁVEL

• DAS 10:00 ÀS 10:15 um TESTE DE NIVELAMENTO PRA EU VER COMO AJUSTAR O NÍVEL DAS AULAS

• DICAS DE COMO ESTUDAR:

• COMEÇEM PELOS LIVROS

$$\int \underbrace{(\sin x)^3}_{u^3} \underbrace{\cos x dx}_{du} \quad \left[\begin{array}{l} u = \sin x \\ \frac{du}{dx} = \cos x \\ du = \cos x dx \end{array} \right]$$

$$= \int u^3 du$$

$$= \frac{u^4}{4}$$

$$= \frac{(\sin x)^4}{4}$$

$$\int (\sin \theta)^4 (\cos \theta)^7 d\theta = \int \underbrace{(\sin \theta)^4}_{s^4} \underbrace{(\cos \theta)^6}_{(1-s^2)^3} \underbrace{\cos \theta d\theta}_{ds}$$

$$= \int s^4 (1-s^2)^3 ds$$

$$= \int s^4 (1 - 3s^2 + 3s^4 - s^6) ds$$

$$= \int s^4 - 3s^6 + 3s^8 - s^{10} ds$$

$$= \frac{s^5}{5} - 3 \frac{s^7}{7} + 3 \frac{s^9}{9} - \frac{s^{11}}{11}$$

$$= \frac{(\sin \theta)^5}{5} - 3 \frac{(\sin \theta)^7}{7} + 3 \frac{(\sin \theta)^9}{9} - \frac{(\sin \theta)^{11}}{11}$$

$$\left[\begin{array}{l} s = \sin \theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \cos \theta \\ ds = \cos \theta d\theta \\ (\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \\ (\cos \theta)^2 = 1 - (\sin \theta)^2 \\ (\cos \theta)^6 = (1 - (\sin \theta)^2)^3 \\ (\cos \theta)^6 = (1 - s^2)^3 \end{array} \right]$$

EXERCÍCIOS

$$\begin{aligned} & \int (\sin x)^2 (\cos x)^3 dx \quad (\text{USE } u = \sin x) \\ &= \int \underbrace{(\sin x)^2}_{u^2} \underbrace{(1-u^2)^2}_{1-u^2} \underbrace{\cos x dx}_{du} \quad \left[\begin{array}{l} u = \sin x \\ \frac{du}{dx} = \cos x \\ du = \cos x dx \\ (\cos x)^2 = 1 - u^2 \end{array} \right] \\ &= \int u^2 (1-u^2) du \\ &= \int u^2 - u^4 du \\ &= \frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5} \\ &= \frac{(\sin x)^3}{3} - \frac{(\sin x)^5}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ (1-b)^3 &= 1 - 3b + 3b^2 - b^3 \\ (1-s^2)^3 &= 1 - 3s^2 + 3s^4 - s^6 \end{aligned}$$

AVISOS:

ACABEI DE POR OS LINKS DE HOJE NA PÁGINA DO CURSO! O STEWART EXPLICA ESSA TÉCNICA DA ESQUERDA NESTE LINK:

STEWART CAP 7 p 12 - ESTRATÉGIA PARA CALCULAR...

NESSA PÁGINA ELE FALA UM POUCO SOBRE AS "IDENTIDADES DOS ÂNGULOS-METADE".

NÃO USE ESSAS IDENTIDADES!!!

DEPOIS A GENTE VAI VER UM MÉTODO MUITO LEGAL DE GERAR TODAS AS IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS!

$$\int x^3 \cos x \, dx$$

12

+

$$\int \theta^4 (\cos \theta)^7 \, d\theta$$

$$\int \theta^4 (\cos \theta)^6 \cos \theta \, d\theta$$

$$\int (1-s^2)^3 ds$$

$$\int s^4 ds$$

$$\int (-3s^2 + 3s^4 - s^6) ds$$

$$\int 3s^6 + 3s^8 - s^{10} ds$$

$$\frac{s^7}{7} + 3 \frac{s^9}{9} - \frac{s^{11}}{11}$$

$$3 \frac{(\sin \theta)^7}{7} + 3 \frac{(\sin \theta)^9}{9} - \frac{(\sin \theta)^{11}}{11}$$

$$\begin{cases} u = \sin x \\ \frac{du}{dx} = \cos x \\ du = \cos x \, dx \end{cases}$$

EXERCÍCIOS:

$$\int (\sin x)^2 (\cos x)^3 \, dx$$

$$= \int \underbrace{(\sin x)^2}_{u^2} \underbrace{(\cos x)^2}_{1-u^2} \underbrace{\cos x \, dx}_{du}$$

$$= \int u^2 (1-u^2) \, du$$

$$= \int u^2 - u^4 \, du$$

$$= \frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5}$$

$$= \frac{(\sin x)^3}{3} - \frac{(\sin x)^5}{5}$$

$$\begin{cases} s = \sin \theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \cos \theta \\ ds = \cos \theta \, d\theta \\ (\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \\ (\cos \theta)^2 = 1 - (\sin \theta)^2 \\ (\cos \theta)^6 = (1 - (\sin \theta)^2)^3 \\ (\cos \theta)^6 = (1 - s^2)^3 \end{cases}$$

(USE $u = \sin x$)

$$\begin{cases} u = \sin x \\ \frac{du}{dx} = \cos x \\ du = \cos x \, dx \\ (\cos x)^2 = 1 - u^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ (1-b)^3 &= 1 - 3b + 3b^2 - b^3 \\ (1-s^2)^3 &= 1 - 3s^2 + 3s^4 - s^6 \end{aligned}$$

AVISOS:

ALCABEI DE POR OS LINKS DE HOJE NA PÁGINA DO CURSO! O STEWART EXPLICA ESSA TÉCNICA DA ESQUERDA NESTE LINK:

STEWART CAP 7 p 12 - ESTRATÉGIA PARA CALCULAR...

NESSA PÁGINA ELE FALA UM POUCO SOBRE AS "IDENTIDADES DOS ÂNGULOS-METADE".

NÃO USE ESSAS IDENTIDADES!!!

DEPOIS A GENTE VAI VER UM MÉTODO MUITO LEGAL DE GERAR TODAS AS IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS!

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{3} (\sin x)^3 - \frac{1}{5} (\sin x)^5 \right)$$

$$= \frac{1}{3} \frac{d}{dx} (\sin x)^3 - \frac{1}{5} \frac{d}{dx} (\sin x)^5$$

$$= \frac{1}{3} 3 (\sin x)^2 \frac{d}{dx} \sin x - \frac{1}{5} 5 (\sin x)^4 \frac{d}{dx} \sin x$$

$$= (\sin x)^2 \cos x - (\sin x)^4 \cos x$$

$$\frac{d}{dx} f(x)^n = n f(x)^{n-1} \frac{d}{dx} f(x)$$

TESTE DE NIVELAMENTO:
CALCULEM

$$\frac{d}{dx} f(\sin(x^2) + \ln x)$$

E PLACEM EM QUE SEMESTRE VOCÊS PASSARAM EM CÁLCULO 1 E COM QUEM VOCÊS ESTUDAM.

C2 13/SET/2023

INÍCIO: 9:08

HOJE:

• ALGUMAS TÉCNICAS BASEADAS EM MUDANÇA DE VARIÁVEL

• DAS 10:00 ÀS 10:15 UM TESTE DE NIVELAMENTO PRA EU VER COMO AJUSTAR O NÍVEL DAS AULAS

• DICAS DE COMO ESTUDAR:

• COMECEN PELOS LIVROS

RESPOSTA DA QUESTÃO

DO TESTE DE NIVELAMENTO

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x)) g'(x) \right)$$

$$\frac{d}{dx} f(\sin(x^4) + \ln x) = ?$$

$$[RC] \left[\begin{array}{l} g(x) := \sin(x^4) \\ g'(x) := \frac{d}{dx} \sin(x^4) \end{array} \right] = \left(\frac{d}{dx} f(\sin(x^4)) = f'(\sin(x^4)) \frac{d}{dx} \sin(x^4) \right)$$

$$[RC] \left[\begin{array}{l} g(x) := \sin(x^4) + \ln x \\ g'(x) := \frac{d}{dx} (\sin(x^4) + \ln x) \end{array} \right] = \left(\frac{d}{dx} f(\sin(x^4) + \ln x) = f'(\sin(x^4) + \ln x) \frac{d}{dx} (\sin(x^4) + \ln x) \right)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx} f(\sin(x^4) + \ln x) \\ &= f'(\sin(x^4) + \ln x) \frac{d}{dx} (\sin(x^4) + \ln x) \\ &= f'(\sin(x^4) + \ln x) \left(\frac{d}{dx} \sin(x^4) + \frac{d}{dx} \ln x \right) \\ &= f'(\sin(x^4) + \ln x) \left(\cos(x^4) \frac{d}{dx} x^4 + \frac{1}{x} \right) \\ &= f'(\sin(x^4) + \ln x) (\cos(x^4) 4x^3 + \frac{1}{x}) \end{aligned}$$

EXERCÍCIOS:

$$\begin{aligned} & \int (\sin x)^2 (\cos x) dx = \int \underbrace{(\sin x)^2}_{u^2} \underbrace{(\cos x)^2}_{1-u^2} \underbrace{\cos x dx}_{du} \\ &= \int u^2 (1-u^2) du \\ &= \int u^2 - u^4 du \\ &= \frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5} \\ &= \frac{(\sin x)^3}{3} - \frac{(\sin x)^5}{5} \end{aligned}$$

(USE $u = \sin x$)

$$\left[\begin{array}{l} u = \sin x \\ \frac{du}{dx} = \cos x \\ du = \cos x dx \\ (\cos x)^2 = 1-u^2 \end{array} \right]$$

← SERÁ QUE ESSA CONTA TA CERTA?

LEMBREM QUE

$$\int f(x) dx = g(x)$$

É EQUIVALENTE A

$$f(x) = g'(x) \dots$$

UM JEITO DE LEMBRAR ISSO

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= g(x) \\ f(x) &= g'(x) \end{aligned}$$

$$f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$$

$$\ln x = ?$$

$$\left[\begin{matrix} f(x^4) \\ \sin(x^4) \end{matrix} \right] = \left(\frac{d}{dx} f(\sin(x^4)) \right) = f'(\sin(x^4)) \frac{d}{dx} \sin(x^4)$$

$$\left[\begin{matrix} f(x^4) + \ln x \\ \sin(x^4) + \ln x \end{matrix} \right] = \left(\frac{d}{dx} f(\sin(x^4) + \ln x) \right) = f'(\sin(x^4) + \ln x) \frac{d}{dx} (\sin(x^4) + \ln x)$$

$$\begin{aligned} &+ \ln x) \\ &+ \ln x) \frac{d}{dx} (\sin(x^4) + \ln x) \\ &\ln x) \left(\frac{d}{dx} \sin(x^4) + \frac{d}{dx} \ln x \right) \\ &\ln x) \left(\cos(x^4) \frac{d}{dx} x^4 + \frac{1}{x} \right) \\ &+ \ln x) \left(\cos(x^4) 4x^3 + \frac{1}{x} \right) \end{aligned}$$

EXERCÍCIOS:

$$\int (\sin x)^2 (\cos x)^3 dx$$

$$\int \underbrace{(\sin x)^2}_{u^2} \underbrace{(\cos x)^2}_{1-u^2} \underbrace{\cos x}_{du} dx$$

$$= \int u^2 (1-u^2) du$$

$$= \int u^2 - u^4 du$$

$$= \frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5}$$

$$= \frac{(\sin x)^3}{3} - \frac{(\sin x)^5}{5}$$

(USE $u = \sin x$)

$$\left[\begin{matrix} u = \sin x \\ \frac{du}{dx} = \cos x \\ du = \cos x dx \\ (\cos x)^2 = 1-u^2 \end{matrix} \right]$$

← SERÁ QUE ESSA CONTA TA CERTA?

Lembre-se que

$$\int f(x) dx = g(x)$$

é EQUIVALENTE A

$$f(x) = g'(x) \dots$$

um JEITO DE LEMBRAR ISSO

é ESSE:

$$\left(\int f(x) dx \right)' = (g(x))'$$

$$f(x) = g'(x)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{3} (\sin x)^3 - \frac{1}{5} (\sin x)^5 \right)$$

$$= \frac{1}{3} \frac{d}{dx} (\sin x)^3 - \frac{1}{5} \frac{d}{dx} (\sin x)^5$$

$$= \frac{1}{3} 3 (\sin x)^2 \frac{d}{dx} \sin x - \frac{1}{5} 5 (\sin x)^4 \frac{d}{dx} \sin x$$

$$= (\sin x)^2 \cos x - (\sin x)^4 \cos x$$

CONTINUANDO

$$= ((\sin x)^2 - (\sin x)^4) \cos x$$

$$= ((\sin x)^2 (1 - (\sin x)^2)) \cos x$$

$$= ((\sin x)^2 (\cos x)^2) \cos x$$

$$= (\sin x)^2 (\cos x)^3$$

VÁRIAS QUESTÕES DA PROVA VÃO TER UM ITEM DESSE FORMA DAQUI:

(15pts) TESTE SEU RESULTADO.

C2 13/set/2023

INÍCIO: 9:08

HOJE:

• ALGUMAS TÉCNICAS BASEADAS EM MUDANÇA DE VARIÁVEL

• DAS 10:00 ÀS 10:15 UM TESTE DE NIVELAMENTO PRA EU VER COMO AJUSTAR O NÍVEL DAS AULAS

• DICAS DE COMO ESTUDAR:

• COMEÇEM PELOS LIVROS

INTRODUÇÃO ÀS

SUBSTITUIÇÕES

TRIGONOMÉTRICAS

$$\int x \sqrt{1-x^2} dx = ?$$

VOU CHAMAR O $\sqrt{1-x^2}$ DE "O TERMO MALVADO" DA INTEGRAL.

$$\int \underbrace{s}_{\sin \theta} \underbrace{\sqrt{1-s^2}}_{\underbrace{\frac{\sin \theta}{(\sin \theta)^2}}_{\cos \theta}} \underbrace{ds}_{\cos \theta d\theta}$$

$$= \int \sin \theta (\cos \theta)^2 d\theta$$

$$= \int \underbrace{(\cos \theta)^2}_c \underbrace{\sin \theta d\theta}_{(-1)dc}$$

$$= \int c^2 (-1) dc$$

$$= -\int c^2 dc$$

$$= -\frac{c^3}{3}$$

$$= -\frac{(\cos \theta)^3}{3} = -\frac{(\cos \arcsin s)^3}{3}$$

$$\left[\begin{aligned} s &= \sin \theta \\ s^2 &= (\sin \theta)^2 \\ 1-s^2 &= 1-(\sin \theta)^2 \\ 1-s^2 &= (\cos \theta)^2 \\ \sqrt{1-s^2} &= \cos \theta \\ \frac{ds}{d\theta} &= \frac{d}{d\theta} \sin \theta = \cos \theta \\ ds &= \cos \theta d\theta \\ \arcsin s &= \arcsin \sin \theta \\ \arcsin s &= \theta \end{aligned} \right]$$

$$\left[\begin{aligned} c &= \cos \theta \\ \frac{dc}{d\theta} &= -\sin \theta \\ \frac{dc}{d\theta} &= -\sin \theta d\theta \\ (-1)dc &= \sin \theta d\theta \end{aligned} \right]$$

$$\underline{\underline{\text{OU: } -\frac{\sqrt{1-s^2}^3}{3}}}$$

EXERCÍCIOS:

$$\begin{aligned} & \int (\sin x) (\cos x)^2 dx \quad (\text{USE } u = \sin x) \\ &= \int \underbrace{(\sin x)^2}_{u^2} \underbrace{(\cos x)^2}_{1-u^2} \underbrace{\cos x dx}_{du} \quad \left[\begin{aligned} u &= \sin x \\ \frac{du}{dx} &= \cos x \\ du &= \cos x dx \\ (\cos x)^2 &= 1-u^2 \end{aligned} \right] \\ &= \int u^2 (1-u^2) du \\ &= \int u^2 - u^4 du \\ &= \frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5} \\ &= \frac{(\sin x)^3}{3} - \frac{(\sin x)^5}{5} \end{aligned}$$

← SERÁ QUE ESSA CONTA TA CERTA?
Lembrem que:

$$\int f(x) dx = g(x)$$

É EQUIVALENTE A

$$f(x) = g'(x) \dots$$

UM JEITO DE LEMBRAR ISSO É ESSE:

$$\begin{aligned} (\int f(x) dx)' &= (g(x))' \\ f(x) &= g'(x) \end{aligned}$$

CONTINUA

AS
DIFERENÇAS
TRICAS

$$dx = ?$$

o $\sqrt{1-x^2}$ de
MALVADO" DA

$$\underbrace{-s^2}_{\substack{\text{sen } \theta \\ (\text{sen } \theta)^2 \\ \text{cos } \theta}} \underbrace{ds}_{\text{cos } \theta d\theta}$$

$$\underbrace{\theta^2 d\theta}_{\text{sen } \theta d\theta} \underbrace{dc}_{(-1)dc}$$

$$\left[\begin{array}{l} s = \text{sen } \theta \\ s^2 = (\text{sen } \theta)^2 \\ 1 - s^2 = 1 - (\text{sen } \theta)^2 \\ 1 - s^2 = (\text{cos } \theta)^2 \\ \sqrt{1 - s^2} = \text{cos } \theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \text{sen } \theta = \text{cos } \theta \\ ds = \text{cos } \theta d\theta \\ \arcsen s = \arcsen \text{sen } \theta \\ \arcsen s = \theta \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} c = \text{cos } \theta \\ dc = -\text{sen } \theta \\ \frac{dc}{d\theta} = -\text{sen } \theta \\ dc = -\text{sen } \theta d\theta \\ (-1)dc = \text{sen } \theta d\theta \end{array} \right]$$

EXERCÍCIOS:

$$\int (\text{sen } x)^2 (\text{cos } x)^3 dx$$

$$= \underbrace{(\text{sen } x)^2}_{u^2} \underbrace{(\text{cos } x)^2}_{1-u^2} \underbrace{\text{cos } x}_{du} dx$$

$$= \int u^2 (1 - u^2) du$$

$$= \int u^2 - u^4 du$$

$$= \frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5}$$

$$= \frac{(\text{sen } x)^3}{3} - \frac{(\text{sen } x)^5}{5}$$

$$(USE U = \text{sen } x)$$

$$\left[\begin{array}{l} u = \text{sen } x \\ \frac{du}{dx} = \text{cos } x \\ du = \text{cos } x dx \\ (\text{cos } x)^2 = 1 - u^2 \end{array} \right]$$

← SEJÁ QUE ESSA CONTA
TA CERTA?

Lembre que

$$\int f(x) dx = g(x)$$

é EQUIVALENTE A

$$f(x) = g'(x) \dots$$

um JEITO de LEMBRAR ISSO

é ESSE:

$$\left(\int f(x) dx \right)' = (g(x))'$$

$$f(x) = g'(x)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{3} (\text{sen } x)^3 - \frac{1}{5} (\text{sen } x)^5 \right)$$

$$= \frac{1}{3} \frac{d}{dx} (\text{sen } x)^3 - \frac{1}{5} \frac{d}{dx} (\text{sen } x)^5$$

$$= \frac{1}{3} \cancel{3} (\text{sen } x)^2 \frac{d}{dx} \text{sen } x - \frac{1}{5} \cancel{5} (\text{sen } x)^4 \frac{d}{dx} \text{sen } x$$

$$= (\text{sen } x)^2 \text{cos } x - (\text{sen } x)^4 \text{cos } x$$

CONTINUANDO →

$$= ((\text{sen } x)^2 - (\text{sen } x)^4) \text{cos } x$$

$$= ((\text{sen } x)^2 (1 - (\text{sen } x)^2)) \text{cos } x$$

$$= ((\text{sen } x)^2 (\text{cos } x)^2) \text{cos } x$$

$$= (\text{sen } x)^2 (\text{cos } x)^3$$

VÁRIAS QUESTÕES DA

PROVA VÃO TER UM ITEM

DESSA FORMA DAQUI

(15pts) TESTE SEU RESULTADO.

$$-\frac{(\text{cos } \arcsen s)^3}{3}$$

$$\underline{\underline{\text{OU}}}: -\frac{\sqrt{1-s^2}^3}{3}$$

C2 18/SET/2023

INÍCIO: 14:20

A GENTE ESTAVA VENDO
SUBSTITUIÇÃO TRIGONÔ-
MÉTRICA, E A GENTE
(QUASE) VIU UMA
CONTA ASSIM:

$$\begin{aligned}\int \frac{1}{\sqrt{1-s^2}} ds &= \int \frac{1}{\cos \theta} \cos \theta d\theta \\ &= \int 1 d\theta \\ &= \theta \\ &= \arcsen s\end{aligned}$$

SERÁ QUE ISSO TÁ CERTO?

SERÁ QUE $\frac{d}{ds} \arcsen s = \frac{1}{\sqrt{1-s^2}}$?

HOJE: DERIVADA DA
FUNÇÃO INVERSA!

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x} \quad \leftarrow \text{CASO MAIS FAMOSO}$$

$$\begin{aligned}s &= \sen \theta \\ \frac{ds}{d\theta} &= \cos \theta \\ ds &= \cos \theta d\theta \\ (\sen \theta)^2 + (\cos \theta)^2 &= 1 \\ (\cos \theta)^2 &= 1 - (\sen \theta)^2 \\ \cos \theta &= \sqrt{1 - (\sen \theta)^2} \\ \cos \theta &= \sqrt{1 - s^2} \\ \arcsen s &= \arcsen \sen \theta \\ \arcsen s &= \theta\end{aligned}$$

DIGAMOS QUE $f(g(x)) = x$
ENTÃO:

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = \frac{d}{dx} x$$

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x)) g'(x)$$

$$1 = f'(g(x)) g'(x)$$

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$$

AVISO:

EU VOU PRECISAR
REPOR AS AULAS
DE 03/OUT E 04/OUT
EM OUTROS DIAS,
E EU GOSTARIA DE
REPOR ELAS EM HORÁRIOS
EM QUE MUITA GENTE
POSSA VIR! POR FAVOR
COMECEM A PENSAR
EM QUAIS SÃO OS
HORÁRIOS BONS PRA
VOCÊS!

CASO PARTICULAR:

$$g(x) = \ln x$$

$$g'(x) = \ln' x$$

$$f(x) = e^x$$

$$f'(x) = e^x$$

AI ISSO VIRA:

DIGAMOS QUE $e^{\ln x} = x$
ENTÃO:

$$\frac{d}{dx} e^{\ln x} = \frac{d}{dx} x$$

$$\frac{d}{dx} e^{\ln x} = e^{\ln x} \ln' x$$

$$e^{\ln x} = x$$

$$\left[\begin{array}{l} \theta)^2 = 1 \\ -(\sin \theta)^2 \\ \frac{1 - (\sin \theta)^2}{1 - s^2} \\ \text{rcsen sen } \theta \\ \theta \end{array} \right]$$

Digamos que $f(g(x)) = x$.

Então: $\frac{d}{dx} f(g(x)) = \frac{d}{dx} x$

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x)) g'(x)$$

$$1 = f'(g(x)) g'(x)$$

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$$

AVISO:

EU VOU PRECISAR
REPOR AS AULAS
DE 03/OUT E 04/OUT
EM OUTROS DIAS,
E EU GOSTARIA DE
REPOR ELAS EM HORÁRIOS
EM QUE MUITA GENTE
POSSA VIR! POR FAVOR
COMECEM A PENSAR
EM QUAIS SÃO OS
HORÁRIOS BONS PRA
VOCÊS!

CASO PARTICULAR:

$$g(x) = \ln x$$

$$g'(x) = \ln' x$$

$$f(x) = e^x$$

$$f'(x) = e^x$$

Aí ISSO:

Digamos que $e^{\ln x} = x$.

Então: $\frac{d}{dx} e^{\ln x} = \frac{d}{dx} x$

$$\frac{d}{dx} e^{\ln x} = e^{\ln x} \ln' x$$

$$1 = e^{\ln x} \ln' x$$

$$\ln' x = \frac{1}{e^{\ln x}}$$

Se $f(x) = e^x$
e $g(x) = 200x$
Então $f(g(x)) = e^{200x}$

$$\frac{f(g(x))}{e^{200x}} =$$

$$\underbrace{f(g(x))}_{\text{EXPR ORIG}} \left[\underbrace{f(x) := e^x}_{\text{SUBST}} \right] = \underbrace{e^{200x}}_{\text{EXPR NOVA}}$$

$$f(g(x))$$

$$= f(g(x))$$

22/19/SET/2023

INÍCIO: 16:15

HOJE: FRAÇÕES PARCIAIS! ISSO É ALGO QUE SEGUNDO O CRONOGRAMA A GENTE DEVERIA TER VISTO ANTES DE MUDANÇA DE VARIÁVEIS, MAS EU MUDEI A ORDEM...

COMEÇEM COM ISSO AQUI:

a) $\int \frac{a}{bx+c} dx = ?$

b) $\int \frac{1}{x-a} dx = ?$

DICA: FAZAN $u = bx+c$ NO ITEM (a) E $u = x-a$ NO ITEM (b).

DICA 2: O (b) DÁ UMA FÓRMULA QUE VALE A PENA DECORAR!

$$\int \frac{1}{x-a} dx \quad \begin{matrix} \boxed{u = x-a} \\ \boxed{du = dx} \\ \boxed{u+a = x} \end{matrix}$$

$$= \int \frac{1}{(u+a)-a} du$$

$$= \int \frac{1}{u} du$$

$$= \ln u$$

$$= \ln(x-a)$$

$$\int \frac{1}{x-a} dx \stackrel{(1)}{=} \ln(x-a)$$

$$\int \frac{1}{x-42} dx \stackrel{(2)}{=} \ln(x-42) \quad \text{POR (1) COM } a=42$$

$$\int \frac{1}{x+20} dx \stackrel{(3)}{=} \ln(x+20) \quad \text{POR (1) COM } a=-20$$

$$\int \frac{a}{bx+c} dx = a \int \frac{1}{bx+c} dx$$

$$= a \int \frac{1}{b(x+\frac{c}{b})} dx$$

$$= a \frac{1}{b} \int \frac{1}{x+\frac{c}{b}} dx$$

$$= \frac{a}{b} \ln\left(x+\frac{c}{b}\right)$$

$$\int \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} dx$$

$$= \int \frac{2}{x-3} dx + \int \frac{4}{x+5} dx$$

$$= 2 \int \frac{1}{x-3} dx + 4 \int \frac{1}{x+5} dx$$

$$= 2 \ln(x-3) + 4 \ln(x+5)$$

$$\frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} = \frac{2(x+5)}{(x-3)(x+5)} + \frac{(x-3) \cdot 4}{(x-3)(x+5)}$$

$$= \frac{2(x+5) + (x-3) \cdot 4}{(x-3)(x+5)}$$

$$= \frac{2x+10+4x-12}{x^2+2x-15}$$

$$= \frac{6x-2}{x^2+2x-15}$$

$$\frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} = \frac{6x-2}{x^2+2x-15}$$

$$\int \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} dx = \int \frac{6x-2}{x^2+2x-15} dx$$

FRAÇÕES PARCIAIS VÃO SER UMA TÉCNICA PRA GENTE INTEGRAR COISAS DESTA FORMA:

$$\int \frac{p(x)}{q(x)} dx$$

ONDE $p(x)$ E $q(x)$ SÃO POLINÔMIOS

$$4x^2 + 5x = 4x^2 + 5x^1$$

4	5	6
---	---	---

CTG
CTG
CTG

$$\begin{cases} u = x - a \\ du = dx \\ u + a = x \end{cases}$$

$$\int \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} dx$$

$$= \int \frac{2}{x-3} dx + \int \frac{4}{x+5} dx$$

$$= 2 \int \frac{1}{x-3} dx + 4 \int \frac{1}{x+5} dx$$

$$= 2 \ln(x-3) + 4 \ln(x+5)$$

$$\begin{aligned} x^{(1)} &= \ln(x-a) \\ x^{(2)} &= \ln(x-42) \quad \text{POR (1) com } a=42 \\ x^{(3)} &= \ln(x+20) \quad \text{POR (1) com } a=-20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+c} dx &= \frac{1}{b} \int \frac{1}{x+\frac{c}{b}} dx \\ &= \frac{1}{b} \ln\left(x+\frac{c}{b}\right) \\ &= \frac{1}{b} \ln\left(x+\frac{c}{b}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} &= \frac{2(x+5)}{(x-3)(x+5)} + \frac{(x-3) \cdot 4}{(x-3)(x+5)} \\ &= \frac{2(x+5) + (x-3) \cdot 4}{(x-3)(x+5)} \\ &= \frac{2x+10+4x-12}{x^2+2x-15} \\ &= \frac{6x-2}{x^2+2x-15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} &= \frac{6x-2}{x^2+2x-15} \\ \int \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} dx &= \int \frac{6x-2}{x^2+2x-15} dx \end{aligned}$$

FRAÇÕES PARCIAIS
VÃO SER UMAS TÉCNICAS
PARA GENTE INTEGRAR
COISAS DESTA FORMA:

$$\int \frac{p(x)}{q(x)} dx$$

ONDE $p(x)$ E $q(x)$
SÃO POLINÔMIOS.

$$\begin{aligned} 4x^2 + 5x + 6 \\ = 4x^2 + 5x^1 + 6x^0 \end{aligned}$$

COEF DO
TERMO DE
GRAU 0

COEF DO
TERMO DE
GRAU 1

COEF DO
TERMO DE
GRAU 2

$$\boxed{4} \boxed{5} \boxed{6}$$

CTG 0
CTG 1
CTG 2

$$4 \quad 5 \quad 6$$

$$= 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

C.T.G 0
C.T.G 1
C.T.G 2

EXERCÍCIO:
CALCULE O RESULTADO
DAS EXPRESSÕES ABAIXO
E EXPRESSE ELE EM
NOTAÇÃO DE CAIXINHAS.

a) $\boxed{4} \boxed{5} \boxed{6} + \boxed{2} \boxed{3} = \boxed{4} \boxed{7} \boxed{9}$

DICA: $(4x^2 + 5x + 6) + (2x + 3) = 4x^2 + 7x + 9$

b) $\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} + \boxed{4} \boxed{5} \boxed{6} \boxed{7}$

c) $\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \cdot \boxed{1} \boxed{0}$

d) $\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \cdot \boxed{1} \boxed{2}$

21/9/2023

Início: 16:15

$$\begin{array}{r} \boxed{4|5|6} \\ + \boxed{2|3} \\ \hline \boxed{4|7|9} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 456 \\ + 23 \\ \hline 479 \end{array}$$

TRADUZA ESSA
SÉRIE DE IGUALDADES
TODA PRA NOTAÇÃO
DE CAIXINHAS.

EXEMPLO: A
SEGUNDA EXPRESSÃO
VIRA

$$\boxed{2} \cdot \boxed{1|5} + \frac{\boxed{1|-3} \cdot \boxed{4}}{\boxed{1|-3} \cdot \boxed{1|5}}$$

OU:

$$\frac{2 \cdot \boxed{1|5}}{\boxed{1|-3} \cdot \boxed{1|5}} + \frac{\boxed{1|-3} \cdot 4}{\boxed{1|-3} \cdot \boxed{1|5}}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{1|2|3} \\ + \boxed{4|5|6|7} \\ \hline \boxed{4|6|8|10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ + 4567 \\ \hline 4690 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{1|2|3} \\ \cdot \boxed{1|2} \\ \hline \boxed{2|4|6} \\ \hline \boxed{1|2|3} \\ \hline \boxed{1|4|7|6} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ \cdot 12 \\ \hline 246 \\ 123 \\ \hline 1476 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{1|2|3} \cdot \boxed{1|0} \\ = \boxed{1|2|3|0} \end{array}$$

$$123 \cdot 10 = 1230$$

$$\begin{aligned} \int \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} dx \\ &= \int \frac{2}{x-3} dx + \int \frac{4}{x+5} dx \\ &= 2 \int \frac{1}{x-3} dx + 4 \int \frac{1}{x+5} dx \\ &= 2 \ln(x-3) + 4 \ln(x+5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} &= \frac{2(x+5)}{(x-3)(x+5)} + \frac{(x-3) \cdot 4}{(x-3)(x+5)} \\ &= \frac{2(x+5) + (x-3) \cdot 4}{(x-3)(x+5)} \\ &= \frac{(2x+10) + (4x-12)}{x^2+2x-15} \\ &= \frac{6x-2}{x^2+2x-15} \end{aligned}$$

$$\frac{2}{\boxed{1|-3}} + \frac{4}{\boxed{1|5}}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} &= \frac{6x-2}{x^2+2x-15} \\ \int \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} dx &= \int \frac{6x-2}{x^2+2x-15} dx \end{aligned}$$

EXERCÍCIO:

REDUZA ESSA

SÉRIE DE IGUALDADES.

MODA PARA NOTARÇÃO

DE CAIXINHAS.

EXEMPLO: A

SEGUNDA EXPRESSÃO

VIRA

$$\frac{2 \cdot \boxed{1 \mid 5}}{\boxed{1 \mid -3} \cdot \boxed{1 \mid 5}} + \frac{\boxed{1 \mid -3} \cdot \boxed{4}}{\boxed{1 \mid -3} \cdot \boxed{1 \mid 5}}$$

OU:

$$\frac{2 \cdot \boxed{1 \mid 5}}{\boxed{1 \mid -3} \cdot \boxed{1 \mid 5}} + \frac{\boxed{1 \mid -3} \cdot 4}{\boxed{1 \mid -3} \cdot \boxed{1 \mid 5}}$$

$$\int \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} dx$$

$$= \int \frac{2}{x-3} dx + \int \frac{4}{x+5} dx$$

$$= 2 \int \frac{1}{x-3} dx + 4 \int \frac{1}{x+5} dx$$

$$= 2 \ln(x-3) + 4 \ln(x+5)$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} &= \frac{2(x+5)}{(x-3)(x+5)} + \frac{(x-3) \cdot 4}{(x-3)(x+5)} \\ &= \frac{2(x+5) + (x-3) \cdot 4}{(x-3)(x+5)} \\ &= \frac{(2x+10) + (4x-12)}{x^2+2x-15} \\ &= \frac{6x-2}{x^2+2x-15} \end{aligned}$$

$$\frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} = \frac{6x-2}{x^2+2x-15}$$

$$\int \frac{2}{x-3} + \frac{4}{x+5} dx = \int \frac{6x-2}{x^2+2x-15} dx$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{\boxed{1 \mid -3}} + \frac{4}{\boxed{1 \mid 5}} &= \frac{2 \cdot \boxed{1 \mid 5}}{\boxed{1 \mid -3} \cdot \boxed{1 \mid 5}} + \frac{\boxed{1 \mid -3} \cdot 4}{\boxed{1 \mid -3} \cdot \boxed{1 \mid 5}} \\ &= \frac{2 \cdot \boxed{1 \mid 5} + \boxed{1 \mid -3} \cdot 4}{\boxed{1 \mid -3} \cdot \boxed{1 \mid 5}} \\ &= \frac{\boxed{2 \mid 10} + \boxed{4 \mid -12}}{\boxed{1 \mid 2 \mid -15}} \\ &= \frac{\boxed{6 \mid -2}}{\boxed{1 \mid 2 \mid -15}} \end{aligned}$$

C2 19/SET/2023

Início: 16:15

$$\begin{array}{r} 2773 \overline{) 12} \\ -24 \\ \hline 37 \\ -36 \\ \hline 13 \\ -12 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 7x^2 + 7x + 3 \overline{) x+2} \\ -(2x^3 + 4x^2) \\ \hline 3x^2 + 7x \\ -(3x^2 + 6x) \\ \hline x + 3 \\ -(x + 2) \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2773 \overline{) 12} \\ -24 \\ \hline 37 \\ -36 \\ \hline 13 \\ -12 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2773 \\ -2400 = 12 \cdot 200 \\ \hline 373 \\ -360 = 12 \cdot 30 \\ \hline 13 \\ -12 = 12 \cdot 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 231 + 1 = 2773 \\ 2772 \\ \hline 2773 \end{array}$$

EXERCÍCIO:

CALCULE O

RESULTADO DE $x^4 / (x+1)$

POR DIVISÃO COM RESTO.

FAÇA PRIMEIRO A CONTA COM POLINÔMIOS E DEPOIS TRANZUA ELA PRA CAIXINHAS.

$$\begin{array}{r} 10000 \overline{) 11} \\ -11 \\ \hline -10 \\ -11 \\ \hline 10 \\ -11 \\ \hline -10 \\ -11 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1-11-1-1 \\ 11 \\ \hline 1-11-1-1 \\ 1000-1 \end{array}$$

O QUE A GENTE VAI VER AMANHÃ:

LÁ NO INÍCIO DA AULA A GENTE OBTIVE ESSA FÓRMULA AQUI E DEPOIS A GENTE REUSOU ELA VARIAS VEZES:

$$\int \frac{1}{x-a} dx = \ln(x-a)$$

OS PROBLEMAS DE FRAÇÕES PARCIAIS TÊM CASAS TIPO ISSO AQUI:

$$\int \frac{ax+b}{cx^2+dx+e} dx = ?$$

$$\int \frac{ax^3+bx^2+cx+d}{ex^2+dx+f} dx =$$

O MELHOR MODO DA GENTE RESOLVER ELAS VAI SER A GENTE OBTEN ALGUMAS FÓRMULAS SUPER ÚTEIS E REUS ELAS MUITAS VEZES. PRA A GENTE VAI TER QUE TRE CONTAR COM LETRAS... PO

$$\frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} = ?$$

EXERCÍCIO:

CALCULE O

RESULTADO DE $x^4 / (x+1)$

POR DIVISÃO COM RESTO.

FAÇA PRIMEIRO A CONTA
COM POLINÔMIOS E

DEPOIS TRANZA ELA
PRA CAIXINHAS.

$$\begin{array}{r}
 \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \quad | \quad \boxed{1} \boxed{1} \\
 - \boxed{1} \boxed{1} \\
 \hline
 \boxed{-1} \boxed{0} \\
 - \boxed{-1} \boxed{-1} \\
 \hline
 \boxed{1} \boxed{0} \\
 - \boxed{1} \boxed{1} \\
 \hline
 \boxed{-1} \boxed{0} \\
 - \boxed{-1} \boxed{-1} \\
 \hline
 \boxed{1}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \boxed{1} \boxed{-1} \boxed{1} \boxed{-1} \\
 \boxed{1} \\
 \hline
 \boxed{1} \boxed{-1} \boxed{1} \boxed{-1} \\
 \boxed{1} \boxed{-1} \boxed{1} \boxed{-1} \\
 \hline
 \boxed{1} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{-1}
 \end{array}$$

$$\boxed{1} + \boxed{1} = \boxed{2} \boxed{7} \boxed{7} \boxed{3}$$

O QUE A GENTE
VAI VER AMANHÃ:

LÁ NO INÍCIO DA
AULA A GENTE
OBTENHE ESSA FÓRMULA
AQUI E DEPOIS A
GENTE REUSOU ELA
VARIAS VEZES:

$$\int \frac{1}{x-a} dx = \ln(x-a)$$

OS PROBLEMAS DE
FRAÇÕES PARCIAIS
TÊM CARAS TIPO
ISSO AQUI:

$$\int \frac{ax+b}{cx^2+dx+e} dx = ?$$

$$\int \frac{ax^3+bx^2+cx+d}{ex^2+dx+f} dx = ?$$

O MELHOR MODO DA GENTE
RESOLVER ELAS VAI SER A,
GENTE OBTEN ALGUMAS FÓRMULAS
GERAIS SUPER ÚTEIS E REUSAR
ELAS MUITAS VEZES. PRA ISSO
A GENTE VAI TER QUE TREINAR
CONTAR COM LETRAS... POR EXEMPLO,

$$\frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} = ?$$

... E AS CAIXINHAS VÃO:

- 1) NOS OBRIGAR A
ORGANIZAR OS
RESULTADOS
INTERMEDIÁRIOS
COMO POLINÔMIOS, E
- 2) NOS AJUDAR A
FAZER ALGUMAS
CONTAS DE CABEÇA.

$$\frac{\boxed{A}}{\boxed{1} \boxed{-a}} + \frac{\boxed{B}}{\boxed{1} \boxed{-b}} =$$

C2 20/SET/2023

INÍCIO: 9:17

HOJE: CONTINUAÇÃO
DE FRACÇÕES PARCIAIS!

LEMBRE QUE PRA GENTE
FRACÇÕES PARCIAIS VÃO
SER PRINCIPALMENTE
UMA DESCURPA PRA GENTE
APRENDER TRUQUES
COM POLINÔMIOS...

AS FOTOS DOS QUADROS
DE ONTEM JÁ ESTÃO
NA PÁGINA DO CURSO!
SE ALGUÉM PRECISAR
CONSULTAR AS FIGURAS
SOBRE NOTASÃO DE
CAIXINHAS É SÓ
ACESSAR AS FOTOS!

$$\begin{aligned} \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} &= \frac{A(x-b) + (x-a) \cdot B}{(x-a)(x-b)} \\ &= \frac{A \boxed{1|-b} + \boxed{1|-a} \cdot B}{\boxed{1|-a} \boxed{1|-b}} \\ &= \frac{\boxed{A|-Ab} + \boxed{B|-aB}}{\boxed{1|-a-b} \boxed{ab}} \\ &= \frac{\boxed{A+B|-Ab-aB}}{\boxed{1|-a-b} \boxed{ab}} \\ &= \frac{(A+B)x + (-Ab-aB)}{x^2 + (-a-b)x + ab} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{1|-a} \cdot \boxed{1|-b} &= \boxed{1|-a-b} \boxed{ab} \\ (x-a) \cdot (x-b) &= x^2 - (a+b)x + ab \\ &= x^2 + (-a-b)x + ab \end{aligned}$$

DIGAMOS QUE

$$f(x) = (x-2)(x+5) = \boxed{1|-2} \cdot \boxed{1|5}$$

E $g(x) = x^2 + 3x - 10 = \boxed{1|3} \boxed{-10}$

ENTÃO: $f(x) = g(x)$

$$f(2) = 0$$

$$f(-5) = 0$$

AS RAÍZES DESSES
POLINÔMIOS SÃO 2 E -5
(OU $x=2$ E $x=-5$)

O QUE QUER DIZER
"FATORAR UM POLINÔMIO"?

$$\begin{aligned} \boxed{1|1|-20} &= \boxed{1|-a} \cdot \boxed{1|-b} \\ &= \boxed{1|-a-b} \boxed{ab} \end{aligned}$$

DIGAMOS QUE A
GENTE SABE QUE
ISSO É UM POLINÔMIO
"FÁCIL DE FATORAR",
NO SENTIDO DE QUE
a E b SÃO INTEIROS...
ENTÃO A GENTE
PODE DESCOBRIR a E b
POR CHUTAR E TESTAR...

a	b	ab	a+b	-a-b
1	-20	-20	-19	19
2	-10	-20	-8	8
4	-5	-20	-1	1
5	-4	-20	-1	1
10	-2	-20	8	8
20	-1	-20	19	19
-20	1	-20	-19	-19
-10	2	-20	-8	-8
-5	4	-20	-1	-1
-4	5	-20	-1	-1
-2	10	-20	8	8
-1	20	-20	19	19

① EXERCÍCIO:
FATORE OS POLINÔMIOS
ABAIXO. FAÇA A
TABELA SE PRECISAR,
E FAÇA DE CABEÇA
SE CONSEGUIR.

a) $\boxed{1|5} \boxed{5}$

b) $\boxed{1|-6} \boxed{5}$

c) $\boxed{1|6} \boxed{8}$

d) $\boxed{1|-6} \boxed{8}$

e) $\boxed{1|2} \boxed{-8}$

② EXERCÍCIO:
INVENTE ALGUNS
POLINÔMIOS
FÁCEIS DE FATORAR
E PEÇA PROS SEUS
VIZINHOS FATORAREM
ELES - E FATORE
OS POLINÔMIOS DOS
SEUS VIZINHOS.

$$x^2 - b = x^2 - (a+b)x + ab$$

$$= x^2 + (-a-b)x + ab$$

$$x^2 - 2x + 10 = (x-2)(x+5)$$

$$= (1|-2) \cdot (1|5)$$

$$x^2 + 3x - 10 = (x+5)(x-2)$$

$$= (1|3|-10)$$

$$x^2 - 5 = (x-5)(x+5)$$

$$= (1|-5)$$

$$x^2 - 5 = (x-5)(x+5)$$

$$= (1|-5)$$

$$x^2 - 5 = (x-5)(x+5)$$

$$= (1|-5)$$

$$x^2 - 5 = (x-5)(x+5)$$

$$= (1|-5)$$

$$x^2 - 5 = (x-5)(x+5)$$

$$= (1|-5)$$

DIGAMOS QUE A
GENTE GENTE QUE
ISSO É UM POLINÔMIO
"FÁCIL DE FATORAR"
NO SENTIDO DE QUE
a e b SÃO INTEIROS...
ENTÃO A GENTE
PODE DESCOBRIR a e b
POR CHUTAR E TESTAR...

a	b	ab	a+b	-a-b
1	-20	-20	-19	19
2	-10	-20	-8	8
4	-5	-20	-1	1
5	-4	-20	1	-1
10	-2	-20	8	-8
20	-1	-20	19	-19
-20	1	-20	-19	19
-10	2	-20	-8	8
-5	4	-20	-1	1
-4	5	-20	1	-1
-2	10	-20	8	-8
-1	20	-20	19	-19

① EXERCÍCIO:
FATORE OS POLINÔMIOS
ABAIXO. FAÇA A
TABELA SE NECESSÁRIO
E FAÇA DE CABEÇA
SE CONSEGUIR.

$$a) (1|6|5)$$

$$b) (1|-6|5)$$

$$c) (1|6|8)$$

$$d) (1|-6|8)$$

$$e) (1|2|-8)$$

② EXERCÍCIO:
INVENTE ALCUNS
POLINÔMIOS
FÁCEIS DE FATORAR
E PESA PROS SEUS
VIZINHOS FATORAREM
ELES - E FATORE
OS POLINÔMIOS DOS
SEUS VIZINHOS.

NO EXERCÍCIO 2
VOCÊ APRENDEU
O QUE SÃO SITUAÇÕES
EM QUE UMA PESSOA
SABE OS VALORES
DE a e b E A OUTRA
NÃO SABE... A OUTRA
SÓ SABE OS VALORES
DE -a-b E DE ab
E ELA VAI TENTAR
DESCOBRIR a e b -
E NESES PROBLEMAS
A GENTE GERALMENTE
TEM DUAS SOLUÇÕES:

$$(1|3|-10) = (1|-2) \cdot (1|5)$$

$$(1|3|-10) = (1|5) \cdot (1|-2)$$

AGORA A PESSOA QUE
PROPÕE O PROBLEMA
VAI PROPOR UM
PROBLEMA NESTE FORMATO
AQUI:

$$\frac{2}{x-3} + \frac{4}{x-5} = \frac{2 \cdot (1|-3) + 4 \cdot (1|-5)}{(1|-8|15)}$$

$$= \frac{(2|-10) + (4|-20)}{(1|-8|15)}$$

$$= \frac{(6|-30)}{(1|-8|15)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-b}$$

③ ENCONTRE a, b, A e B
NESES CASOS AQUI:

$$a) \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} = \frac{6}{x^2-x-20}$$

b) (ESSE AQUI É DO P. 445
DO STEWART)

$$\frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} = \frac{x}{x^2+x-2}$$

④ TEM UM EXERCÍ-
CIO BEM IMPORTANTE
(E TRABALHOSO) NO
PDFZINHO DE FÓRMULAS
PARCIAIS... É O
"EXERCÍCIO 8".

Mostre como
ORGANIZAR A
SOLUÇÃO DO (7F)
EM VÁRIAS SÉRIES
DE IGUALDADES
FÁCEIS DE JUSTIFICAR,
COMO NO SLIDE 3.
VOCÊ PODE PRECISAR
DE ALGUMAS COISINHAS
EM PORTUGUÊS...
[LIMAS]

C2 25/SET/2023

INÍCIO: 14:11

HOJE: SOMAS DE RIEMANN!

O MEU OBJETIVO

NESSE CURSO É FAZER COM QUE VOCÊS SAIAM DELE SENDO CAPAZES DE ESTUDAR POR VÁRIOS LNROS... SOMAS DE

RIEMANN SÃO UM ASSUNTO QUE TEM A VER COM POUCOS ITENS DO PROGRAMA DO CURSO E QUE SÓ VAI CAIR EM UMA QUESTÃO DE 1.0 OU 1.5 PONTOS DA P1 - E TALVEZ NA P2

TAMBÉM - MAS PRA APRENDER SOMAS DE RIEMANN A GENTE VAI TER QUE APRENDER TANTA COISA ÚTIL QUE EU VOU GASTAR 3 OU 4 AULAS EM SOMAS DE RIEMANN.

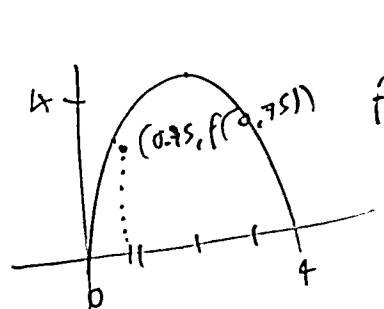
TUDO QUE A GENTE VAI USAR HOJE ESTÁ NO PDFZINHO SOBRE SOMAS DE RIEMANN.

$$\sum_{i=1}^4 K = K^1 [K:=1] + K^1 [K:=2] + K^1 [K:=3] + K^1 [K:=4] = 1^1 + 2^1 + 3^1 + 4^1$$



$f(x)$

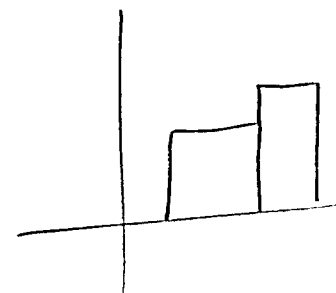
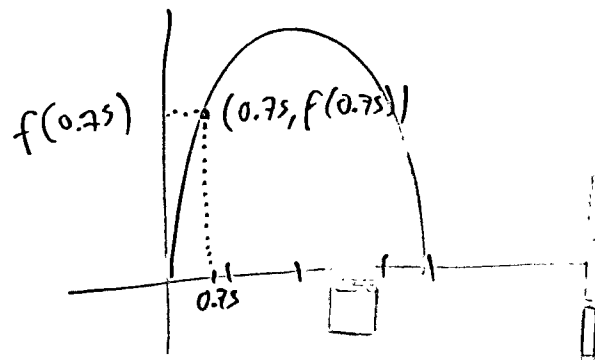
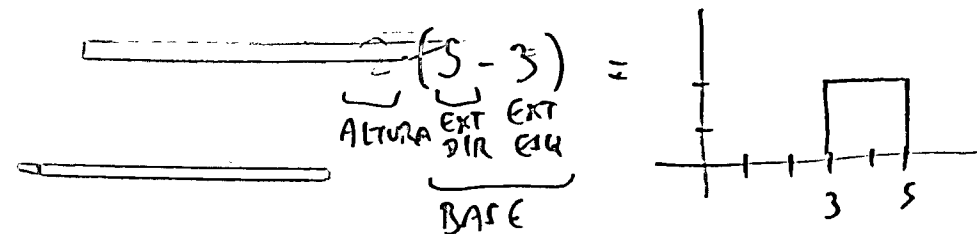
$$\sum_{i=1}^4 f(x_i)(x_i - x_{i-1})$$



$$f(x) = 4 - (x-2)^2$$

$$f(0.75) = 2.625$$

JEITO BURRO
JEITO ESPERTO



$$\begin{aligned}
 & k^{10} [k:=1] \\
 & k^{10} [k:=2] \\
 & k^{10} [k:=3] \\
 & + k^{10} [k:=4] \\
 & = 1^{10} + 2^{10} + 3^{10} + 4^{10}
 \end{aligned}$$

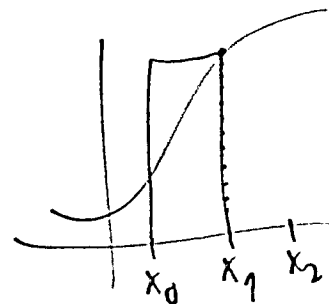
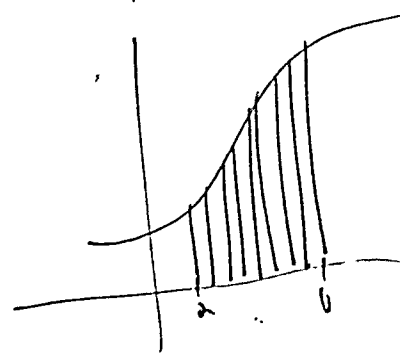
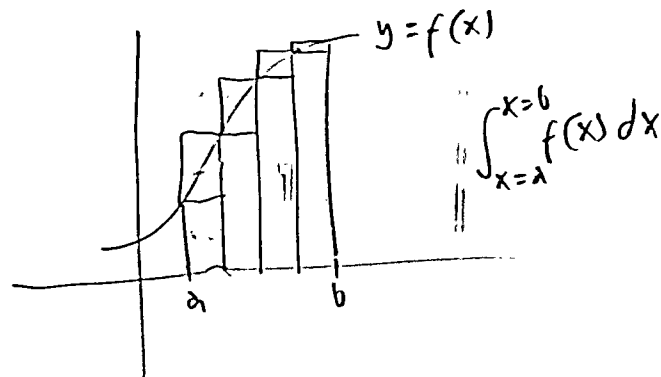
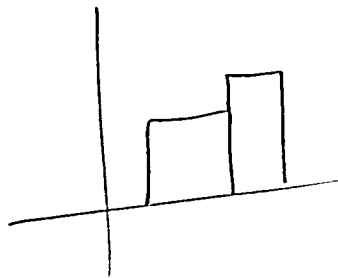
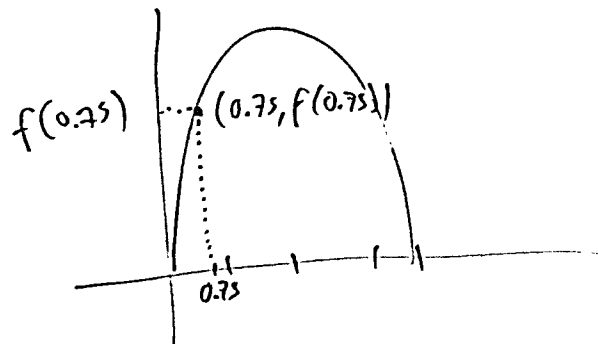
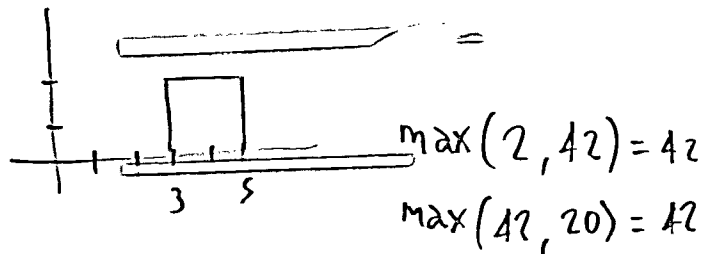
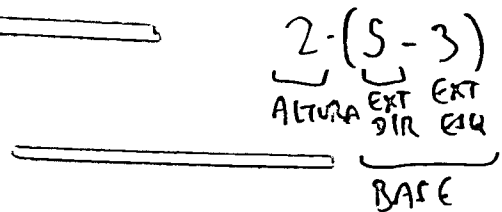
$f(x)$

$$\sum_{i=1}^4 f(x_i)(x_i - x_{i-1})$$

$$f(x) = 4 - (x-2)^2$$

$f(0.75)$
 $(0.75, f(0.75))$
 2.625

JEITO BURRO
 JEITO ESPERTO



$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^4 f(x_i)(x_i - x_{i-1}) &= (f(x_1)(x_1 - x_{1-1})) [i=1] \\
 &+ (f(x_2)(x_2 - x_{2-1})) [i=2] \\
 &+ (f(x_3)(x_3 - x_{3-1})) [i=3] \\
 &+ (f(x_4)(x_4 - x_{4-1})) [i=4] \\
 &= f(x_1)(x_1 - x_{1-1}) \\
 &+ f(x_2)(x_2 - x_{2-1}) \\
 &+ f(x_3)(x_3 - x_{3-1}) \\
 &+ f(x_4)(x_4 - x_{4-1})
 \end{aligned}$$

C2 25/SET/2023

INÍCIO: 14:11

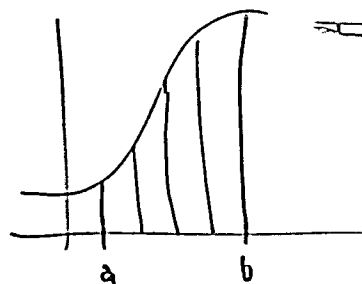
HOJE: SOMAS DE RIEMANN!

O MEU OBJETIVO

NESSE CURSO É FAZER COM QUE VOCÊS SAIAM DELE SENDO CAPAZES DE ESTUDAR POR VÁRIOS LIVROS... SOMAS DE RIEMANN SÃO UM ASSUNTO QUE TEM A VER COM POUCOS ITENS DO PROGRAMA DO CURSO E QUE SÓ VAI CAIR EM UMA QUESTÃO DE 1.0 OU 1.5 PONTOS DA P1 - E TALVEZ NA P2 TAMBÉM - MAS PRA APRENDER SOMAS DE RIEMANN A GENTE VAI TER QUE APRENDER TANTA COISA ÚTIL QUE EU VOU GASTAR 3 OU 4 AULAS EM SOMAS DE RIEMANN.

TUDO QUE A GENTE VAI USAR HOJE ESTÁ NO PDFZINHO SOBRE SOMAS DE RIEMANN.

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$



$$\{20, 20, 20, 42\} = \{20, 42\} = \{42, 20\}$$

$$\{2, 9, 4, 3\} = \{2, 3, 4, 9\}$$

$$x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3$$

$$P = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} & & & & & & b \\ & & & & & & | \\ a & & & & & & \\ | & & & & & & \\ x_0 & x_1 & & x_2 & x_3 & x_4 & \\ | & | & & | & | & | & \\ [x_0, x_1] & & [x_2, x_3] & & [x_3, x_4] & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & N=4 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} & & & & & & b \\ & & & & & & | \\ a & & & & & & \\ | & & & & & & \\ x_0 & x_1 & & x_2 & x_3 & x_4 & \\ | & | & & | & | & | & \\ a_1 & b_1 & & b_2 & b_3 & b_4 & \\ & & & a_2 & a_3 & a_4 & \end{array} \end{array}$$

$$\sum_{i=1}^N f(a_i)(b_i - a_i)$$

C2 / SET/2023

INÍCIO: 16:25

HOJE A GENTE VAI
COMEÇAR COM O
"JOGO COLABORATIVO"

$$\underbrace{\{a \in \{1,2,3\} \mid a \geq 2\}}_{\text{GERADOR}} = \{2,3\}$$

$$\underbrace{\{10a\}}_{\text{EXPR}} \mid \underbrace{a \in \{1,2,3\}}_{\text{GERADOR}} = \{10, 20, 30\}$$

MUITO IMPORTANTE...

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [1,2), y \in [1,2)\}$$

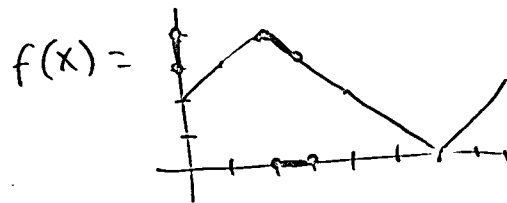
$A' =$

$$(1.5, 1.5) \in A? \text{ SIM}$$

$$(1.5, 1.5) \in A'? \text{ NÃO}$$

$$A \neq A'$$

$$A'' =$$

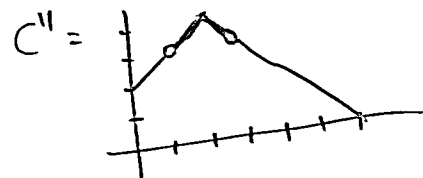
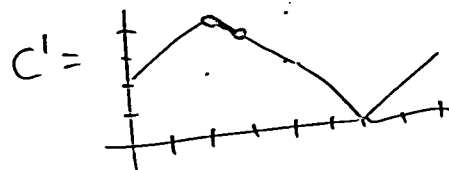


$$f([2,3]) = ?$$

$$B = [2,3]$$

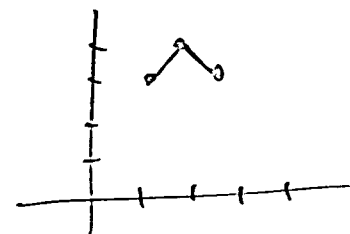
$$C = \{(x, f(x)) \mid x \in B\}$$

$$D = \{y \mid (x,y) \in C\}$$



$$C = C'?$$

$$C = C''?$$



C2 27/set/2023

INÍCIO: 9:26

LEIAM OS SLIDES
"AVISOS" E "AVISOS(2)"
DA VERSÃO NOVA DO
PDFZINHO DE HOJE!

FAÇAM OS EXERCÍCIOS
DE IMAGENS DE
INTERVALOS!

DEPOIS QUE VOCÊS
TERMINAREM ESSES
FAÇAM OS DO SLIDE
"AGORA UMA FUNÇÃO
DESCONTÍNUA!"

NO FIM DA p.36:

$$\sup(f(B)) = \max_{x \in B} f(x)$$

$$\begin{aligned} \int_P f(x) dx &= [\sup]_P \\ &= \sum_{i=1}^N \sup(f([a_i, b_i])) (b_i - a_i) \end{aligned}$$

EXERCÍCIO:

DIGAMOS QUE

$$P = \{3, 4, 5\}.$$

REPRESENTE GRAFICAMENTE
OU SEJA,

$$\begin{aligned} \int_P f(x) dx, \\ \int_{\{3, 4, 5\}} f(x) dx \end{aligned}$$

$$U = [,]$$

$$U' = (5, +\infty)$$

$$U = [,]$$

$$U'' = (5, +\infty]$$

$$5 \in U?$$

$$5 \in U'?$$

$$5 \in U?$$

$$5 \in U''?$$

$$\{y \in \mathbb{R} \mid 3 \leq y \leq 4\} = [3, 4]$$

$$(1, 3)$$

$$]1, 3[$$

C2 2/OUT/2023

INÍCIO: 14:21

HOJE: ÚLTIMA AULA
COM O TÍTULO
"SOMAS DE RIEMANN!"

HOJE NÓS VAMOS
VER:

- 1) FUNÇÕES NÃO INTEGRÁVEIS
- 2) COMO QUASE ENTENDER O TFC1 - UM ARGUMENTO VISUAL
- 3) COMO ALGUMAS PESSOAS FAZEM PRA VISUALIZAR O SIGNIFICADO DE EXPRESSÕES COMO $\forall x \in [3,5]. f(x) \leq 4$

NO PDF SOBRE FUNÇÕES DE DIRICHLET

NO PDF SOBRE TFC1

NO FINAL DO PDF SOBRE SOMAS DE RIEMANN

$\mathbb{Q}$: NÚMEROS RACIONAIS

123.000
123.456456456...

$\frac{a}{b}$

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$: IRRACIONAIS

123.456120965742...
(NÃO SE REPETE)

$\varepsilon = 0.00012450623497...$

$\frac{23}{107} + \varepsilon$ IRRACIONAL.

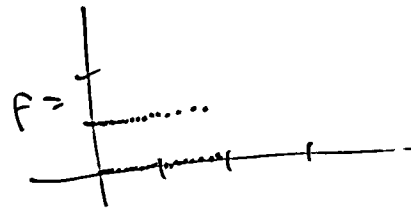
$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow$ EXISTE UM IRRACIONAL ENTRE ELES.

$\frac{a}{b} < e < \frac{c}{d}$
 $e < f \Rightarrow$ EXISTE UM RACIONAL ENTRE ELES.

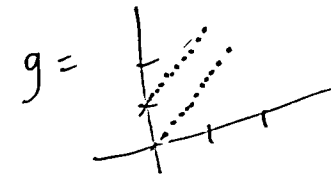
DEF

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{se } x \text{ é RACIONAL} \\ 0 & \text{se } x \text{ é IRRACIONAL} \end{cases}$$

← A FUNÇÃO DE DIRICHLET



$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \begin{cases} x+1 & \text{se } x \text{ é RACIONAL} \\ x & \text{se } x \text{ é IRRACIONAL} \end{cases}$$



Lembre-se que

$\int_{-p}^p h(x) dx$ é UM MONTE DE RETÂNGULOS "FLUTUANDO NO AR"...

$$\int_{-1,2}^3 x dx =$$

← OUTRA FUNÇÃO DE DIRICHLET.

FAÇA ESTA DOS EXERCÍCIOS DO PDF SOBRE

PREPARAÇÃO: $[0,2]_1 = ?$
 $[0,2]_2 = ?$
 $[0,2]_4 = ?$
 $[0,2]_{2^0} = ?$
 $[0,2]_{2^1} = ?$

DEPOIS FAÇA OS ITENS
DEPOIS: SEJA $e_k = \int_{-p}^p$

d) REPRESENTE GRÁFICAMENTE
e) CALCULE AS ÁREAS DE

Q: NÚMEROS RACIONAIS

123.000

123.456456456...

$$\frac{a}{b}$$

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$: IRRACIONAIS

123.456120965742...

(NÃO SE REPETE)

$\varepsilon = 0.00012450623497...$

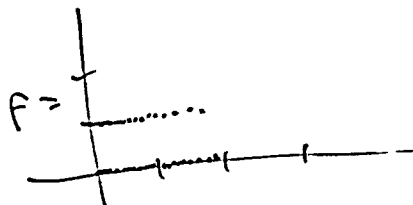
$\frac{23}{107} + \varepsilon$ IRRACIONAL.

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow$ EXISTE UM IRRACIONAL ENTRE ELAS.

$\frac{a}{b} < e < \frac{c}{d}$
 $e < f \Rightarrow$ EXISTE UM RACIONAL ENTRE ELAS.

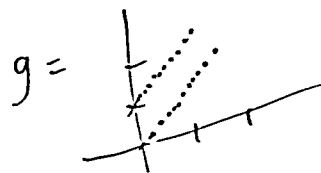
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{se } x \text{ é RACIONAL,} \\ 0 & \text{se } x \text{ é IRRACIONAL.} \end{cases}$$



$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \begin{cases} x+1 & \text{se } x \text{ é RACIONAL,} \\ x & \text{se } x \text{ é IRRACIONAL} \end{cases}$$



← A FUNÇÃO DE DIRICHLET

← OUTRA FUNÇÃO DE DIRICHLET.

LEMBREM QUE

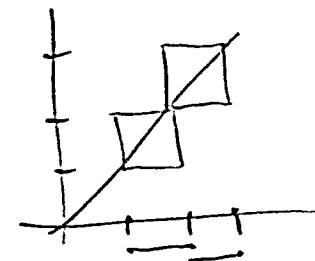
$$\int_{-p}^p h(x) dx \text{ é}$$

UM MONTE DE RETÂNGULOS "FLUTUANDO NO AR"...

$$\int_{\{1,2,3\}} x dx$$

$$\int_{\{1,2,3\}} x dx$$

$$\int_{\{1,2,3\}} x dx =$$



FAÇA ESTA VERSÃO MODIFICADA DOS EXERCÍCIOS DA ÚLTIMA PÁGINA DO PDF SOBRE FUNÇÕES DE DIRICHLET:

PREPARAÇÃO: $[0,2]_1 = ?$
 $[0,2]_2 = ?$
 $[0,2]_4 = ?$
 $[0,2]_{2^0} = ?$
 $[0,2]_{2^1} = ?$

DEPOIS FAÇA OS ITENS a e b dessa seqüência.
 DEPOIS: SEJA $e_k = \int_{[0,2]_{2^k}} h(x) dx$.

d) REPRESENTE GRAFICAMENTE e_0, e_1 E e_2 .
 e) CALCULE AS ÁREAS DE e_0, e_1 E e_2 .

C2 2/OUT/2023

INÍCIO: 14:21

HOJE: ÚLTIMA AULA
COM O TÍTULO
"SOMAS DE RIEMANN!"

HOJE NÓS VAMOS
VER:

1) FUNÇÕES NÃO
INTEGRÁVEIS

NO PDF
SOBRE
FUNÇÕES DE
DIRICHLET

2) COMO QUASE
ENTENDER O
TFC1 - UM
ARGUMENTO
VISUAL

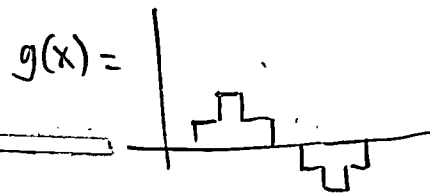
NO PDF
SOBRE
TFC1

3) COMO ALGUMAS
PESSOAS FAZEM
PRA VISUALIZAR
O SIGNIFICADO
DE EXPRESSÕES
COMO

NO FINAL
DO PDF
SOBRE
SOMAS DE
RIEMANN

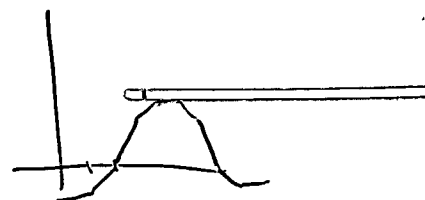
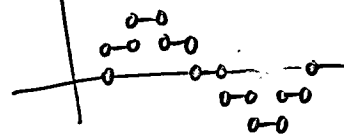
NÃO VAI DAR
PRA VER
HOJE !!

$$\forall x \in [3, 5]. f(x) \leq 4$$



$$G(x) = \int_{t=2}^{t=x} g(x) dx =$$

$$G'(x) =$$



$$F(t) = \int_{x=c}^{x=t} f(x) dx$$

$$G'(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{G(x+\epsilon) - G(x)}{\epsilon}$$

$$= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{F(t+\epsilon) - F(t)}{\epsilon}$$

PELA DEFINIÇÃO
DA DERIVADA

$$= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\int_{x=c}^{x=t+\epsilon} f(x) dx - \int_{x=c}^{x=t} f(x) dx}{\epsilon}$$

PELA DEFINIÇÃO
DA F

$$= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\int_{x=t}^{x=t+\epsilon} f(x) dx}{\epsilon}$$

$$= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} \int_{x=t}^{x=t+\epsilon} f(x) dx$$

$$= f(t)$$

C2 9/07/2023

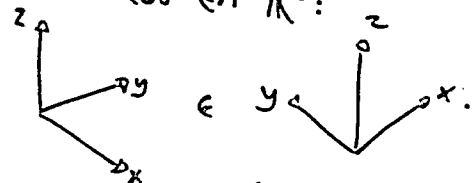
INÍCIO: 14:27

HOJE: VOLUMES!
(NO MÊS DE INTEGRALIS
IMPRÓPRIAS!)

ACESSEM O PDFZINHO
SOBRE VOLUMES -
ELE TEM UM MONTE
DE LINKS PRO STEWART.
A GENTE VAI COMEÇAR
CALCULANDO O VOLUME
DE UMA PIRÂMIDE
UM POUCO MAIS
SIMPLES DO QUE A
DO STEWART...

DICA PARA DESENHAR OS
CONJUNTOS C, D E E OS
CORTES NELES...

TEM DOIS JEITOS "MAIS
NATURAIS" DE DESENHAR
OS EIXOS EM $\mathbb{R}^3$:



NOS EXERCÍCIOS DE HOJE

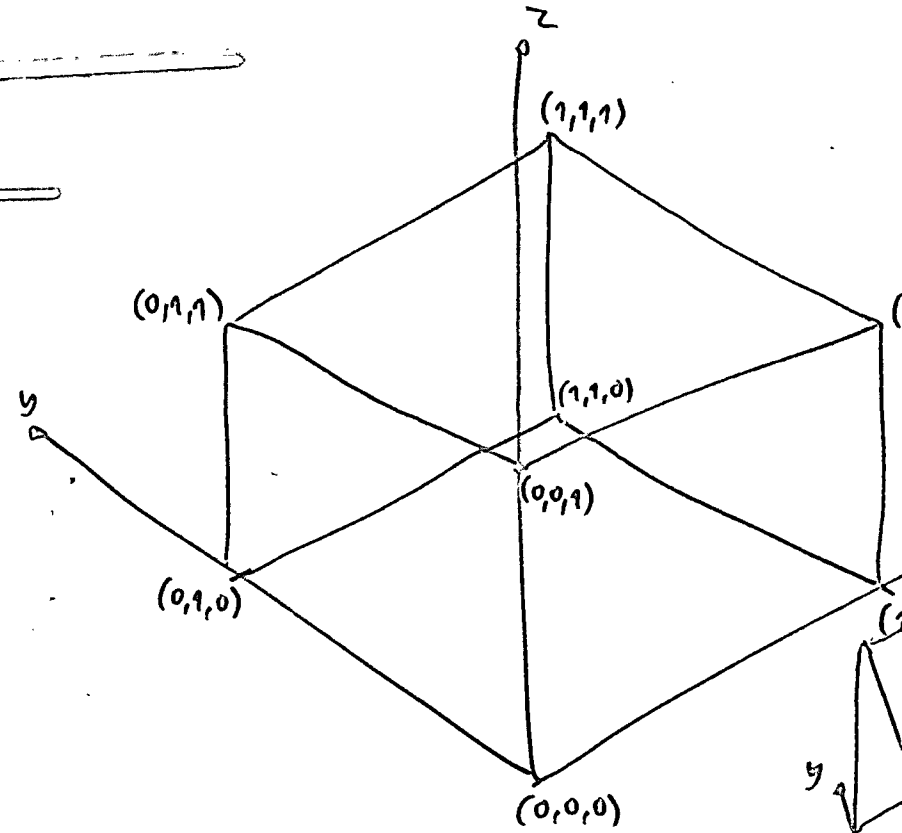
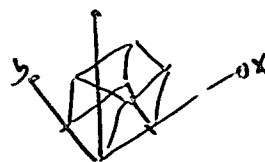
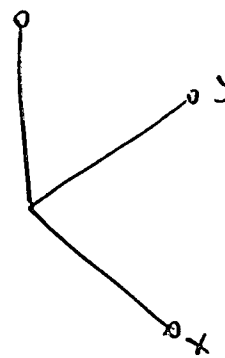
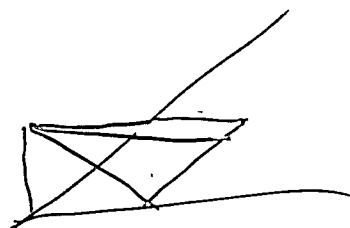
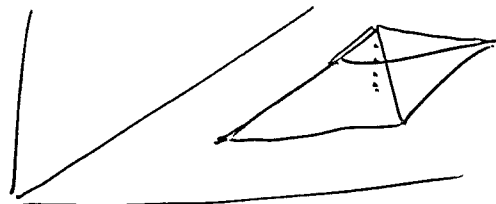
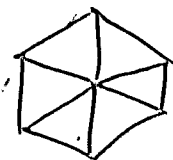
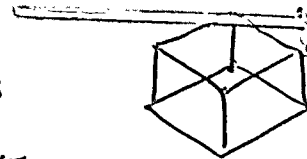
VAI SER MAIS FÁCIL

USAR O JEITO DA DIREITA.

COMECEM TESTANDO
ESTES PONTOS:

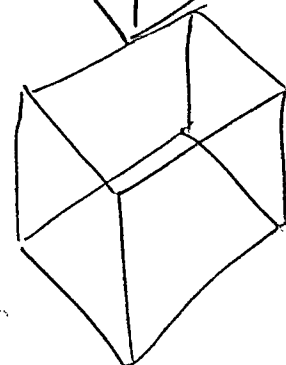
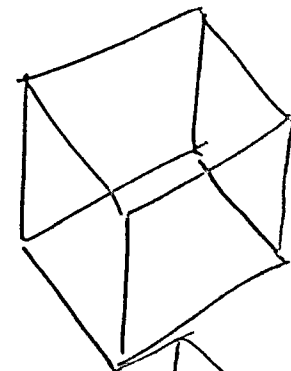
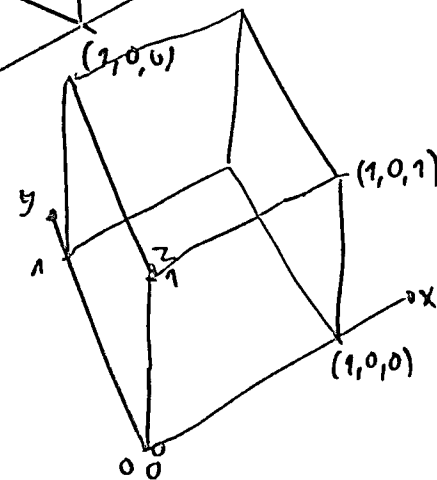
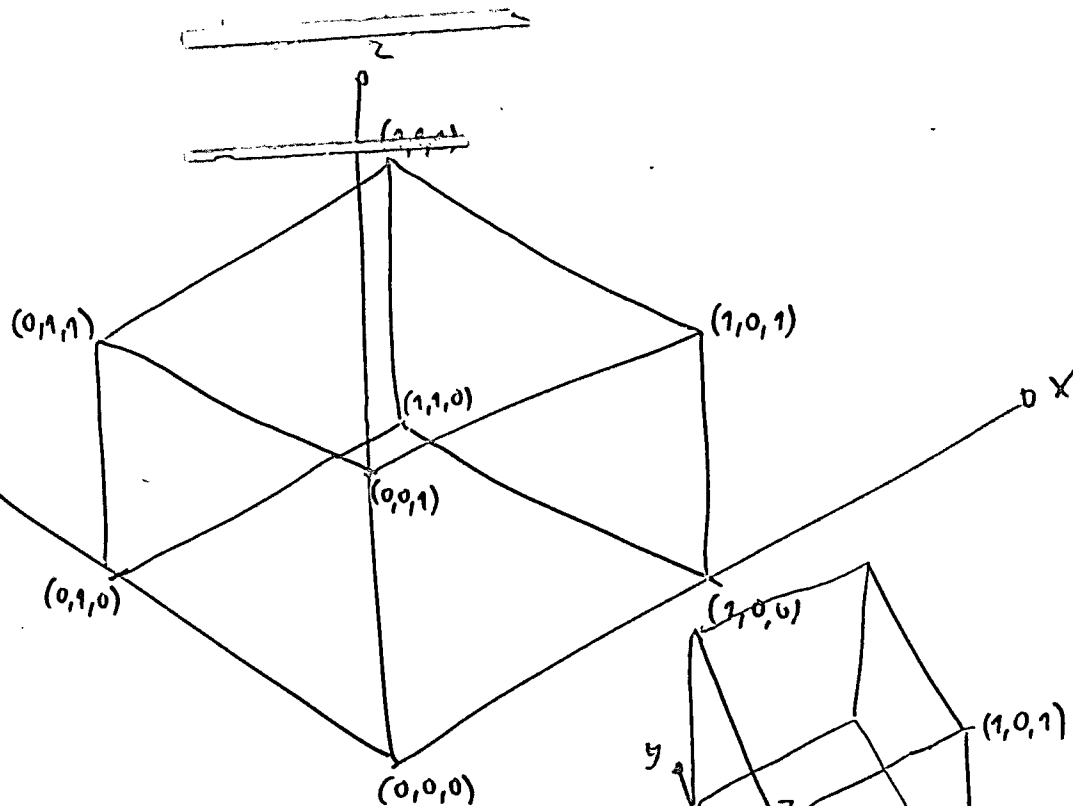
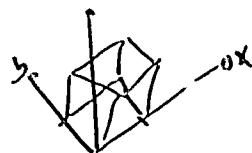
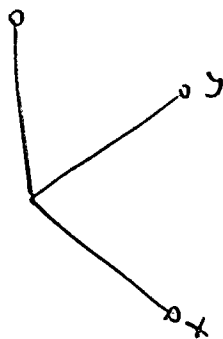
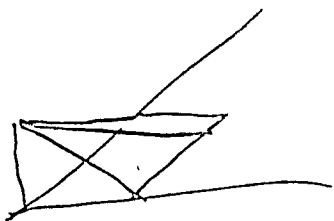
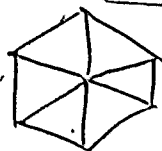
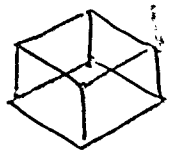
$$x, y, z \in \{0, 1\}$$

OBS: AS PESSOAS
TIVERAM BEM MAIS
DIFICULDADE PARA
VISUALIZAR OS OBJETOS
EM 3D DO QUE EU
ESPERAVA... VAMOS
VOLTAR A ESTE
ASSUNTO EM OUTRA
AULA!



EM TENTANDO
PONTOS:
 $z \in \{0,1\}$

AS PESSOAS
MUITO MAIS
UTILIDADE PRA
LIZAR OS OBJETOS
DO DO QUE EU
AVIA... VAMOS
R A ESTE
TO EM OUTRA



C2 11/OUT/2023

INÍCIO: 9:17

HOJE: MAIS SOBRE
VOLUMES! ACESSEN
O PDFZINHO SOBRE
VOLUMES E TENTEM
FAZER OS EXERCÍCIOS.
VÃO DISTRIBUIR UNS
MODELINHOS EM
PAPEL DAQUI A
POUCO.

VOLUMES VÃO SERVIR
PARA GENTE ENTENDER
QUE INTEGRAIS
GENERALIZAM PRODUTOS -
E DEPOIS DE VOLUMES
A GENTE VAI VER COMO
APLICAR ESSA MESMA
IDÉIA EM OUTROS
CONTEXTOS.

PÁGINA 396
DO STEWART:

QUAL É A ÁREA DE

h) $D \cap [x=0.5]$?

i) $D \cap [y=0.5]$?

j) $D \cap [z=0.5]$?

k) $E \cap [x=0.5]$?

l) $E \cap [y=0.5]$?

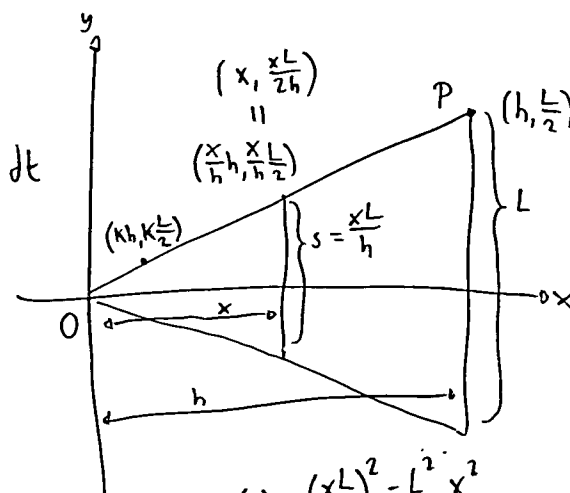
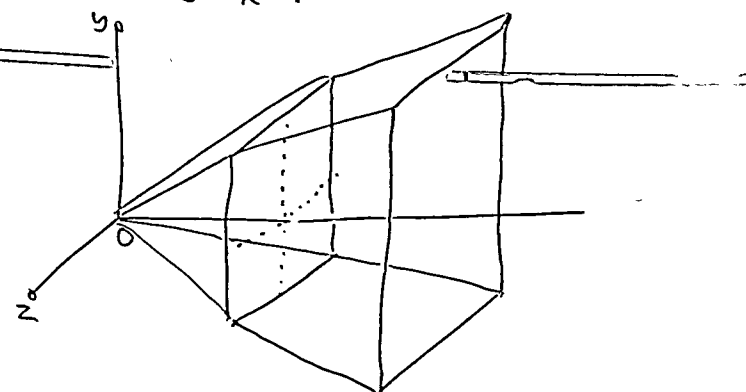
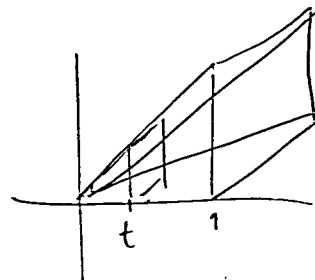
m) $E \cap [z=0.5]$?

n) $E \cap [x=0.2]$?

o) $E \cap [x=0.8]$?

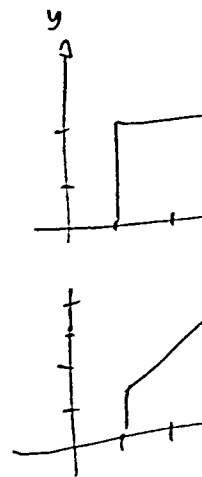
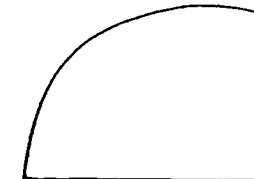
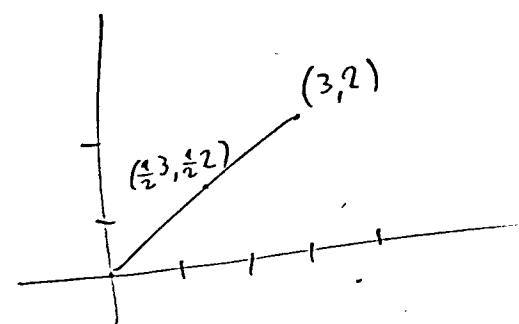
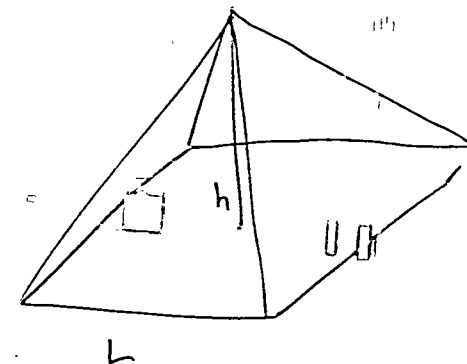
CALCULE:

p) $\int_{t=0}^{t=1} \text{Area}(E \cap [x=t]) dt$



$$A(x) = \left(\frac{xL}{h}\right)^2 = \frac{L^2}{h^2} x^2$$

$$V = \int_{x=0}^{x=h} A(x) dx = \int_{x=0}^{x=h} \frac{L^2}{h^2} x^2 dx = \frac{L^2}{h^2} \int_{x=0}^{x=h} x^2 dx$$



PÁGINA 396

DO STEWART:

QUAL É A ÁREA DE:

h) $D \cap [x=0.5]$?

i) $D \cap [y=0.5]$?

j) $D \cap [z=0.5]$?

k) $E \cap [x=0.5]$?

l) $E \cap [y=0.5]$?

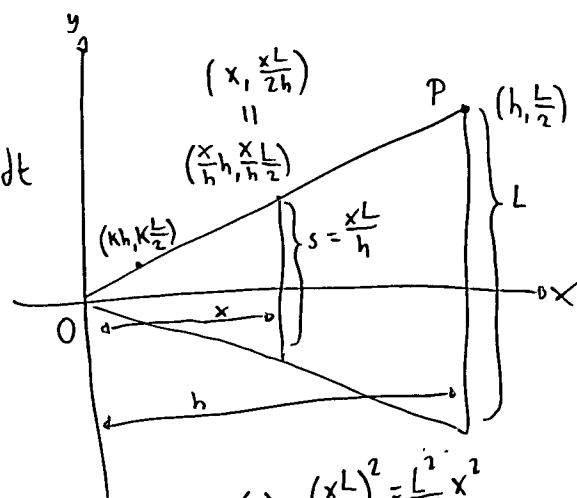
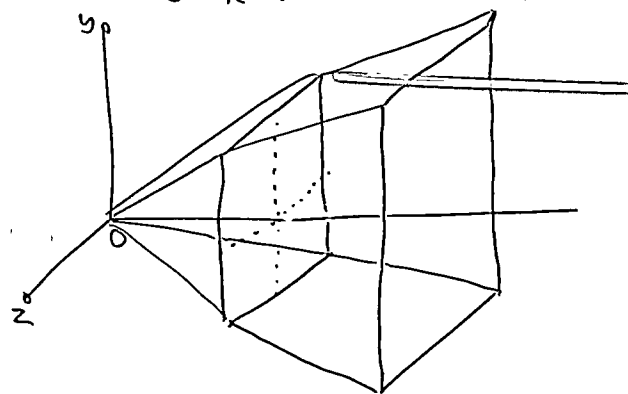
m) $E \cap [z=0.5]$?

n) $E \cap [x=0.2]$?

o) $E \cap [x=0.8]$?

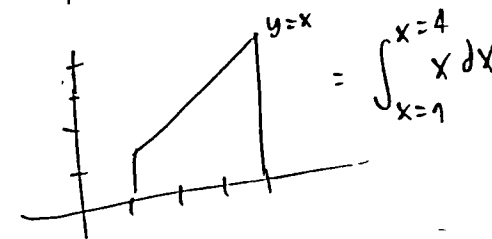
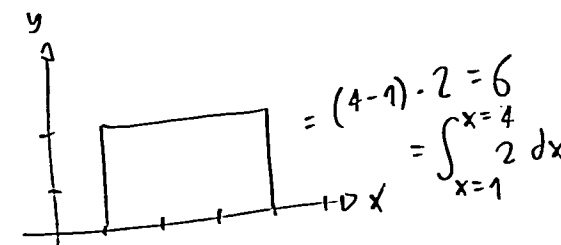
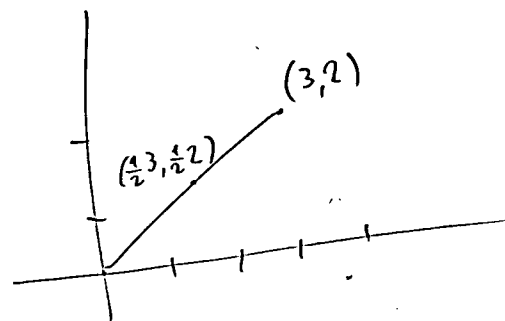
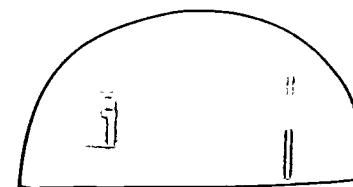
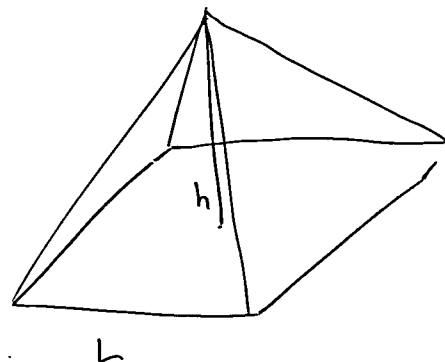
CALCULE:

p) $\int_{t=0}^{t=1} \text{Area}(E \cap [x=t]) dt$



$$A(x) = \left(\frac{xL}{h}\right)^2 = \frac{L^2}{h^2} x^2$$

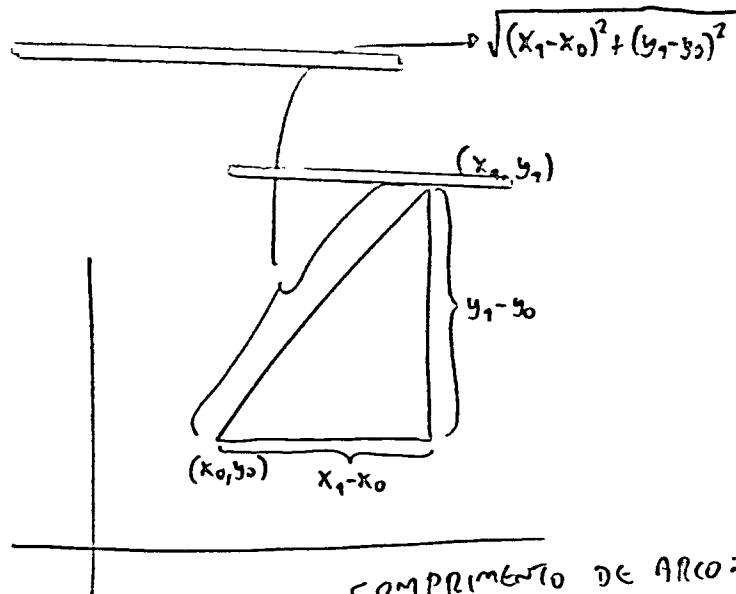
$$V = \int_{x=0}^{x=h} A(x) dx = \int_{x=0}^{x=h} \frac{L^2}{h^2} x^2 dx = \frac{L^2}{h^2} \int_{x=0}^{x=h} x^2 dx$$



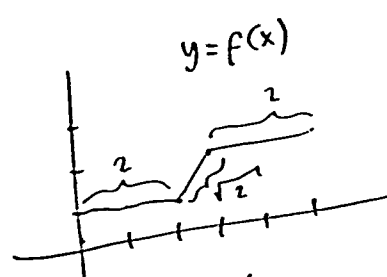
C2 23/07/2023

HOJE: COMPRIMENTO DE ARCO!
ACESSEM O PDFINHO SOBRE COMPRIMENTO DE ARCO NA PÁGINA DO CURSO E LEIAM A INTRODUÇÃO!

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}$$



COMPRIMENTO DE ARCO:



$$\int_{x=0}^{x=5} \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$$

AULA PASSADA:

$$\text{Vol} \left(\text{cone} \right) = \int_{t=0}^{t=1} \text{AREA}(t) dt = \int_{t=0}^{t=1} t^2 dt = \left[\frac{t^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{a^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{\frac{1}{a^2}}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \frac{1}{a}$$

$$\sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} a = \dots$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} \frac{1}{a} a$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\left(\sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} a \right) = \sqrt{a^2 + b^2}$$

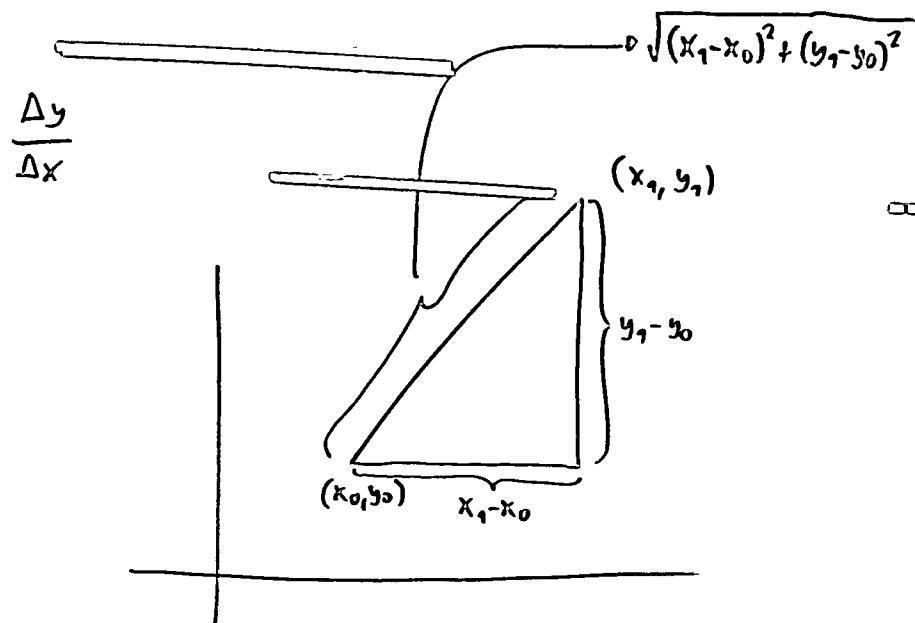
$$\left[\begin{matrix} a := (x_1 - x_0) \\ b := (y_1 - y_0) \end{matrix} \right] \left(\sqrt{1 + \left(\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}\right)^2} (x_1 - x_0) \right) = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$$

C2 23/07/2023

HOJE: COMPRIMENTO DE ARCO!
ACESSEM O PDFZINHO SOBRE COMPRIMENTO DE ARCO NA PÁGINA DO CURSO E LEIAM A INTRODUÇÃO!

HOJE A GENTE VAI VER UM TRUQUE COM RAÍZES QUADRADAS - QUE VAI SER IMPORTANTE PRA QUEM FIZER VR O VS -, ALGUNS ARGUMENTOS GEOMÉTRICOS, E VÁRIAS COISAS COM A LETRA "M"...

- m_i VAI SER ALGUM PONTO NO MEIO DO INTERVALO $[a_i, b_i]$,
- m_i VAI SER ALGUM PONTO MÁGICO NO MEIO DO INTERVALO $[a_i, b_i]$,
- m_i VAI SER OBTIDO PELO TEOREMA DO VALOR MÉDIO OU PELO TEOREMA DO VALOR MÉDIO PARA INTEGRAIS.



$$\begin{aligned} \int_{p,q} f(x) dx &= \sum_{i=1}^N f(m_i)(b_i - a_i) \\ &= f(m_1)(b_1 - a_1) \\ &+ f(m_2)(b_2 - a_2) \\ &+ f(m_3)(b_3 - a_3) \\ &= f(2.2)(4 - 2) \\ &+ f(4.4)(5 - 4) \\ &+ f(5.5)(6 - 5) \\ &= \end{aligned}$$

$$\sqrt{(b_i - a_i)^2 - (f(b_i) - f(a_i))^2}$$

C2 24/OUT/2023

INÍCIO: 16:20

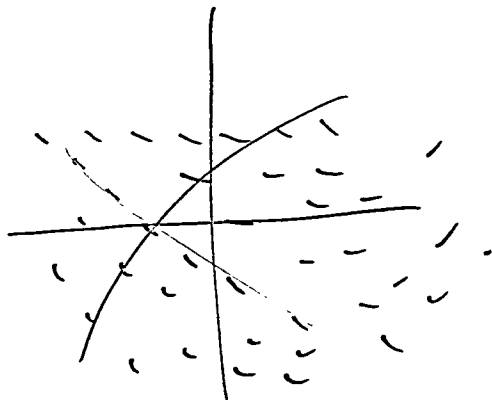
HOJE: CAMPOS DE
DIREÇÕES E
EDOS COM VARIÁVEIS
SEPARÁVEIS

ABRA O PRIMEIRO
LINK DA PÁGINA
DO CURSO - ELE VAI
PARA UM PDFZINHO
SOBRE EDOS COM
VARIÁVEIS SEPARÁVEIS
QUE POR ENQUANTO SÓ
TEM LINKS... MAS
EU VOU CONSERTAR
ISSO ASSIM QUE
DER!

HA' MUITAS AULAS
ATRAS POR VÍAMOS ESTAS
EDOS, E COMO RESOLVÊ-LAS
POR CHUTAR E TESTAR:

$$\begin{aligned}[4] &= (f'(x) = x^4) \\ [3] &= (f'(x) = 2f(x)) \\ [6] &= (f''(x) + f'(x) = 6f(x)) \\ [7] &= (f'(x) = -\frac{1}{f(x)}) \\ [8] &= (f'(x) = -\frac{x}{f(x)})\end{aligned}$$

$$(x+2=5) [x:=3] = (3+2=5) \quad \Downarrow$$



$$y = f(x)$$

$$f(2) = 3$$

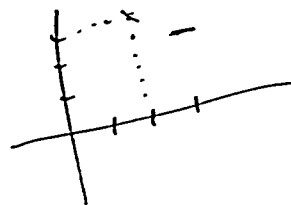
$$\underbrace{x}$$

$$y$$

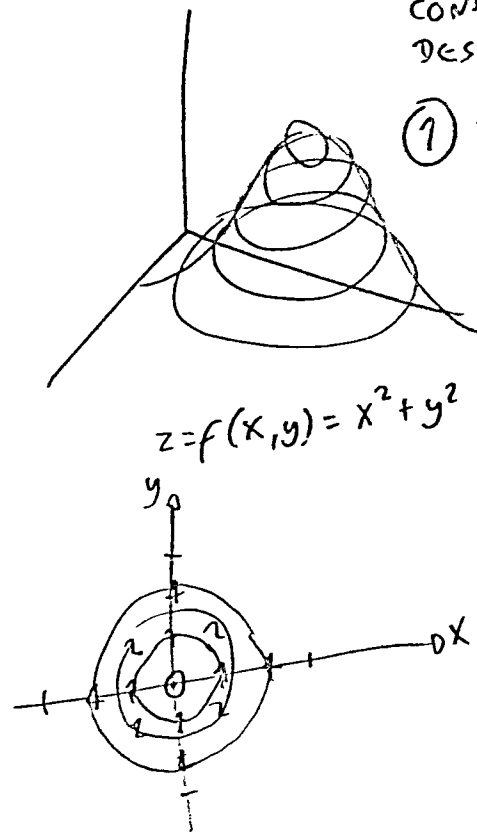
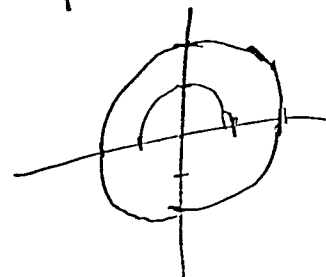
$$f'(2) = -1$$

$$f(3) = 2$$

$$f'(3) = 0$$



$$\begin{aligned}f(x) &= \sqrt{1-x^2} \quad \Downarrow \\ f(x) &= \sqrt{4-x^2} \quad \Downarrow \\ f(x) &= -\sqrt{4-x^2} \quad \Downarrow\end{aligned}$$



1º DIAGRAMAS DE
TRACINHOS"
(SÃO CAMPOS DE
DIREÇÕES COM
POUCOS TRACINHOS,
QUE A GENTE
CONSEGUE
DESENHAR À MÃO)

1º DESENHE OS
TRACINHOS PARA
 $x, y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

PARA:

$$a) \frac{dy}{dx} = 1$$

$$a') \frac{dy}{dx} = -1$$

$$b) \frac{dy}{dx} = 2$$

$$c) \frac{dy}{dx} = 2x$$

$$d) \frac{dy}{dx} = -x/y$$

$$e) \frac{dy}{dx} = 1/y$$

$$f) \frac{dy}{dx} = 2/y$$

$$g) \frac{dy}{dx} = -y/x$$

C2 24/OUT/2023

INÍCIO: 16:20

HOJE: CAMPOS DE DIREÇÕES E EDOS COM VARIÁVEIS SEPARÁVEIS

ABRAM O PRIMEIRO LINK DA PÁGINA DO CURSO - ELE VAI PRA UM PDFZINHO SOBRE EDOS COM VARIÁVEIS SEPARÁVEIS QUE POR ENQUANTO SÓ TEM LINKS... MAS EU VOU CONSERTAR ISSO ASSIM QUE DER!

HA' MUITAS ALIAS ATRÁS POR VÍAMOS ESTAS EDOS, E COMO RESOLVÊ-LAS POR CHUTAR E TESTAR:

$$\begin{aligned}[4] &= (f'(x) = x^4) \\ [3] &= (f'(x) = 2f(x)) \\ [6] &= (f''(x) + f'(x) = 6f(x)) \\ [7] &= (f'(x) = -\frac{1}{f(x)}) \\ [8] &= (f'(x) = -\frac{x}{f(x)})\end{aligned}$$

ACABEI DE PÔR NA PÁGINA DO CURSO UM LINK PRA UMA VERSÃO DIGITADA DO EXERCÍCIO 1 QUE VOCÊS ESTÃO FAZENDO... O LINK É:

2J296 REPRESENTAR GRAFICAMENTE OS CAMPOS DE DIREÇÕES...

NA PÁGINA SEGUINTE - P. 297 DO PDF - TEM UM EXERCÍCIO 2. A PARTE PRINCIPAL DELE É ISSO AQUI:

PARA CADA UMA DAS FUNÇÕES ABAIXO DIGA QUAIS DAS 7 EDOS DO EXERCÍCIO 1 PODERAM TER AQUELA FUNÇÃO COMO SOLUÇÃO.

- a) $y = x^2$
- b) $y = \sqrt{x}$
- c) $y = 1/x$
- d) $y = \sqrt{1-x^2}$

Qual é o modo mais rápido de resolver o EXERCÍCIO 2?

QUER DIZER, COMO RESOLVER ELE POR CONTAS E NÃO POR OLHOMETRO?

A GENTE VAI PRECISAR DE UMAS TRINDADES...

$$\begin{aligned}b) y = \sqrt{x} &\Rightarrow f(x) = \sqrt{x} \\ d) \underbrace{\frac{dy}{dx}}_{f'(x)} &= -x/\underbrace{y}_{f(x)} \Rightarrow f'(x) = -x/f(x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{SERÁ QUE } f(x) = \sqrt{x} &\text{ É SOLUÇÃO DISTO? } f'(x) = -x/f(x) \\ (f'(x) = -x/f(x)) &\left[\begin{array}{l} f(x) = \sqrt{x} \\ f'(x) = \frac{1}{2}x^{-1/2} \end{array} \right] \\ = \left(\frac{1}{2}x^{-1/2} = -\frac{x}{\sqrt{x}} \right) &\quad \text{||} \end{aligned}$$

DIAGRAMAS DE TRACINHOS

(SÃO CAMPOS DE DIREÇÕES COM POUCOS TRACINHOS, QUE A GENTE CONSEGUE DESENHAR À MÃO)

1) DESENHE OS TRACINHOS PARA $x, y \in \{-2, -1\}$

$$\begin{aligned}a) \frac{dy}{dx} &= \dots \\ a') \frac{dy}{dx} &= -\dots \\ b) \frac{dy}{dx} &= 2 \\ c) \frac{dy}{dx} &= 2x \\ d) \frac{dy}{dx} &= -x \\ e) \frac{dy}{dx} &= 1/y \\ f) \frac{dy}{dx} &= 2/y \\ g) \frac{dy}{dx} &= -y/y\end{aligned}$$

17/03/2023

16:20

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

17/03/2023

Acabei de pôr na
página de curso um
link para uma versão
digitada do

Exercício 1) que
você está fazendo...
o link é:

20T296 Represente
graficamente os
campos de direções...

Na página seguinte -
p. 297 do PDF - tem
um exercício 2). A

parte principal
dele é isso aqui:
para cada uma das
funções abaixo diga
qual das 7 equações do
exercício 1) podem
ter aquela função
como solução.

- a) $y = x^2$
- b) $y = \sqrt{x}$
- c) $y = 1/x$
- d) $y = \sqrt{1-x^2}$

Qual é o modo
mais preciso de
resolver o
exercício 2)?

Quer dizer,
como resolver
ele por conta
e não por
olhômetro?

A gente vai
precisar de
umas traduções...

$$\begin{aligned} b) y = \sqrt{x} &\Rightarrow f(x) = \sqrt{x} \\ d) \underbrace{\frac{dy}{dx}}_{f'(x)} &= -\underbrace{x/y}_{f(x)} \Rightarrow f'(x) = -x/f(x) \end{aligned}$$

sem que $f(x) = \sqrt{x}$
é solução disto? $f'(x) = -x/f(x)$

$$\left(f'(x) = -x/f(x) \right) \left[\begin{array}{l} f(x) = \sqrt{x} \\ f'(x) = \frac{1}{2}x^{-1/2} \end{array} \right]$$
$$= \left(\frac{1}{2}x^{-1/2} = -x/\sqrt{x} \right) \quad \parallel$$

Diagramas de
tracinhos

Os campos de
direções com
poucos tracinhos,
que a gente
consegue
desenhar à mão

1) Desenhe os
tracinhos para
 $x, y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
para:

a) $\frac{dy}{dx} = 1$

a') $\frac{dy}{dx} = -1$

b) $\frac{dy}{dx} = 2$

c) $\frac{dy}{dx} = 2x$

d) $\frac{dy}{dx} = -x/y$

e) $\frac{dy}{dx} = 1/y$

f) $\frac{dy}{dx} = 2/y$

g) $\frac{dy}{dx} = -y/x$

© C2 25/007/2023

Início: 9:22

HOJE: COMO RESOLVER EDOs COM VARIÁVEIS SEPARÁVEIS! E DEPOIS:

O QUE SÃO EDOs COM
VARIÁVEIS SEPARÁVEIS! & "EDOs_s"

O MEU MODO PREFERIDO
DE LEMBRAR O "MÉTODO"
PRA RESOLVER EDOVS,
É ESCREVER ELE DESSE
JEITO AQUI:

$$[m] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} \\ h(y)dy = g(x)dx \\ \int h(y)dy = \int g(x)dx \\ H(y) + C_1 \quad G(x) + C_2 \\ H(y) = G(x) + C_2 - C_1 \\ \quad \quad \quad = G(x) + C_3 \\ H^{-1}(H(y)) = H^{-1}(G(x) + C_3) \\ \quad \quad \quad y \end{array} \right)$$

E A "FÓRMULA" É:

$$[F] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} \\ H^{-1}(H(y)) = H^{-1}(G(x)) + C_3 \end{array} \right)$$

0 meu exemplo

~~PROCES~~ DE
EDOUARD E'ESSE

AQUL:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{2y}$$

$$2y dy = -2x dx$$

$$\int 2y dy = \int -2x dx$$

$$y'' + C_1 \quad -x'' + C_2$$

$$y^2 = -x^2 + C_2 - C_1$$

$$= -x^2 + C_3$$

$$\sqrt{y^2} = \sqrt{-x^2 + C_3}$$

$$\underbrace{y}_{f(x)} = \sqrt{-x^2 + C_3}$$

Exercício 0:

$$\underbrace{\frac{\partial y}{\partial x}}_{f'(x)} = - \frac{x}{\underbrace{y}_{f(x)}}$$

$$f'(x) = -x/f(x)$$

$$(x+2=5)[x:=3]$$
$$= (3+2=5) \text{ 真}$$

$$\left(\begin{array}{c} = \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} f(x) := \\ f'(x) := \end{array} \right) =$$

$$[M] \begin{bmatrix} g(x) := -2x \\ h(y) := 2y \\ G(x) := -x^2 \\ H(y) := y^2 \\ H^{-1}(y) := \sqrt{y} \end{bmatrix} = ?$$

$$S \in \mathcal{A} \quad [S_1] = \begin{bmatrix} g(x) := -2x \\ h(y) := 2y \\ G(x) := -x^2 \\ H(y) := y^2 \\ H^{-1}(y) := \sqrt{y} \end{bmatrix}$$

NO EXERCÍCIO O VOCÊ
CALCULOU O RESULTADO
DISTO AQUI: $[M][S_1]$.

$$\text{SEJA } [M_1] = [M][S_1].$$

EXERCÍCIO 1:

2) $[F][S1] = ?$

b) $[F][S1][C_3 := 1] = ?$

c) $[F][S^1] \left[C_3 := 4 \right] = ?$

EXERCÍCIO 2:

SEJA

$$[s_2] = \begin{bmatrix} g(x) \\ h(y) \\ G(x) \\ H(y) \\ H^{-1}(g) \end{bmatrix}$$

a) $[F][S_2] =$

$$Se_{34} [F_2]$$

Vou chamar
de "A Edu"
da $[F_2]$ de

b) $[F_2][S_2]$

c) TRANZACÇÃO
DO ITEM
QUE USA
INÚCIS DE

d) VERIFIQUE
ITEM C
ITEM C

Exemplo
do de
é esse

$$\begin{aligned} &= -\frac{2x}{2y} \\ &= -2x dx \\ &= \int -2x dx \\ &= -x^2 + C_2 \\ &= -x^2 + C_2 - C_1 \\ &= -x^2 + C_3 \\ &= \sqrt{-x^2 + C_3} \end{aligned}$$

$$y = \sqrt{-x^2 + C_3}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

$$f'(x) = -x/f(x)$$

$$(x+2=5)[x:=3]$$

$$= (3+2=5) \Downarrow$$

$$(=) \left(\begin{array}{l} f(x) := \\ f'(x) := \end{array} \right) :$$

Exercício 0:

$$[M] \left[\begin{array}{l} g(x) := -2x \\ h(y) := 2y \\ G(x) := -x^2 \\ H(y) := y^2 \\ H^{-1}(y) := \sqrt{y} \end{array} \right] = ?$$

$$\text{SEJA } [S_1] = \left[\begin{array}{l} g(x) := -2x \\ h(y) := 2y \\ G(x) := -x^2 \\ H(y) := y^2 \\ H^{-1}(y) := \sqrt{y} \end{array} \right]$$

NO EXERCÍCIO 0 VOCÊ
CALCULOU O RESULTADO
DISTO AQUI: $[M][S_1]$.

$$\text{SEJA } [M_1] = [M][S_1].$$

Exercício 1:

$$a) [F][S_1] = ?$$

$$b) [F][S_1][C_3 := 1] = ?$$

$$c) [F][S_1][C_3 := 4] = ?$$

Exercício 2:

SEJA

$$[S_2] = \left[\begin{array}{l} g(x) := -2x \\ h(y) := 2y \\ G(x) := -x^2 \\ H(y) := y^2 \\ H^{-1}(y) := -\sqrt{y} \end{array} \right]$$

← SÓ MUDOU
ISSO AQUI.

$$a) [F][S_2] = ?$$

$$\text{SEJA } [F_2] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} \\ y = H^{-1}(G(x) + C_3) \end{array} \right)$$

VOU CHAMAR A PRIMEIRA LINHA DA $[F_2]$
DE "A EDO" E A SEGUNDA LINHA
DA $[F_2]$ DE "A SOLUÇÃO".

$$b) [F_2][S_2] = ?$$

c) TRADUZA A EDO E A SOLUÇÃO
DO ITEM b PARA A NOTASÃO
QUE USA $f(x)$ e $f'(x)$ AO
INVÉS DE y e $\frac{dy}{dx}$.

d) VERIFIQUE QUE A "SOLUÇÃO" DO
ITEM c OBEDECE A "EDO" DO
ITEM c.

Exercício 3:

SEJA

$$[S_3] = \left[\begin{array}{l} g(x) := 1 \\ h(y) := 2y \\ G(x) := x \\ H(y) := y^2 \\ H^{-1}(y) := \sqrt{y} \end{array} \right]$$

$$a) [F_2][S_3] = ?$$

b) TRADUZA A "EDO"
E A "SOLUÇÃO"
DO ITEM a
PARA A NOTASÃO
COM $f(x)$ e $f'(x)$.

c) VERIFIQUE QUE A
"SOLUÇÃO" DO
ITEM b OBEDECE
A "EDO" DO ITEM b.

Exercício 4:

RESOLVA ESTE
EXERCÍCIO DA P. 543.
DO STEWART:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

C2 25/OUT/2023

INÍCIO: 9:22

HOJE: COMO RESOLVER EDOs COM VARIÁVEIS SEPARÁVEIS! E DEPOIS:

O QUE SÃO EDOs COM VARIÁVEIS SEPARÁVEIS! - "EDOVs"

O MEU MODO PREFERIDO DE LEMBRAR O "MÉTODO" PRA RESOLVER EDOVS, É ESCREVER ELE DESSE JEITO AQUI:

$$[M] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} \\ h(y)dy = g(x)dx \\ \int h(y)dy = \int g(x)dx \\ H''(y) + C_1, G''(x) + C_2 \\ H(y) = G(x) + C_2 - C_1 \\ = G(x) + C_3 \\ H^{-1}(H(y)) = H^{-1}(G(x) + C_3) \\ y \end{array} \right)$$

E A "FÓRMULA" É:

$$[F] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} \\ H^{-1}(H(y)) = H^{-1}(G(x) + C_3) \\ y \end{array} \right)$$

EXERCÍCIO 4

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\left(= \frac{g(x)}{h(y)} = \frac{1/x}{1/y} \right)$$

$$[S_4] = \left(\begin{array}{l} g(x) := 1/x \\ h(y) := 1/y \\ G(x) := \ln x \\ H(y) := \ln y \\ H^{-1}(u) := e^u \end{array} \right)$$

PRÁ CASA:

TEM RESOLVER MAIS EXERCÍCIOS DO STEWART!

$$[M][S_4] = \left(\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{1/x}{1/y} \\ \frac{1}{y} dy = \frac{1}{x} dx \\ \int \frac{1}{y} dy = \int \frac{1}{x} dx \\ (\ln y) + C_1, (\ln x) + C_2 \\ \ln y = (\ln x) + C_2 - C_1 \\ = (\ln x) + C_3 \\ e^{(\ln y)} = e^{((\ln x) + C_3)} \\ y \end{array} \right)$$

$$y = e^{((\ln x) + C_3)} = e^{\ln x} e^{C_3} = x e^{C_3} = x \cdot C_4$$

$$y = x \cdot C_4$$

$$\text{EDO: } f'(x) = \frac{1/x}{1/f(x)} = \frac{f(x)}{x}$$

$$\left(f'(x) = \frac{f(x)}{x} \right) \left[\begin{array}{l} f(x) := x \cdot C_4 \\ f'(x) := C_4 \end{array} \right] = ?$$

EXERCÍCIO 5

[S2] =

a) [F]

Seja

Vou

DE

DA

b) [F]

c) T

d) V

C2 31/OUT/2023

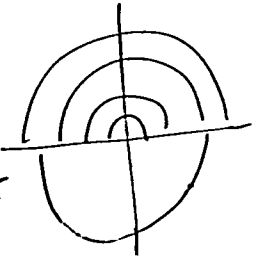
INICIO: 14:25

SE JUNTEM! EU SÓ
TROUXE 5 CÓPIAS
DO MATERIAL IMPRESSO
PRA HOJE!

HOJE: ÚLTIMA AULA
SOBRE EDVVS!
SOLUÇÕES PARTICULARES!
INVERSAS!
MAXIMA AD INVERS DE
FUTEBOL!

$$x^2 + y^2 = C_3$$
$$y^2 = C_3 - x^2$$

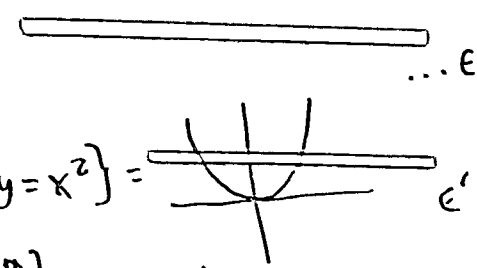
$$y = \sqrt{C_3 - x^2} \quad y = -\sqrt{C_3 - x^2}$$



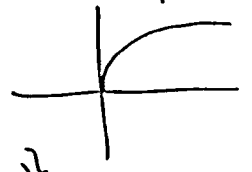
$$f(x) = x^2$$
$$y = x^2$$
$$\sqrt{y} = x$$
$$\sqrt{y} = g(y)$$

$$f(x) = x^2$$

$$A = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}, y = x^2\} =$$



$$B = \{(x, \sqrt{x}) \mid x \in \mathbb{R}\} =$$



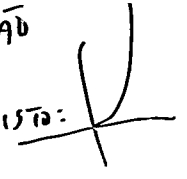
$$= \{(x, \sqrt{x}) \mid x \in [0, +\infty)\}$$

A é o GRÁFICO DE
UMA FUNÇÃO DE $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

B é o GRÁFICO DE UMA
FUNÇÃO...
OU DE $[0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$,
OU DE $[0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$

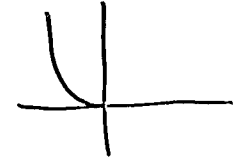
$$g: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$$
$$x \mapsto \sqrt{x}$$

ESSA g é uma BIEÇÃO
 $[0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$
E A INVERSA DELA É ISTO:

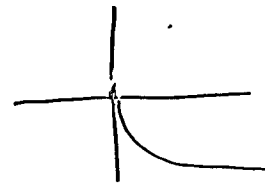


$$f: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$$
$$x \mapsto x^2$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [0, +\infty), y = x^2\}$$



INVERSA DESTA:



FAÇAM OS EXERCÍCIOS
DA FOLHA 9 DO
"2023-2-C2-edvvs.pdf".
ELA COMEÇA COM
"OBTENHA INVERSAS PARA
AS SEGUINTE FUNÇÕES".

NOS EXERCÍCIOS DESSA
PÁGINA NÃO TINHA
BIFURCAÇÕES...

AS PÁGINAS SEGUINTE
EXPLICAM UM POUCO
SOBRE BIFURCAÇÕES -
PRINCIPALMENTE A
SEGUNDA COLUMA DA P. 11,
"INVERSAS: UM EXEMPLO
COMPLICADO".

$$\sqrt{x^2} = x$$
$$\sqrt{x^2} = |x|$$

"DOMÍNIOS NATURAIS"

$$f(x) = \sqrt{x^2}$$

domínio: $[0, +\infty)$

$$g(x) = \sqrt{x^2}$$

domínio: $\mathbb{R}$

③ RESOLVA A QUA
DO SEMESTRE P
UMA DAS FOLHA
EU TROUXE.

(%i1) $f(x) := (x^2 - 1)^2$

(%o01) $f(x) := (x^2 - 1)^2$

(%i2) SOLS: SOLVE ($y = f(x), x$)
 $(x^2 - 1)^2$

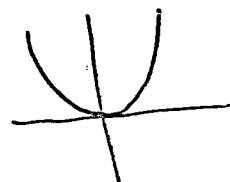
(%o02)

$$[x = -\sqrt{y+1}, x = \sqrt{y+1}, \dots]$$

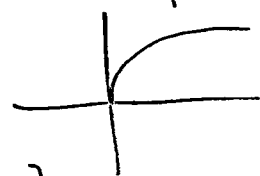
(%i3) define (g1(y), rhs (sols[1]));

$$g1(y) := -\sqrt{y+1}$$

$$\{x \in \mathbb{R}, y = x^2\} =$$



$$\{x' \mid x \in \mathbb{R}\} =$$



$$\{\sqrt{x'} \mid x \in [0, +\infty)\}$$

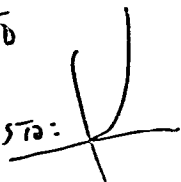
A é o GRÁFICO DE
UMA FUNÇÃO DE $\mathbb{R}$ EM $\mathbb{R}$

B é o GRÁFICO DE UMA
FUNÇÃO...
OU DE $[0, +\infty)$ EM $\mathbb{R}$,
OU DE $[0, +\infty)$ EM $[0, +\infty)$

$$g: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$$

$$x \mapsto \sqrt{x}$$

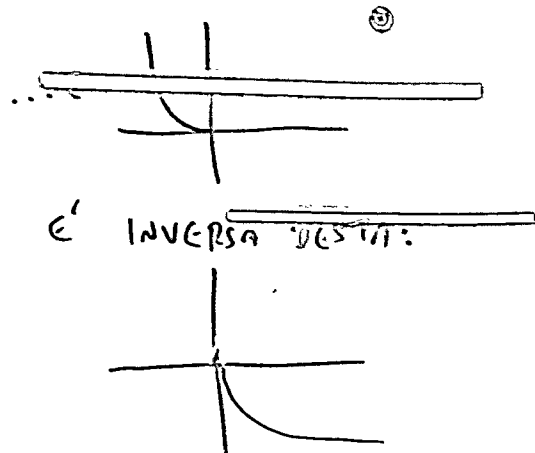
ESSA g é uma BIJEÇÃO
 $[0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$
E A INVERSA DELA é ISTO:



$$f: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$$

$$x \mapsto x^2$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [0, +\infty), y = x^2\}$$



é INVERSA DESTA:

FAÇAM OS EXERCÍCIOS
DA FOLHA 9 DO
"2023-2-C2-edous.pdf".
ELA COMEÇA COM
"OBTENHA INVERSAS PARA
AS SEGUINTE FUNÇÕES".

NOS EXERCÍCIOS DESSA
PÁGINA NÃO TINHA
BIFURCAÇÕES...

AS PÁGINAS SEGUINTE
EXPLICAM UM POUQUINHO
SOBRE BIFURCAÇÕES -
PRINCIPALMENTE A
SEGUNDA COLUMNA DA P. 11,
"INVERSAS: UM EXEMPLO
COMPLICADO".

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

"DOMÍNIOS NATURAIS"

$$f(x) = \sqrt{x^2}$$

$$\text{domínio: } [0, +\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{x^2}$$

$$\text{domínio: } \mathbb{R}$$

③ Resolva a questão 1 da p2
DO SEMESTRE PASSADO! ELA É
UMA DAS FOLHAS SOLTAS QUE
EU TROUXE.

$$(\%i1) f(x) := (x^2 - 1)^2$$

$$(\%o1) f(x) := (x^2 - 1)^2$$

$$(\%i2) \text{ SOLS : SOLVE } (y = \underbrace{f(x)}_{(x^2-1)^2}, x)$$

$$(\%o2) [x = -\sqrt{\sqrt{y} + 1}, x = \sqrt{\sqrt{y} + 1}, \dots]$$

$$(\%i3) \text{ define}(g1(y), \text{rhs}(\text{SOLS}[1]));$$

$$g1(y) := -\sqrt{\sqrt{y} + 1}$$

$$(\%i7) f(\underbrace{g1(y)}_{-\sqrt{\sqrt{y}+1}})$$

$$(\%o7) y$$

① EXERCÍCIO:

a) DESCUBRA O DOMÍNIO
NATURAL DE $g1(x)$.

b) IDEM PARA $g2(x)$

c) IDEM PARA $g3(x)$

d) IDEM PARA $g4(x)$

② a) DESCUBRA QUAL DAS
5 FUNÇÕES DA PÁGINA 12
É O $f(x)$.

b) IDEM PARA $g1(x)$.

c) " " $g2(x)$

d) " " $g3(x)$

e) " " $g4(x)$

C2 01/NOV/2023

INÍCIO: 9:15

HOJE: EDOS LINEARES
COM COEFICIENTES
CONSTANTES ("EDOLCC's")!

ACESSEM O PDF DE
HOJE - DAVI A POVO
EU VOU PEDIR PRA
VOCÊS SEGUIREM UM
LINK DA PÁGINA
DE LINKS DELE
QUE VAI PRA CÁ:

BOYCE DIP 3p19

SEÇÃO 3.2: O
OPERADOR DIFERENCIAL L

$$\underbrace{D_x}_{M} [\underbrace{c \cdot f(x)}_{CV}] = c \cdot \underbrace{D_x}_{MV} (\underbrace{f(x)}_V)$$

$$\underbrace{D_x}_{M} [\underbrace{f(x)}_V + \underbrace{g(x)}_V] = \underbrace{D_x}_{MV} f(x) + \underbrace{D_x}_{MV} g(x)$$

$$D_x = \frac{d}{dx}$$

$$\text{Edo: } f''(x) + f'(x) - 6f(x) = 0 \quad (*)$$

$$L[f] = D(Df) + Df - 6f$$

(%011) $f : \exp(-3x)$

(%012) $f' : \text{diff}(f, x); \leftarrow -3e^{-3x}$

(%013) $f'' : \text{diff}(f, x, 2); \leftarrow 9e^{-3x}$

(%014) $Lf : \underbrace{f''}_{9e^{-3x}} + \underbrace{f'}_{-3e^{-3x}} - \underbrace{6f}_{6e^{-3x}};$

Exercício 0:

CALCULE:

a) $L[e^{3x}]$

b) $L[e^{2x}]$

c) $L[g+h]$

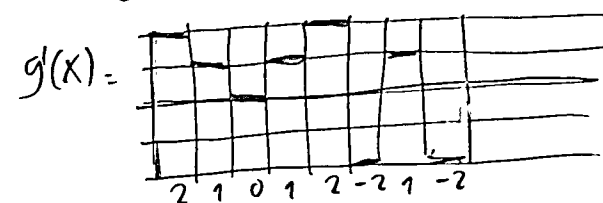
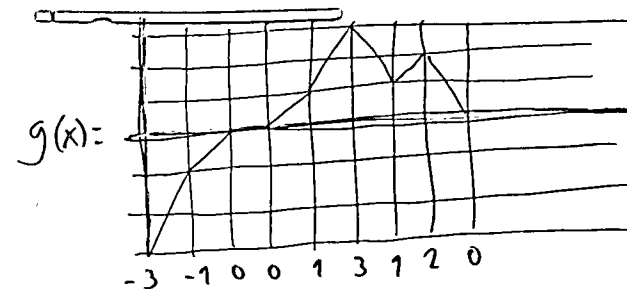
d) $L[42g]$

AGORA SIMPLIFIQUE OS
RESULTADOS DOS ITENS
C E D E DIGA SE AS
IGUALDADES ABAIXO
SÃO VERDADEIRAS OU NÃO:

e) $L[g+h] = L[g] + L[h]$

f) $L[42g] = 42 L[g]$

DISCRETIZAÇÕES



$$\underbrace{p(t)}_{t^2} \underbrace{\phi'(t)}_{3 \cos 3t}$$

$$3 t^2 \cos 3t$$

DÉIA GERAL:

$$f'(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{f(x+\epsilon) - f(x)}{\epsilon}$$

E SE A ESQUECE O LIMITE
E FIXA UM ϵ ? ISSO VAI
NOS DAR UMA APROXIMAÇÃO
PRA DERIVADA!

$$\epsilon = 0.1 \Rightarrow f'(x) \approx \frac{f(x+0.1) - f(x)}{0.1}$$

$$\epsilon = 1 \Rightarrow f'(x) \approx \frac{f(x+1) - f(x)}{1} = f(x+1) - f(x)$$

$$V = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = (a, b, c, d)$$

$$V_1 = a$$

$$V_2 = b$$

$$V_3 = c$$

$$V_4 = d$$

NA FUNÇÃO $g(x)$ À ESQUERDA
ESTAMOS INTERESSADOS
NESTES VALORES:

$$g(0),$$

$$g(1),$$

$$g(2),$$

$$g(3),$$

$$\vdots$$

(%i1) $f : \exp(-3x);$
 e^{-3x}

(%i2) $f_p : \text{diff}(f, x);$ $\leftarrow -3e^{-3x}$

(%i3) $f_{pp} : \text{diff}(f, x, 2);$ $\leftarrow 9e^{-3x}$

(%i4) $L_f : f_{pp} + f_p - 6*f;$
 $\underbrace{9e^{-3x} - 3e^{-3x} - 6e^{-3x}}_0$

Exercício 0:

Calcule:

a) $L[e^{3x}]$

b) $L[e^{2x}]$

c) $L[g+h]$

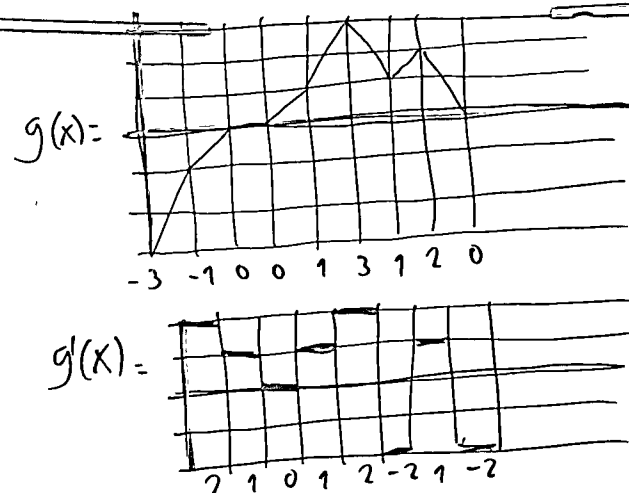
d) $L[42g]$

AGORA SIMPLIFIQUE OS
 RESULTADOS DOS ITENS
 c e d e DIGA SE AS
 IGUALDADES ABAIXO
 SÃO VERDADEIRAS OU NÃO:

e) $L[g+h] = L[g] + L[h]$

f) $L[42g] = 42 L[g]$

INTRODUÇÃO A DISCRETIZAÇÕES



$$V = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = (a, b, c, d)$$

$V_1 = a$
 $V_2 = b$
 $V_3 = c$
 $V_4 = d$

NA FUNÇÃO $g(x)$ À ESQUERDA
 ESTAMOS INTERESSADOS
 NESTES VALORES:
 $g(0),$
 $g(1),$
 $g(2),$
 $g(3),$
 $\vdots$

MINIATURA:

$$V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{pmatrix} \quad f = \begin{pmatrix} f(1) \\ f(2) \\ f(3) \\ f(4) \\ f(5) \end{pmatrix}$$

$f_1 = f(1)$
 $f_2 = f(2)$
 $\vdots$

$$f' = \begin{pmatrix} f'(1) \\ f'(2) \\ f'(3) \\ f'(4) \\ f'(5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(2) - f(1) \\ f(3) - f(2) \\ f(4) - f(3) \\ f(5) - f(4) \\ f(6) - f(5) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} f(2) \\ f(3) \\ f(4) \\ f(5) \\ 0 \end{pmatrix} - f = Sf - f$$

"SHIFT" PARA ESQUERDA

$$S \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 40 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix}$$

NESSA APROXIMAÇÃO
 TUSCA

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$Df = Sf - f = (S - I)f$
 $D = S - I = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

IDÉIA GERAL:

$$f'(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{f(x+\epsilon) - f(x)}{\epsilon}$$

E SE A ESQUECE O LIMITE
 E FIXA UM ϵ ? ISSO VAL
 NOS DAR UMA APROXIMAÇÃO
 PARA DERIVADA!

$$\epsilon = 0.1 \Rightarrow f'(x) \approx \frac{f(x+0.1) - f(x)}{0.1}$$

$$\epsilon = 1 \Rightarrow f'(x) \approx \frac{f(x+1) - f(x)}{1} = f(x+1) - f(x)$$

$p(t) \quad \phi'(t)$
 $t^2 \quad 3 \cos 3t$
 $3t^2 \cos 3t$

C2 01/NOV/2023

INÍCIO: 9:15

HOJE: EDOs LINEARES
COM COEFICIENTES
CONSTANTES ("EDOLCC"s)!

ACESSEM O PDF DE
HOJE - DAVI A POUCO
EU VOU PEDIR PRA
VOCÊS SEGUIREM UM
LINK DA PÁGINA
DE LINKS DELE
QUE VAI PRA CÁ:

Boyce Dip 3p19

SEÇÃO 3.2: O
OPERADOR DIFERENCIAL L

$$\underbrace{D_x}_{M} [\underbrace{c}_{CV} \underbrace{f(x)}_V] = c \cdot \underbrace{D_x}_{M} [\underbrace{f(x)}_V]$$

$$\underbrace{D_x}_{M} [\underbrace{f(x)}_V + \underbrace{g(x)}_V] = \underbrace{D_x}_{M} f(x) + \underbrace{D_x}_{M} g(x)$$

$$D_x = \frac{d}{dx}$$

EDO: $f''(x) + f'(x) - 6f(x) = 0$ (*)

o $L[f] = D(Df) + Df - 6f$

(%i1) $f : \exp(-3x):$

$$e^{-3x}$$

(%i2) $fP : diff(f, x); \leftarrow -3e^{-3x}$

(%i3) $fPP : diff(f, x, 2); \leftarrow 9e^{-3x}$

(%i4) $Lf : \underbrace{fPP}_{9e^{-3x}} + \underbrace{fP}_{-3e^{-3x}} - \underbrace{6*f}_{6e^{-3x}};$

EXERCÍCIO 0:

CALCULE:

a) $L[e^{3x}]$

b) $L[e^{2x}]$

c) $L[g+h]$

d) $L[42g]$

AGORA SIMPLIFIQUE OS
RESULTADOS DOS ITENS
c e d e DIGA SE AS
IGUALDADES ABAIXO
SÃO VERDADEIRAS OU NÃO:

e) $L[g+h] = L[g] + L[h]$

f) $L[42g] = 42 L[g]$

A EDO (*) LA DA
ESQUERDA É:

$$L[f] = 0$$

ONDE

$$L[f] = D(Df) + Df - 6f$$

$$= D^2 f + Df + (-6I)f$$

$$= (D^2 + D - 6I)f$$

ENCONTRAR SOLUÇÕES
DE $L[f] = 0$

É A MESMA COISA QUE
ENCONTRAR SOLUÇÕES DE

$(D^2 + D - 6I)f = 0$
... OU SEJA, ENCONTRAR
OS AUTOVECTORES DE
 $(D^2 + D - 6I)$ QUE
ESTÃO ASSOCIADOS AO
AUTOVALAR 0.

TRUQUE:

$$(x^2 + x - 6) = (x+3)(x-2)$$

$$= (x-2)(x+3)$$

$$(D^2 + D - 6I) = (D+3)(D-2)$$

$$= (D-2)(D+3)$$

$$D(e^{42x}) = 42e^{42x}$$

e^{42x} É UM AUTOVECTOR
DA MATRIZ D
ASSOCIADO AO AUTOVALOR
42!

LEMBRE QUE V É UM
AUTOVECTOR DE M
ASSOCIADO AO AUTOVALOR λ
SSE $MV = \lambda V$.

①

EXERCÍCIO:
VERIFIQUE QUE e^{33x}
É UM AUTOVECTOR DE D
E DIGA O AUTOVALOR
ASSOCIADO A ELE.

TRUQUE:

$$(D-2)e^{2x} = De^{2x} - 2e^{2x}$$

$$= 2e^{2x} - 2e^{2x}$$

$$= 0$$

$$(D+3)(D-2)e^{2x} = 0$$

② EXER
AS
(D-2)
E V
SOL
2) DES
(D-4
E TES

$$: \exp(-3x):$$

$$e^{-3x}$$

$$p : \text{diff}(f, x); \quad \leftarrow -3e^{-3x}$$

$$pp : \text{diff}(f, x, 2); \quad \leftarrow 9e^{-3x}$$

$$Lf : \underbrace{fpp}_{9e^{-3x}} + \underbrace{fp}_{-3e^{-3x}} - \underbrace{6*f}_{6e^{-3x}};$$

$$0$$

Exercício 0:

Calcule:

a) $L[e^{3x}]$

b) $L[e^{2x}]$

c) $L[g+h]$

d) $L[42g]$

AGORA SIMPLIFIQUE OS RESULTADOS DOS ITENS C E D E DIGA SE AS IGUALDADES ABAIXO SÃO VERDADEIRAS OU NÃO:

e) $L[g+h] = L[g] + L[h]$

f) $L[42g] = 42 L[g]$

A EDO (*) LA DA EQUAÇÃO É:

$$L[f] = 0$$

ONDE

$$L[f] = D(Df) + Df - 6f$$

$$= D^2 f + Df + (-6I)f$$

$$= (D^2 + D - 6I)f$$

ENCONTRAR SOLUÇÕES

$$DE L[f] = 0$$

É A MESMA COISA QUE ENCONTRAR SOLUÇÕES DE

$$(D^2 + D - 6I)f = 0$$

... OU SEJA, ENCONTRAR OS AUTOVECTORES DE $(D^2 + D - 6I)$ QUE ESTÃO ASSOCIADOS AO AUTOVALAR 0.

TRUQUE:

$$(x^2 + x - 6) = (x+3)(x-2)$$

$$= (x-2)(x+3)$$

$$(D^2 + D - 6I) = (D+3)(D-2)$$

$$= (D-2)(D+3)$$

$$D(e^{42x}) = 42e^{42x}$$

e^{42x} É UM AUTOVETOR DA MATRIZ D ASSOCIADO AO AUTOVALAR 42!

LEMBRE QUE V É UM AUTOVETOR DE M ASSOCIADO AO AUTOVALAR λ SE $MV = \lambda V$.

① EXERCÍCIO: VERIFIQUE QUE e^{33x} É UM AUTOVETOR DE D E DIGA O AUTOVALAR ASSOCIADO A ELE.

TRUQUE:

$$(D-2)e^{2x} = D e^{2x} - 2e^{2x}$$

$$= 2e^{2x} - 2e^{2x}$$

$$= 0$$

$$(D+3)(D-2)e^{2x} = 0$$

$$0$$

$$(D-2)(D+3)e^{-3x} = 0$$

$$0$$

$$M(\alpha v + \beta w) = M(\alpha v) + M(\beta w)$$

$$= \alpha Mv + \beta Mw$$

$$(D-2)(D+3)(42e^{2x} + 99e^{-3x})$$

$$= 42(D-2)(D+3)e^{2x} + 99(D-2)(D+3)e^{-3x}$$

$$= 42(D+3)\underbrace{(D-2)e^{2x}}_{2e^{2x}-2e^{2x}=0} + 99(D-2)\underbrace{(D+3)e^{-3x}}_{De^{-3x}+3e^{-3x}=3e^{-3x}-3e^{-3x}=0}$$

$$0 \quad 0$$

② EXERCÍCIO: ACABAMOS DE VER QUE AS SOLUÇÕES "BÁSICAS" DE $(D-2)(D+3)f = 0$ SÃO $f_1 = e^{2x}$ E $f_2 = 3e^{-3x}$, E VIMOS QUE $42f_1 + 99f_2$ TAMBÉM É SOLUÇÃO DE $(D-2)(D+3)f = 0$.

a) DESCUBRA AS SOLUÇÕES BÁSICAS DE $(D-4)(D+5)f = 0$ (**)

E TESTE-AS.

C2 01/NOV/2023

INÍCIO: 9:15

HOJE: EDOS LINEARES
COM COEFICIENTES
CONSTANTES ("EDOLCC"s)!

ACESSEM O PDF DE
HOJE - DAQUI A POUCO
EU VOU PEDIR PARA
VOCÊS SEGUIREM UM
LINK DA PÁGINA
DE LINKS DELE
QUE VAI PARA CÁ:

Boyce Dip 3 p 19

SEÇÃO 3.2: O
OPERADOR DIFERENCIAL L

$$\underbrace{D_x}_{M} [\underbrace{c}_{CV} \underbrace{f(x)}_V] = c \cdot \underbrace{D_x}_{M} (\underbrace{f(x)}_V)$$

$$\underbrace{D_x}_{M} [\underbrace{f(x)}_V + \underbrace{g(x)}_V] = \underbrace{D_x}_{M} f(x) + \underbrace{D_x}_{M} g(x)$$

$$D_x = \frac{d}{dx}$$

EDO:

$$f''(x) + f'(x) - 6f(x) = 0 \quad (*)$$

○ $L[f] = D(Df) + Df - 6f$

CONTINUAÇÃO DO
EXERCÍCIO (2):

b) ENCONTRE AS
SOLUÇÕES BÁSICAS

$$(D^2 + 7D + 12)f = 0. \quad (***)$$

c) ENCONTRE AS
SOLUÇÕES BÁSICAS DE:

$$f'' + 7f' + 20f = 0. \quad (****)$$

A EDO (*) LÁ DA
ESQUERDA É:

$$L[f] = 0.$$

ONDE

$$\begin{aligned} L[f] &= D(Df) + Df - 6f \\ &= D^2 f + Df + (-6I)f \\ &= (D^2 + D - 6I)f \end{aligned}$$

ENCONTRAR SOLUÇÕES

DE $L[f] = 0$

É A MESMA COISA QUE
ENCONTRAR SOLUÇÕES DE

$$(D^2 + D - 6I)f = 0$$

... OU SEJA, ENCONTRAR
OS AUTOVETORES DE
 $(D^2 + D - 6I)$ QUE
ESTÃO ASSOCIADOS AO
AUTOVETOR 0.

TRUQUE:

$$\begin{aligned} (x^2 + x - 6) &= (x+3)(x-2) \\ &= (x-2)(x+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (D^2 + D - 6I) &= (D+3)(D-2) \\ &= (D-2)(D+3) \end{aligned}$$

$$D(e^{42x}) = 42e^{42x}$$

e^{42x} É UM AUTOVETOR
DA MATRIZ D
ASSOCIADO AO AUTOVETOR
42!

LEMBRE QUE V
AUTOVETOR DE
ASSOCIADO AO AUTOVETOR
SE $MV = \lambda V$.

①

EXERCÍCIO:

VERIFIQUE QUE
É UM AUTOVETOR
E DIGA O AUTOVETOR
ASSOCIADO A ELE.

TRUQUE:

$$\begin{aligned} (D-2)e^{2x} &= D(e^{2x}) - 2e^{2x} \\ &= 2e^{2x} - 2e^{2x} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\underbrace{(D+3)(D-2)e^{2x}}_0 = 0$$

Ex 06, 04/2023/
Tutor: 12:10

Horas (reservadas)
Atividades complementares
Assim o que sobre
Atividades complementares

Lembre que

$$(D-2)(D+3)e^{-3x} = 0$$

$$\in (D+3)(D-2)e^{2x} = 0,$$

Portanto

$$(D^2 + D - 6)f = 0$$

Tem soluções da forma

$$f(x) = \alpha e^{-3x} + \beta e^{2x} \dots$$

É isso aqui?

$$(D-i)(D+i)e^{-ix} = 0$$

$$(D-i)(D+i)e^{+ix} = 0$$

$$(D^2 + 1)$$

$$\in (D^2 + 1)f = 0$$

É equivalente a

$$f'' + f = 0 \dots (*)$$

Exercício 0:

Teste se $f(x) = \sin x$
e $f(x) = \cos x$

São soluções da EDO (*).

$$(f''(x) + f(x) = 0) \begin{cases} f(x) := \sin x \\ f'(x) := \cos x \\ f''(x) := -\sin x \end{cases}$$

$$= (-\sin x + \sin x = 0) \quad \text{II}$$

Conversões:

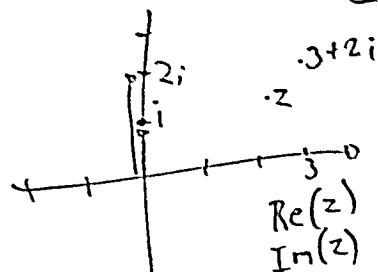
$$z, b, c, d \in \mathbb{R}$$

$$z, w \in \mathbb{C}$$

$$\theta \in \mathbb{R} \text{ (ângulo)}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$\mathbb{C}$



$$z = \text{Re}(z) + \text{Im}(z)i$$

$$3 + 2i = \underbrace{\text{Re}(3 + 2i)}_3 + \underbrace{\text{Im}(3 + 2i)}_2 i$$

$$\bar{z} = \text{Re}(z) - \text{Im}(z)i$$

$$\overline{(3 + 2i)} = \underbrace{\text{Re}(3 + 2i)}_3 - \underbrace{\text{Im}(3 + 2i)}_2 i = 3 - 2i$$

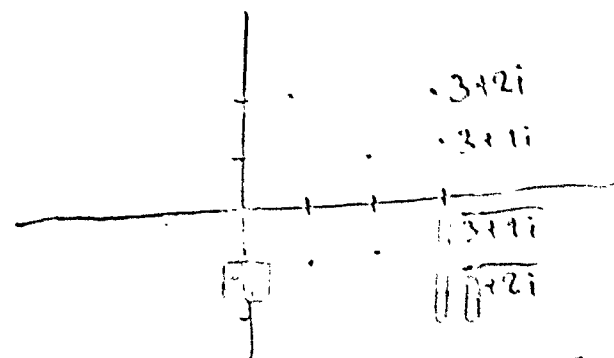
$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$180^\circ = \pi$$

$$90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

$$45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$0 = \frac{\pi}{180}$$



$$|z| = \sqrt{\text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2}$$

$$|3 + 4i| = \sqrt{\underbrace{\text{Re}(3 + 4i)}_3^2 + \underbrace{\text{Im}(3 + 4i)}_4^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5$$

$$|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|1 + i|$$

Exercício 0:

Este se $f(x) = \sin x$

e $f(x) = \cos x$

são solução da EDO (*).

$$(f''(x) + f(x) = 0) \begin{cases} f(x) := \sin x \\ f'(x) := \cos x \\ f''(x) := -\sin x \end{cases}$$

$$= (-\sin x + \sin x = 0) \quad \text{II}$$

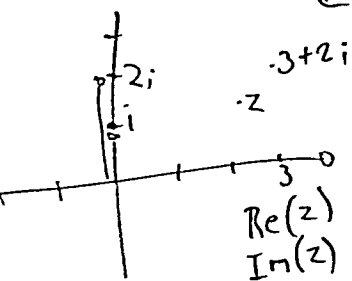
conversões:

$a, b, c, d \in \mathbb{R}$

$z, w \in \mathbb{C}$

$\theta \in \mathbb{R}$ (ÂNGULO)

$k \in \mathbb{Z}$



$$z = \text{Re}(z) + i\text{Im}(z)$$

$$3 + 2i = \underbrace{\text{Re}(3 + 2i)}_3 + i \underbrace{\text{Im}(3 + 2i)}_2$$

$$\bar{z} = \text{Re}(z) - i\text{Im}(z)$$

$$\overline{(3 + 2i)} = \underbrace{\text{Re}(3 + 2i)}_3 - i \underbrace{\text{Im}(3 + 2i)}_2 = 3 - 2i$$

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

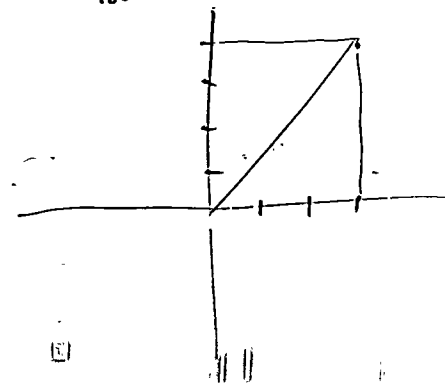
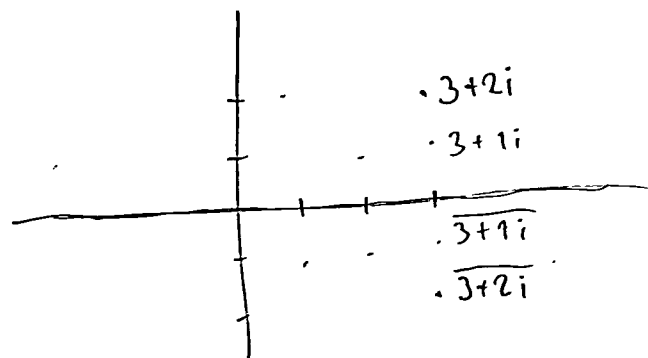
$$180^\circ = \pi$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180}$$

$$42^\circ = 42 \frac{\pi}{180}$$

$$0 = \frac{\pi}{180}$$

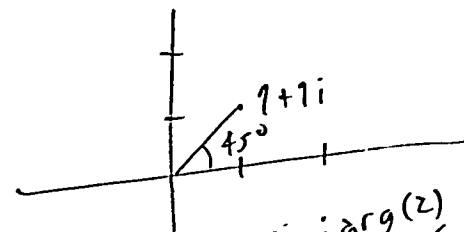
$$45^\circ = 45 \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$$



$$|z| = \sqrt{\text{Re}(z)^2 + \text{Im}(z)^2}$$

$$|3 + 4i| = \sqrt{\underbrace{\text{Re}(3 + 4i)}_3^2 + \underbrace{\text{Im}(3 + 4i)}_4^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



$$1 + i = \underbrace{|1 + i|}_{\sqrt{2}} e^{i \arg(z)}_{45^\circ}$$

$$= \sqrt{2} e^{i \frac{\pi}{4}}$$

$$= \sqrt{2} e^{i \frac{\pi}{4}}$$

$$= \sqrt{2} \left(\underbrace{\cos \frac{\pi}{4}}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} + i \underbrace{\sin \frac{\pi}{4}}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} \right)$$

C2 06/NOV/2023

INÍCIO: 14:19

HOJE: (REVISÃO DE?)
VARIÁVEIS COMPLEXAS!
ABRAM O PDF SOBRE
VARIÁVEIS COMPLEXAS.

LEMBRE QUE

$$(D-2)(D+3)e^{-3x} = 0$$

$$\in (D+3)(D-2)e^{2x} = 0,$$

PORTANTO

$$(D^2 + D - 6)f = 0$$

TEM SOLUÇÕES DA FORMA

$$f(x) = \alpha e^{-3x} + \beta e^{2x} \dots$$

\in ISSO AQUI?

$$(D-i)(D+i)e^{-ix} = 0$$

$$(D-i)(D+i)e^{ix} = 0$$

$$(D^2 + 1)$$

$$\in (D^2 + 1)f = 0$$

\in EQUIVALENTE A

$$f'' + f = 0 \dots (*)$$

EXERCÍCIO 10

TESTE SE $f(x) = \sin x$

$$\in f(x) = \cos x$$

SÃO SOLUÇÃO DA EDO (*).

$$(f''(x) + f(x) = 0) \begin{cases} f(x) := \sin x \\ f'(x) := \cos x \\ f''(x) := -\sin x \end{cases}$$

$$= (-\sin x + \sin x = 0) \quad \checkmark$$

CONVERSÕES:

$$a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

$$z, w \in \mathbb{C}$$

$$\theta \in \mathbb{R} \text{ (ÂNGULO)}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$e^{i\theta} \stackrel{(1)}{=} \cos \theta + i \sin \theta \quad - \quad (1) [k := 1] = ?$$

$$e^{ik\theta} \stackrel{(2)}{=} \cos k\theta + i \sin k\theta \quad (2) [k := -1] = ?$$

$$e^{-i\theta} = \cos -\theta + i \sin -\theta$$

$$= \cos \theta - i \sin \theta$$

$$e^{-i\theta} \stackrel{(5)}{=} \cos \theta - i \sin \theta$$

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2 \cos \theta$$

$$e^{i\theta} - e^{-i\theta} = 2i \sin \theta$$

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} \stackrel{(8)}{=} 2 \cos \theta$$

$$\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} = \sin \theta$$

$$\frac{e^{ik\theta} + e^{-ik\theta}}{2} = \cos k\theta$$

$$\frac{e^{ik\theta} - e^{-ik\theta}}{2i} = \sin k\theta$$

$$C = \cos \theta$$

$$S = \sin \theta$$

$$E = e^{i\theta}$$

$$E^{-1} = (e^{i\theta})^{-1} = e^{-i\theta}$$

$$E^k = (e^{i\theta})^k = e^{ik\theta}$$

$$E^{-k} = e^{-ik\theta}$$

$$(\cos \theta)^3 = \left(\frac{1}{2}(e^{i\theta} + e^{-i\theta})\right)^3$$

$$= (E + E^{-1})^3$$

$$= E^3 + 3E + 3E^{-1}$$

$$= (E^3 + E^{-3}) + 3(E + E^{-1})$$

$$= \cos 3\theta + 3 \cos \theta$$

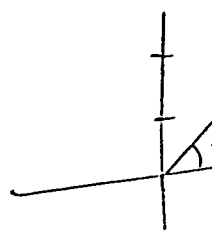
$$(\cos \theta)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 (e^{i\theta} + e^{-i\theta})^3$$

$$= \frac{1}{4} \frac{1}{2} (\cos 3\theta + 3 \cos \theta)$$

$$= \frac{1}{4} (\cos 3\theta + 3 \cos \theta)$$

$$(8) [\theta := k\theta]$$

$$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} = E + E^{-1}$$



$$1 + i = \sqrt{2} e^{i\pi/4}$$

$$= \sqrt{2} e^{i\pi/4}$$

$$= \sqrt{2} e^{i\pi/4}$$

$$= \sqrt{2} e^{i\pi/4}$$

Exercício 0:

Seja $f(x) = \sin x$

E $f(x) = \cos x$

Encontre a solução da EDO (*).

$$f''(x) + f(x) = 0 \quad \begin{cases} f(x) := \sin x \\ f'(x) := \cos x \\ f''(x) := -\sin x \end{cases}$$

$$(-\sin x + \sin x = 0) \quad \checkmark$$

Conversões:

$a, b, c, d \in \mathbb{R}$

$z, w \in \mathbb{C}$

$\theta \in \mathbb{R}$ (ÂNGULO)

$k \in \mathbb{Z}$

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$e^{ik\theta} = \cos k\theta + i \sin k\theta$$

$$e^{-i\theta} = \cos -\theta + i \sin -\theta$$

$$= \cos \theta - i \sin \theta$$

$$e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta$$

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2 \cos \theta$$

$$e^{i\theta} - e^{-i\theta} = 2i \sin \theta$$

$$\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} = \cos \theta$$

$$\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} = \sin \theta$$

$$e^{ik\theta} + e^{-ik\theta} = \cos k\theta$$

$$\frac{e^{ik\theta} - e^{-ik\theta}}{2i} = \sin k\theta$$

$$C = \cos \theta$$

$$S = \sin \theta$$

$$E = e^{i\theta}$$

$$E^{-1} = (e^{i\theta})^{-1} = e^{-i\theta}$$

$$E^k = (e^{i\theta})^k = e^{ik\theta}$$

$$E^{-k} = e^{-ik\theta}$$

$$(1) [\theta := k\theta] = ?$$

$$(2) [k := -1] = ?$$

$$(8) [\theta := k\theta]$$

$$\begin{aligned} c \cos \theta &= e^{i\theta} + e^{-i\theta} = E + E^{-1} \\ c \sin \theta &= e^{i\theta} - e^{-i\theta} \end{aligned}$$

$$(\cos \theta)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 (e^{i\theta} + e^{-i\theta})^3$$

$$(e^{i\theta} + e^{-i\theta})^3 = (E + E^{-1})^3$$

$$= E^3 + 3E + 3E^{-1} + E^{-3}$$

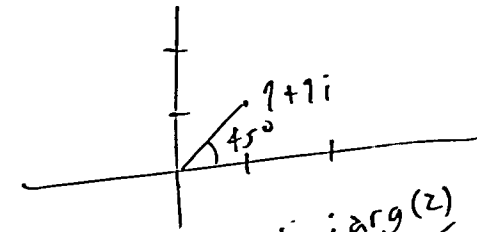
$$= (E^3 + E^{-3}) + 3(E + E^{-1})$$

$$= 2 \cos 3\theta + 3 \cos \theta$$

$$(\cos \theta)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 (2 \cos 3\theta + 3 \cos \theta)$$

$$= \frac{1}{4} (2 \cos 3\theta + 3 \cos \theta)$$

$$= \frac{1}{4} (2 \cos 3\theta + 3 \cos \theta)$$



$$|1+i| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} e^{i \frac{\pi}{4}}$$

$$= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\int (\cos \theta)^3 d\theta$$

C2 06/NOV/2023

INÍCIO: 14:19

HOJE: (REVISÃO DE?)
VARIÁVEIS COMPLEXAS!
ABRIR O PDF SOBRE
VARIÁVEIS COMPLEXAS.

$$p: 4x^2 + 5x^1 + 6x^0 + 7x^{-1} + 8x^{-2};$$

$$4x^2 + 5x + \frac{7}{x} + \frac{8}{x^2} + 6$$

(%iz) subst([x=10], p);

(%o2) 456.78

lp

lpdot(p, x);

(4 5 6 . 7 8)

lpdot(q, E);

4	5	6	7	8
x^2	x^1	x^0	x^{-1}	x^{-2}

$$\frac{(\sin(2\theta))^2}{E^2 - E^{-2}}$$

$$\frac{2i}{E^4 \dots E^{-4}}$$

$$f: (\cos(\theta))^3$$

exponentiarize(f);

$$\frac{(e^{i\theta} + e^{-i\theta})^3}{8}$$

$$\frac{e^{3i\theta}}{8} + \frac{3e^{i\theta}}{8} + \dots + \dots$$

$$\frac{\cos(3\theta)}{4} + \frac{3\cos\theta}{4}$$

$$t_{h-E} : \theta = \dots / i$$

subst(\theta = \dots, \dots)

lpE(f)

lpE(g)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1E^3 & 0E^2 & 3E^1 & 0E^0 & 3E^{-1} & 0E^{-2} & E^{-3} \end{pmatrix}$$

C2 / NOV/2023

INÍCIO: 16:21

HOJE: MAIS COISAS
SOBRE NÚMEROS
COMPLEXOS, EDOLCCS,
E OS CASOS EM QUE
AS SOLUÇÕES "BÁSICAS"
DE UMA EDOLCC
SÃO COMPLEXAS!

ACESSEM A PÁGINA DO
CURSO E SIGAM O
LINK "29T135" NO
TOPO DELA... ELE VAI
PARA UM PROBLEMA
DA P2 DO SEMESTRE
PASSADO QUE A
GENTE VAI FAZER
HOJE.

EXERCÍCIO 0
LEMBRE QUE SE

$$z = a + ib$$

ENTÃO

$$\bar{z} = a - ib \dots$$

CALCULE:

a) $z + \bar{z}$

b) $z\bar{z}$

$$z = a + ib$$

$$\bar{z} = a - ib$$

CALCULE:

a) $z + \bar{z}$

b) $z\bar{z}$

EXERCÍCIO 1

SEJA $L = (D - (a + bi))(D - (a - bi))$.

a) SIMPLIFIQUE L .

b) ENCONTRE AS SOLUÇÕES
BÁSICAS DE $Lf = 0$ -

SÃO EXPONENCIAIS -
E DE NOMES PARA ELAS.

POR EXEMPLO: SEJA $g(x) = 42x^{10}$

c) SIMPLIFIQUE A SOMA DELAS
USANDO OS TRUQUES DE ONTEM.

$$(D - \alpha)e^{\alpha x} = 0$$

$$(D - 2)e^{2x} = 0$$

$$(D - (3 + 4i))e^{(3 + 4i)x} = 0$$

SEJAM $f_1(x) =$

e $f_2(x) =$

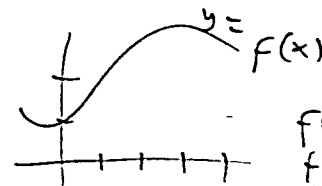
$$f_1(x) + f_2(x) =$$

$$(D + 4)(D - 5)f = 0$$

$$f_1(x) = e^{-4x}$$

$$f_2(x) = e^{5x}$$

$$(D - 5)f = Df - 5f = f' - 5f$$



$f(1)$
 $f(2)$
 $f(3)$
 $f(4)$
 $f(5)$

$$v = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 50 \end{pmatrix}$$

v_1
 v_2
 v_3
 v_4
 v_5

$$f'(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{f(x + \epsilon) - f(x)}{\epsilon}$$

$$a + ib$$

$$a - ib$$

le:

$\sum$

$$-(a-bi).$$

$$(x) = 42x^{10}$$

DELOS
OPTEN.

$$(\mathcal{D} - \alpha) e^{\alpha x} = 0$$

$$(\mathcal{D} - 2) e^{2x} = 0$$

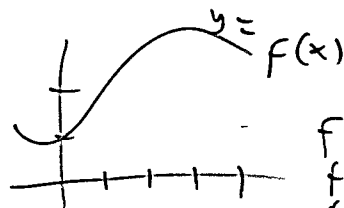
$$(\mathcal{D} - (3+4i)) e^{(3+4i)x} = 0$$

$$S \in \text{span} \{f_1(x) =$$

$$f_2(x) =$$

$$f_1(x) + f_2(x) =$$

$$f'(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{f(x+\epsilon) - f(x)}{\epsilon}$$



$$\begin{matrix} f(1) \\ f(2) \\ f(3) \\ f(4) \\ f(6) \end{matrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 50 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{matrix}$$

$$(\mathcal{D} + 4)(\mathcal{D} - 5)f = 0$$

$$f_1(x) = e^{-4x}$$

$$f_2(x) = e^{5x}$$

$$\begin{aligned} (\mathcal{D} - 5)f &= \mathcal{D}f - 5f \\ &= f' - 5f \end{aligned}$$

$$\overline{(a+bi)} = a-bi$$

$$\bar{z} = \text{Re}(z) - \text{Im}(z)i$$

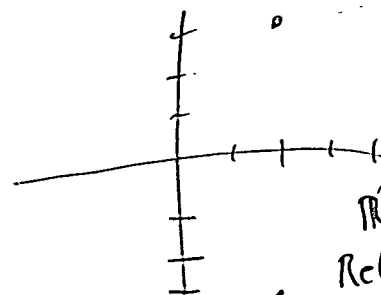
$$\overline{(2+3i)} = 2-3i$$

$$x^2 = -1$$

$$i^2 = -1$$

$$(2+3i) + (4+5i) = 6+8i$$

$$\begin{aligned} a, b, c, d &\in \mathbb{R} \\ z, w &\in \mathbb{C} \\ \theta &\in \mathbb{R} \\ k &\in \mathbb{Z} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \mathbb{R}^2 \\ \text{Re}(z) \\ \text{Im}(z) \\ \text{Re}(3+4i) &= 3 \\ \text{Im}(3+4i) &= 4 \end{aligned}$$



C2 13/NOV/2023

INÍCIO: 14:23

HOJE: E DÓIS EXATAS!

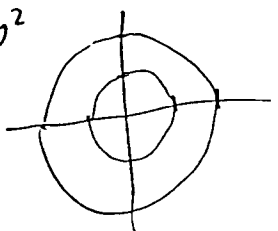
AVISO: A VISTA DE PROVA DA P2 PODE SER FEITA EM (QUASE) QUALQUER AULA - MAS HOJE NÃO PORQUE EU ESQUECI AS PROVAS EM CASA!

EDOS EXATAS SÃO UMA DESCULPA PRA GENTE APRENDER:

- DERIVADAS PARCIAIS (C3)
- DERIVADA TOTAL (C3)
- DIFERENCIAIS

$$[E_s] = \begin{cases} dz = z_x dx + z_y dy = 0 \\ \frac{d}{dx} z = z_x + z_y \frac{dy}{dx} = 0 \\ z = C \end{cases}$$

$$z = z(x, y) = F(x, y) \\ z = x^2 + y^2 \\ z = C$$



$$\frac{d}{dx} (x^2 y^3) = 2xy^3$$

$$\frac{d}{dy} (x^2 y^3) = x^2 \cdot 3y^2$$

$$F(x, y) = x^2 y^3$$

$$\frac{d}{dx} F(x, y) \leadsto \frac{\partial}{\partial x} F(x, y) = F_x(x, y)$$

$$\frac{d}{dy} F(x, y) \leadsto \frac{\partial}{\partial y} F(x, y) = F_y(x, y)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} z(x, y) = z_x(x, y) = z_x$$

$$[E_s] = \begin{cases} dz = z_x dx + z_y dy = 0 \\ \frac{dz}{dx} = z_x + z_y \frac{dy}{dx} = 0 \\ z = C \end{cases}$$

$$[S_1] = \begin{cases} z := (x^2 y^3) \\ z_x := 2xy^3 \\ z_y := 3x^2 y^2 \end{cases}$$

$$[E_s][S_1] = \begin{cases} d(x^2 y^3) = (2xy^3) dx + (3x^2 y^2) dy = 0 \\ \frac{d}{dx} (x^2 y^3) = (2xy^3) + (3x^2 y^2) \frac{dy}{dx} = 0 \\ (x^2 y^3) = C \end{cases}$$

$$2xy^3 + 3x^2 y^2 y' = 0$$

$$2x f(x)^3 + 3x^2 f(x)^2 f'(x) = 0$$

QUEREMOS ENCONTRAR UMA FUNÇÃO $f(x) = w: y = f(x) -$ QUE OBEDEÇA AS DUAS IGUALDADES ACIMA (ELAS SÃO EQUIVALENTES).

OS LIVROS APRESENTAM ISSO COMO:

$$2xy^3 + 3x^2 y^2 y' = 0 \quad (*)$$

QUEREMOS ENCONTRAR SOLUÇÕES PM EDO (*).

DIGAMOS QUE EXISTE UMA FUNÇÃO $z = z(x, y)$ TAL QUE

$$\underbrace{2xy^3}_{z_x(x,y)} + \underbrace{3x^2 y^2}_{z_y(x,y)} \underbrace{y'}_{\frac{dy}{dx}} = 0$$

SE ENCONTRARMOS UMA FUNÇÃO $z(x, y)$ QUE OBEDEÇA $z_x(x, y) = 2xy^3$

$$\text{E } z_y(x, y) = 3x^2 y^2$$

ENTÃO AS SOLUÇÕES DA (*) SÃO AS CURVAS DE NÍVEL DA z .

NESTE CASO

PODEMOS TOMAR

$$z = z(x, y) = x^2 y^3$$

ENTÃO:

$$x^2 y^3 = C$$

$$y^3 = C x^{-2}$$

$$y = (C x^{-2})^{1/3}$$

$$= C^{1/3} x^{-2/3}$$

$$= C_2 x^{-2/3}$$

$$y = C_2 x^{-2/3}$$

$$f(x) = C_2 x^{-2/3}$$

SERÁ QUE $f(x)$ É SOLUÇÃO DA EDO (*)? ... OU DESTA EDO?

$$2x f(x)^3 + 3x^2 f(x)^2 f'(x) = 0 \quad (**)$$

EXERCÍCIO 0: TESTEM!

$$(**) \left[\begin{matrix} f(x) := C_2 x^{-2/3} \\ f'(x) := \end{matrix} \right]$$

PROBLEMAS DA SÉRIÃO 2.6 DO ROYCE/DIPRIMA:

$$1) (2x+3) + (2y-2) y' = 0$$

$$2) (2x+4y) + (2x-2y) y' = 0$$

ELE DIZ: PARA CADA UMA DAS EDOs ACIMA VERIFIQUE QUAIS SÃO EXATAS - E RESOLVA AS EXATAS.

UMA EDO

$$M dx + N dy = 0$$

É EXATA QUANDO EXISTE UM z TAL QUE $dz = M dx + N dy$.

$$\underbrace{(2x+3)}_M \underbrace{dx}_1 + \underbrace{(2y-2)}_N \underbrace{dy}_1$$

$$M_y = 0$$

$$N_x = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(x^2 y^3) = 2xy^3$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(x^2 y^3) = x^2 \cdot 3y^2$$

$$F(x, y) = x^2 y^3$$

$$F(x, y) \rightsquigarrow \frac{\partial}{\partial x} F(x, y) = F_x(x, y)$$

$$F(x, y) \rightsquigarrow \frac{\partial}{\partial y} F(x, y) = F_y(x, y)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} z(x, y) = z_x(x, y) = z_x$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} [E_s] = \begin{pmatrix} dz = z_x dx + z_y dy = 0 \\ \frac{dz}{dx} = z_x + z_y \frac{dy}{dx} = 0 \end{pmatrix}$$

$$[S_1] = \begin{bmatrix} z := (x^2 y^3) \\ z_x := 2xy^3 \\ z_y := 3x^2 y^2 \end{bmatrix}$$

$$[E_s][S_1] = \begin{pmatrix} d(x^2 y^3) = (2xy^3)dx + (3x^2 y^2)dy = 0 \\ \frac{d}{dx}(x^2 y^3) = (2xy^3) + (3x^2 y^2) \frac{dy}{dx} = 0 \\ (x^2 y^3) = C \end{pmatrix}$$

$$2xy^3 + 3x^2 y^2 y' = 0$$

$$2xf(x)^3 + 3x^2 f(x)^2 f'(x) = 0$$

QUEREMOS ENCONTRAR UMA

FUNÇÃO $f(x) - w: y = f(x) -$

QUE OBEDEÇA AS DUAS
IGUALDADES ACIMA (ELAS
SÃO EQUIVALENTES).

OS LIVROS APRESENTAM
ISSO COMO:

$$2xy^3 + 3x^2 y^2 y' = 0 \quad (*)$$

QUEREMOS ENCONTRAR SOLUÇÕES
PM EDO (*).

DIGAMOS QUE EXISTE UMA
FUNÇÃO $z = z(x, y)$ TAL QUE

$$\underbrace{2xy^3}_{z_x(x, y)} + \underbrace{3x^2 y^2 y'}_{\underbrace{z_y(x, y)} \frac{dy}{dx}} = 0$$

SE ENCONTRARMOS UMA
FUNÇÃO $z(x, y)$ QUE
OBEDEÇA $z_x(x, y) = 2xy^3$

E $z_y(x, y) = 3x^2 y^2$

ENTÃO AS SOLUÇÕES DA (*)

SÃO AS CURVAS DE NÍVEL DA z .

NESSE CASO

PODEMOS TOMAR

$$z = z(x, y) = x^2 y^3$$

ENTÃO:

$$x^2 y^3 = C$$

$$y^3 = C x^{-2}$$

$$y = (C x^{-2})^{1/3}$$

$$= C^{1/3} x^{-2/3}$$

$$= C_2 x^{-2/3}$$

$$y = C_2 x^{-2/3}$$

$$f(x) = C_2 x^{-2/3}$$

SERÁ QUE $f(x)$
É SOLUÇÃO DA
EDO (*)?...
OU DESTA EDO?

$$2xf(x)^3 + 3x^2 f(x)^2 f'(x) = 0 \quad (**)$$

EXERCÍCIO 0: TESTEM!

$$(**) \begin{bmatrix} f(x) := C_2 x^{-2/3} \\ f'(x) := \end{bmatrix}$$

PROBLEMAS DA SEÇÃO

2.6 DO BOYCE/DIPRIMA:

$$1) (2x+3) + (2y-2)y' = 0$$

$$2) (2x+4y) + (2x-2y)y' = 0$$

ELE PIZ: PARA CADA UMA
DAS EDOs ACIMA VERIFIQUE
QUAIS SÃO EXATAS - E
RESOLVA AS EXATAS.

UMA EDO

$$Mdx + Ndy = 0$$

É EXATA QUANDO
EXISTE UM z TAL QUE
 $dz = Mdx + Ndy$.

TRUQUE:

ESSE z EXISTE

SE E SÓ SE

ISTO AQUI FOR
VERDADE:

$$M_y = N_x$$

O TRUQUE PARA
LEMBRAR ISSO É:

$$dz = z_x dx + z_y dy$$

QUEREMOS

$$(z_x)_y = (z_y)_x$$

$$(x^4 y^6)_x = 4x^3 y^6$$

$$((x^4 y^6)_x)_y = 4x^3 \cdot 6y^5$$

$$(x^4 y^6)_y = x^4 \cdot 6y^5$$

$$((x^4 y^6)_y)_x = 4x^3 \cdot 6y^5$$

$$\underbrace{(2x+3)}_M dx + \underbrace{(2y-2)}_N dy = 0$$

$$M_y = 0$$

$$N_x = 0$$

SEJA $z = x^{4/2}$
ENTÃO $z_x = 4x^{3/2}$ " "
 $z_y = 0$ " "

SEJA $z = xy$
ENTÃO $z_x = y$ " "
 $z_y = x$ " "

C2 13/NOV/2023

INÍCIO: 14:23

HOJE: E DÓIS EXATAS!

AVISO: A VISTA DE PROVA DA P2 PODE SER FEITA EM (QUASE) QUALQUER AULA - MAS HOJE NÃO PORQUE EU ESQUECI AS PROVAS EM CASA!

EDOS EXATAS SÃO UMA DESCULPA PRA GENTE APRENDER:

- DERIVADAS PARCIAIS (C3)
- DERIVADA TOTAL (C3)
- DIFERENCIAIS

Um método visual:

PARA ENCONTRAR O Z

(QUE SÓ FUNCIONA PARA CASOS POLINOMIAIS!)

$$\frac{d}{dx} x^3 = 3x^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Lembre que

$$f(x) = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= 4x^2 + 5x + 6 + 7x^{-1} + 8x^{-2}$$

$$f(10) = 400 + 50 + 6 + 0.7 + 0.08$$

$$= 456.78$$

PARA POLINÔMIOS EM X E Y,

$$ax^0y^2 + bx^1y^2 + cx^2y^2 + dx^0y^1 + ex^1y^1 + fx^2y^1 + gx^0y^0 + hx^1y^0 + ix^2y^0$$

$$= \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$42x^2y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 42 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

EXERCÍCIO:

CALCULE:

$$a) \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} 10 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b) \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} 1 & 10 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 20 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c) \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 10 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 10 & 1 \end{bmatrix}$$

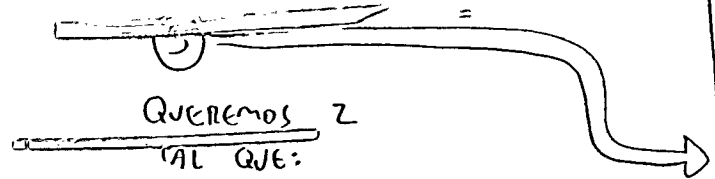
$$d) \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 10 \end{bmatrix}$$

$$e) \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 10 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f) \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 10 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 10 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g) \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & 2c & 0 \\ e & 2f & 0 \\ h & 2i & 0 \end{bmatrix}$$

$$h) \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2a & 2b & 2c \\ d & e & i \end{bmatrix}$$



QUEREMOS Z TAL QUE:

$$Z_x = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Z_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{SEJA } Z = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$\text{ENTÃO } Z_x = \begin{bmatrix} b & 2c & 0 \\ e & 2f & 0 \\ h & 2i & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{E } Z_y = \begin{bmatrix} 2a & 2b & 2c \\ d & e & i \end{bmatrix}$$

$$\text{SEJA } Z = \begin{bmatrix} 1/2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{ENTÃO } Z_x = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Z_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

PROBLEMAS DA SEÇÃO 2.6 DO BOYCE/DIPRIMA:

- 1) $(2x+3) + (2y-2)y' = 0$
- 2) $(2x+4y) + (2x-2y)y' = 0$
- 3) $(2x+4y) + (4x+y)y' = 0$

ELE PIZ: PARA CADA UMA DAS EDOS ACIMA VERIFIQUE QUAIS SÃO EXATAS - E RESOLVA AS EXATAS.

UMA EDO

$$Mdx + Ndy = 0$$

É EXATA QUANDO EXISTE UM Z TAL QUE $dZ = Mdx + Ndy$.

$$\underbrace{(2x+3)}_M dx + \underbrace{(2y-2)}_N dy = 0$$

$$M_y = 0$$

$$N_x = 0$$

MÉTODO VISUAL
PAR ENCONTRAR O Z
QUE SÓ FUNCIONA
PAR CASOS POLINOMIAIS!

LEMBRE QUE

$$x) = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= 4x^2 + 5x + 6 + 7x^{-1} + 8x^{-2}$$

$$(40) = 400 + 50 + 6 + 0.7 + 0.08$$

$$= 456.78$$

PAR POLINÔMIOS EM X E Y,

$$ax^0y^2 + bx^1y^2 + cx^2y^2$$

$$+ dx^0y^1 + ex^1y^1 + fx^2y^1$$

$$+ gx^0y^0 + hx^1y^0 + ix^2y^0$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$x^2y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 42 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dx} x^3 = 3x^2$$

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 3 & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

EXERCÍCIO:

CALCULE:

$$a) \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} 10 & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

$$b) \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} & 10 & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & 20 & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

$$c) \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} & & 10 & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & 10 & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

$$d) \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} & & & 10 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

$$e) \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} & & 10 \\ & & \\ & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & 20 & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$f) \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} & & 10 \\ & & \\ & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & 10 \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$g) \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & 2c \\ e & 2f \\ h & 2i \end{bmatrix}$$

$$h) \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a & 2b & 2c \\ d & e & i \end{bmatrix}$$

3

QUEREMOS Z
TAL QUE:

$$Z_x = \begin{bmatrix} 4 & \\ & 2 \end{bmatrix}$$

$$Z_y = \begin{bmatrix} 1 & \\ & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{SEJA } Z = \begin{bmatrix} a & & \\ & b & \\ & & c \end{bmatrix}$$

$$\text{ENTÃO } Z_x = \begin{bmatrix} & & \\ b & & \\ & & 2c \end{bmatrix}$$

$$\text{E } Z_y = \begin{bmatrix} & & \\ 2a & & \\ & b & \end{bmatrix}$$

$$\text{SEJA } Z = \begin{bmatrix} 1/2 & & \\ & 4 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{ENTÃO } Z_x = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$Z_y = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

PROBLEMAS DA SEÇÃO
2.6 DO ROYCE/DIPRIMA:

- $(2x+3) + (2y-2)y' = 0$
- $(2x+4y) + (2x-2y)y' = 0$
- $(2x+4y) + (4x+y)y' = 0$

ELE PIZ: PARA CADA UMA
DAS EDO'S ACIMA VERIFIQUE
QUAIS SÃO EXATAS - E
RESOLVA AS EXATAS.

UMA EDO

$$Mdx + Ndy = 0$$

É EXATA QUANDO
EXISTE UM Z TAL QUE
 $dZ = Mdx + Ndy$.

$$(x^4 y^6)_x = 4x^3 y^6$$

$$((x^4 y^6)_x)_y = 4x^3 \cdot 6y^5$$

$$(x^4 y^6)_y = x^4 \cdot 6y^5$$

$$((x^4 y^6)_y)_x = 4x^3 \cdot 6y^5$$

$$(2x+3)dx + (2y-2)dy = 0$$

M
My = 0
Nx = 0

SEJA Z = $x^2 y$
ENTÃO Zx = $2xy$
Zy = x^2

TRUQUE:

ESSE Z EXISTE
SE E SÓ SE
ISTO AQUI FOR
VERDADE:

$$M_y = N_x$$

O TRUQUE PARA
LEMBRAR ISSO É:

$$dZ = Z_x dx + Z_y dy$$

QUEREMOS
 $(Z_x)_y = (Z_y)_x$.

C2 14/NOV/2023

Início: 16:27 //

FICOU FALTANDO A
GENTE VER FATOR
INTEGRANTE...
ISSO APARECE EM
EDOS EXATAS E
EM EDOS LINEARES,
ENTÃO VAMOS VER
EM EDOS LINEARES
PRIMEIRO.

$$y' + P(x)y = Q(x) \quad (A)$$

↑
"EDO LINEAR"

QUEREMOS ENCONTRAR
UMA FUNÇÃO

$$y = y(x) = f(x)$$

QUE OBTENHA (*)

$$\frac{d}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

[1]

$$I(x)(y' + P(x)y) = (I(x)y)'$$

$$(I(x)y)' = Q(x)$$

$$I(x)y = \int I(x)Q(x)dx + C$$

$$y(x) = \frac{1}{I(x)} \left[\int I(x)Q(x)dx + C \right]$$

∴

$$I(x) = Ae^{\int P(x)dx}$$

$$I(x) = e^{\int P(x)dx} \quad [5]$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

[1]

$$I(x) = e^{\int P(x)dx}$$

[5]

$$y(x) = \frac{1}{I(x)} \left[\int I(x)Q(x)dx + C \right] \quad [4]$$

$$y(x) \Rightarrow f$$

$$P(x) \Rightarrow g$$

$$Q(x) \Rightarrow h$$

$$\int P(x)dx \Rightarrow G$$

$$I(x) \Rightarrow m$$

$$f' + gf = h$$

$$m = e^G$$

$$f = \frac{1}{m} \left(\int m h dx + C \right)$$

$$\frac{1}{e^G} e^{-G}$$

$$[EL_3] = \begin{pmatrix} f' + gf = h \\ G' = g \\ f = e^{-G} \left(\int e^G h dx + C \right) \end{pmatrix}$$

... AGORA FAÇAM O
EXERCÍCIO 0 DO
PDF DE HOJE!

TUDO ISSO ESTÁ NO
PDF DE HOJE, MAS

ACHO QUE EU ESQUECI
DE PEDIR PRA

IMPRIMIREM A PÁGINA
QUE TEM AS EXPLICAÇÕES
DISSO TUDO E O
EXERCÍCIO 0...

ERRO DE DIGITAÇÃO:

$$y' + \frac{1}{y} = 2 \quad \leftarrow A$$

$$y' + \frac{1}{x}y = 2 \quad \leftarrow S$$

C2 14/NOV/2023

INÍCIO: 16:27 //

FICOU FALTANDO A
GENTE VER FATOR
INTEGRANTE...

ISSO APARECE EM
EDOS EXATAS E
EM EDOS LINEARES,
ENTÃO VAMOS VER
EM EDOS LINEARES
PRIMEIRO.

$$y' + P(x)y = Q(x) \quad (A)$$

↑
"EDO LINEAR"

QUEREMOS ENCONTRAR
UMA FUNÇÃO

$$y = y(x) = f(x)$$

QUE OBEDEÇA (*)

$$\frac{d}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

[1]

$$I(x)(y' + P(x)y) = (I(x)y)'$$

$$(I(x)y)' = Q(x)$$

$$I(x)y = \int I(x)Q(x)dx + C$$

$$y(x) = \frac{1}{I(x)} \left[\int I(x)Q(x)dx + C \right]$$

⋮

$$I(x) = Ae^{\int P(x)dx}$$

$$I(x) = e^{\int P(x)dx} \quad [5]$$

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

[1]

$$I(x) = e^{\int P(x)dx}$$

[5]

$$y(x) = \frac{1}{I(x)} \left[\int I(x)Q(x)dx + C \right] \quad [4]$$

$$y(x) \Rightarrow f$$

$$P(x) \Rightarrow g$$

$$Q(x) \Rightarrow h$$

$$\int P(x)dx \Rightarrow G$$

$$I(x) \Rightarrow m$$

$$f' + gf = h$$

$$m = e^G$$

$$f = \frac{1}{m} \left(\int mh dx + C \right)$$

$$[EL_3] = \begin{pmatrix} f' + gf = h \\ G' = g \\ f = e^{-G} \left(\int e^G h dx + C \right) \end{pmatrix}$$

... AGORA FAÇAM O
EXERCÍCIO 0 DO
PDF DE HOJE!

TUDO ISSO ESTÁ NO
PDF DE HOJE, MAS
ACHO QUE EU ESQUECI
DE PEDIR PRA
IMPRIMIREM A PÁGINA
QUE TEM AS EXPLICAÇÕES
DISSO TUDO E O
EXERCÍCIO 0...

$$\frac{1}{e^6} = e^{-6}$$

ERRO DE DI

$$y' + \frac{1}{y} =$$

$$y' + \frac{1}{x}y =$$

$$(x)y = Q(x) \quad [1]$$

$$+ P(x)y = (I(x)y)'$$

$$(x)y' = Q(x)$$

$$(x)y = \int I(x)Q(x)dx + C$$

$$y(x) = \frac{1}{I(x)} \left[\int I(x)Q(x)dx + C \right]$$

$$I(x) = A e^{\int P(x)dx}$$

$$I(x) = e^{\int P(x)dx} \quad [5]$$

$$+ P(x)y = Q(x)$$

$$I(x) = e^{\int P(x)dx}$$

$$y(x) = \frac{1}{I(x)} \left[\int I(x)Q(x)dx + C \right] \quad [4]$$

$$y(x) \Rightarrow f$$

$$P(x) \Rightarrow g$$

$$Q(x) \Rightarrow h$$

$$\int P(x)dx \Rightarrow G$$

$$I(x) \Rightarrow m$$

$$f' + gf = h$$

$$m = e^G$$

$$f = \frac{1}{m} \left(\int m h dx + C \right)$$

$$[EL_3] = \begin{pmatrix} f' + gf = h \\ G' = g \\ f = e^{-G} \left(\int e^G h dx + C \right) \end{pmatrix}$$

... AGORA FAÇAM O EXERCÍCIO 0 DO PDF DE HOJE!

TUDO ISSO ESTÁ NO PDF DE HOJE, MAS

ACHO QUE EU ESQUECI DE PEDIR PARA IMPRIMIREM A PÁGINA

QUE TEM AS EXPLICAÇÕES DISSO TUDO É O EXERCÍCIO 0...

$$\frac{1}{e^6} = e^{-6}$$

EXERCÍCIO DE SUBSTITUIÇÃO:

$$y' + \frac{1}{y} = 2 \quad \leftarrow \text{NÃO}$$

$$y' + \frac{1}{x}y = 2 \quad \leftarrow \text{SIM}$$

$$\underbrace{e^{-\ln x}}_{\frac{1}{x}} \left(\underbrace{\int \underbrace{e^{\ln x}}_x \cdot 2 dx + C}_{\underbrace{2x}_{x^2}} \right)$$

$$e^\alpha e^\beta = e^{\alpha+\beta}$$

$$e^\alpha e^{-\alpha} = e^0 = 1$$

$$\underbrace{e^{\ln x}}_x \underbrace{e^{-\ln x}}_{\frac{1}{x}} = e^0 = 1$$

C2 14/NOV/2023

INÍCIO: 16:27 //

FICOU FALTANDO A
GENTE VER FATOR
INTEGRANTE...

ISSO APARECE EM
EDOS EXATAS E
EM EDOS LINEARES,
ENTÃO VAMOS VER
EM EDOS LINEARES
PRIMEIRO.

$$y' + P(x)y = Q(x) \quad (*)$$

↑
"EDO LINEAR"

QUEREMOS ENCONTRAR
UMA FUNÇÃO

$$y = y(x) = f(x)$$

QUE OBEDEÇA $(*)$

AGORA PAREN O
QUE VOCÊS ESTÃO
FAZENDO E FAÇAM
O "EXERCÍCIO
IMPORTANTÍSSIMO"
DA PÁGINA 4!

POR EXEMPLO:

DIGAMOS QUE
QUEREMOS RESOLVER:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y \stackrel{(1)}{=} Q(x)$$

VAMOS SUPOR QUE CONHEÇAMOS
UMA FUNÇÃO $I(x)$ QUE FAZ
COM QUE ISTO SEJA VERDADE:

$$I(x)(y' + P(x)y) \stackrel{(2)}{=} (I(x)y)'$$

REPARTE QUE:

DICA:

~~OLHA~~ UMA OLHADA
NOS PDFS SOBRE
CONTAS COM JUSTIFICATIVAS
E SOBRE INTEGRAÇÃO
POR PARTES DAS AULAS

3 ATÉ 7 E VEJAM
OS TIPOS DE JUSTIFICA-
TIVAS QUE EU USEI
NELES... NELES EU
USEI JUSTIFICATIVAS
"QUE UM COMPUTADOR
ENTENDE".

EXEMPLO:

$$\text{QUEREMOS QUE: } \frac{dy}{dx} + P(x)y \stackrel{(1)}{=} Q(x)$$

ENTÃO:

$$y' + P(x)y \stackrel{(2)}{=} Q(x)$$

$$I(x)(y' + P(x)y) \stackrel{(3)}{=} I(x)Q(x)$$

DIGAMOS QUE:

$$(I(x)y)' \stackrel{(4)}{=} I(x)Q(x)$$

ERRO DE DIGITAÇÃO

$$y' + \frac{1}{y} = 2 \quad <$$

$$y' + \frac{1}{x}y = 2 \quad <$$

$$x + 2 = 5$$



$$\left(\frac{dy}{dx} \right) + P(x)y \stackrel{(1)}{=} Q(x)$$

$$I(x)y'$$

$$I(x)(y' + P(x)y) \stackrel{(2)}{=} Q(x)I(x) \quad \text{por (1) multiplicada por } I(x) \quad \text{RHS e LHS}$$

$$I(x)(y' + P(x)y) \stackrel{(3)}{=} (I(x)y)'$$

$$I(x)y' + I(x)P(x)y \stackrel{(4)}{=} (I(x)y)'$$

$$(I(x)y)' \stackrel{(5)}{=} I(x)Q(x) \quad \text{por (2) e (3)}$$

$$I(x)y \stackrel{(6)}{=} \int I(x)Q(x)dx + C \quad \text{por (5)}$$

$$y \stackrel{(7)}{=} \frac{1}{I(x)} \left[\int I(x)Q(x)dx + C \right]$$

$$I(x)y' + I(x)P(x)y \stackrel{(8)}{=} (I(x)y)' \quad \text{cópia de (4)}$$

$$\stackrel{(9)}{=} I'(x)y + I(x)y' \quad \text{por [Prod]}$$

multiplicando por $I(x)$ RHS e LHS

$$I(x)y' + I(x)p(x)y = I'(x)y + I(x)y'$$

$$I(x)p(x)y \stackrel{(11)}{=} I'(x)y$$

$$I(x)p(x) \stackrel{(12)}{=} I'(x)$$

$$I'(x) \stackrel{(13)}{=} I(x)p(x)$$

$$\frac{dI}{dx} \stackrel{(14)}{=} I(x)p(x) \text{ for } I'(x) = \frac{dI}{dx}$$

$$dI \stackrel{(15)}{=} I(x)p(x)dx$$

$$\frac{1}{I} dI \stackrel{(16)}{=} p(x)dx$$

$$\int \frac{1}{I} dI \stackrel{(17)}{=} \int p(x)dx + C_1$$

$$\ln I(x) \stackrel{(18)}{=} \int p(x)dx + C_1 \text{ for } [\text{Log Natural}]$$

$$e^{\ln I(x)} \stackrel{(19)}{=} e^{\int p(x)dx} \cdot e^{C_1}$$

$$I(x) \stackrel{(20)}{=} A e^{\int p(x)dx} \text{ seja } A = e^{C_1}$$

Seja $A = 1$

$$I(x) = e^{\int p(x)dx}$$

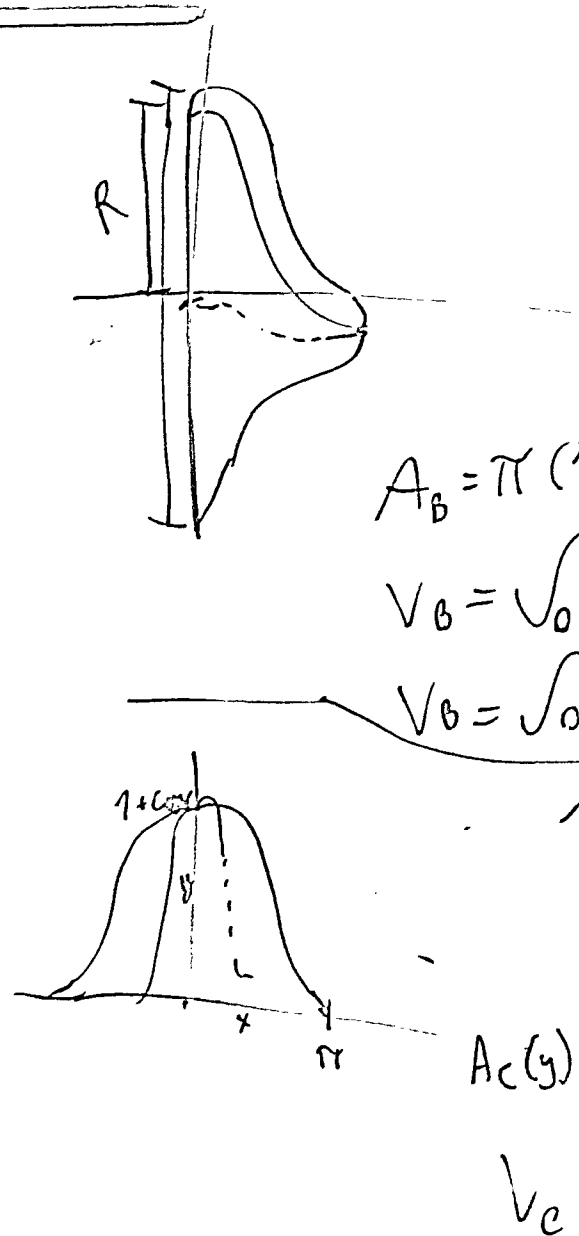
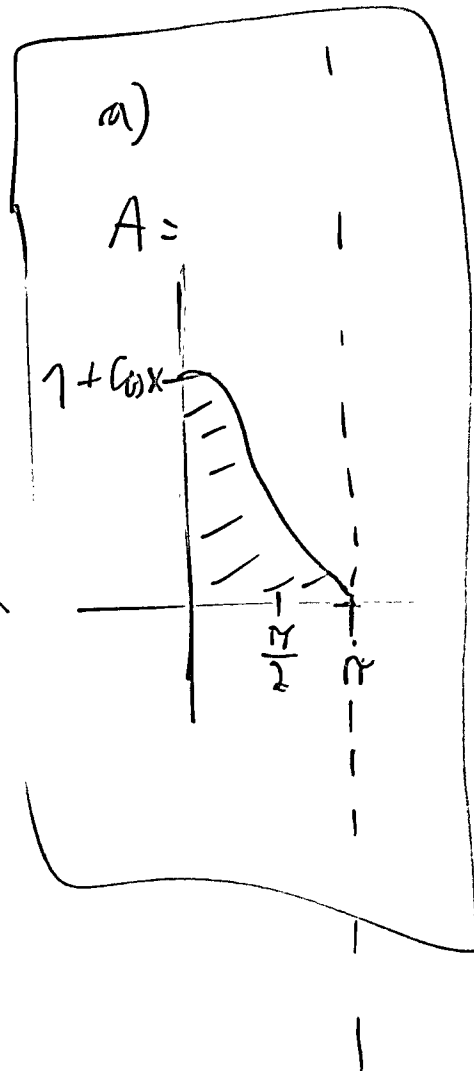
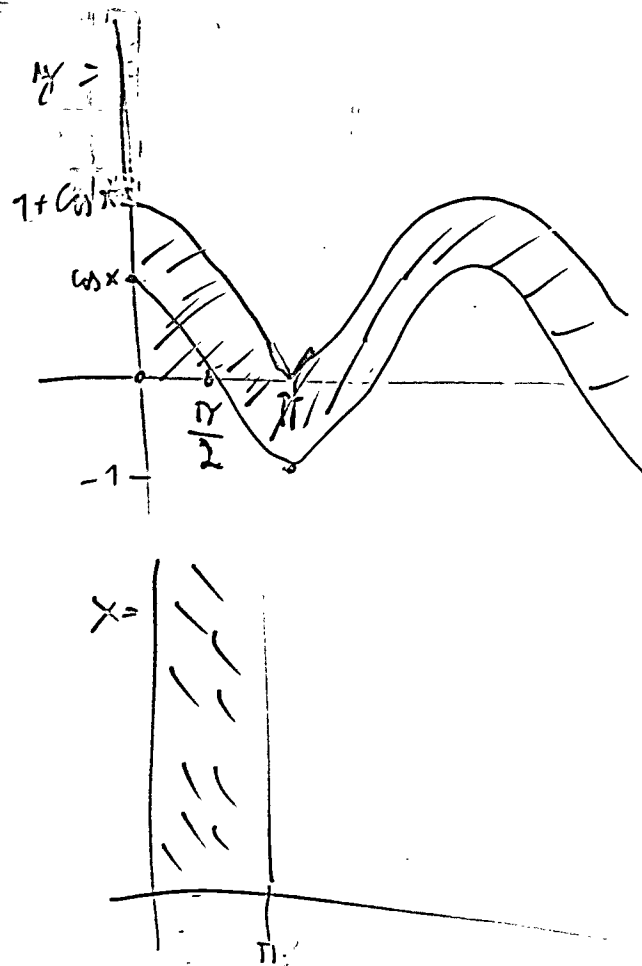
Nº 4

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq 1 + \cos x\}$$

a) Esboço da região A

b) Volume de B $\odot$ eixo x

c) Volume de C $\odot$ eixo y



$$A_B = \pi \int_0^\pi (1 + \cos x)^2 dx$$

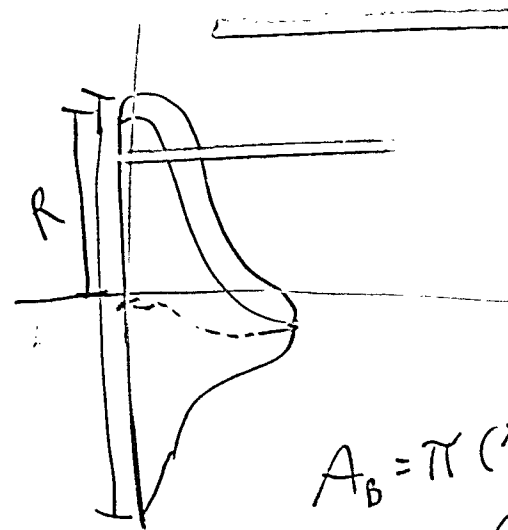
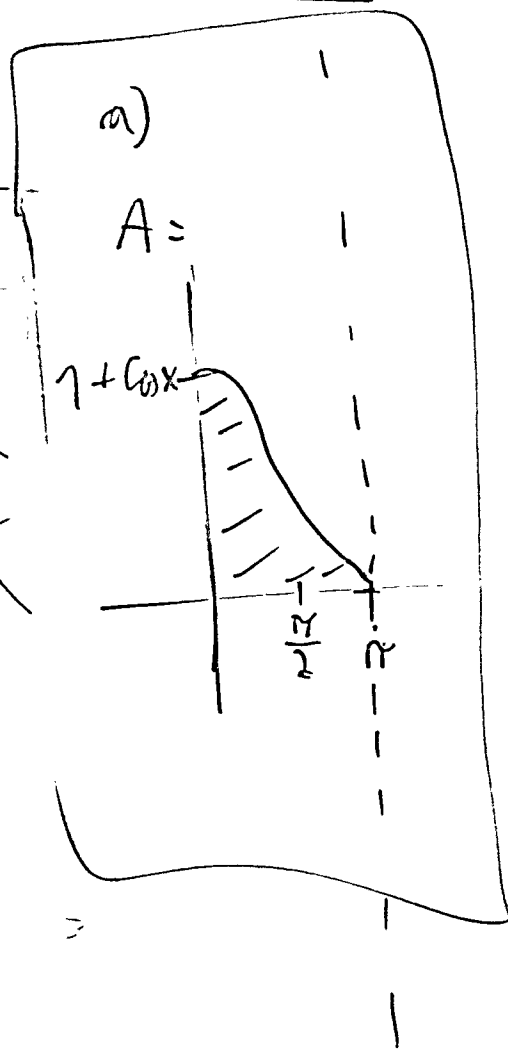
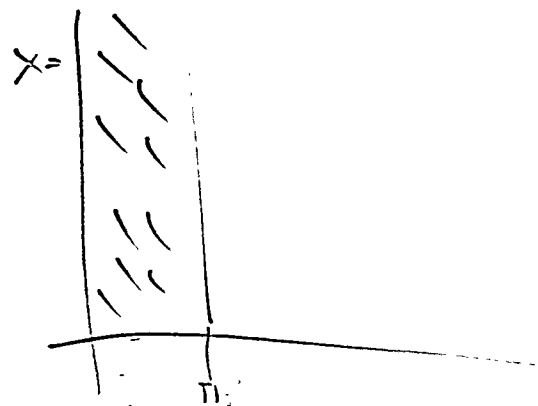
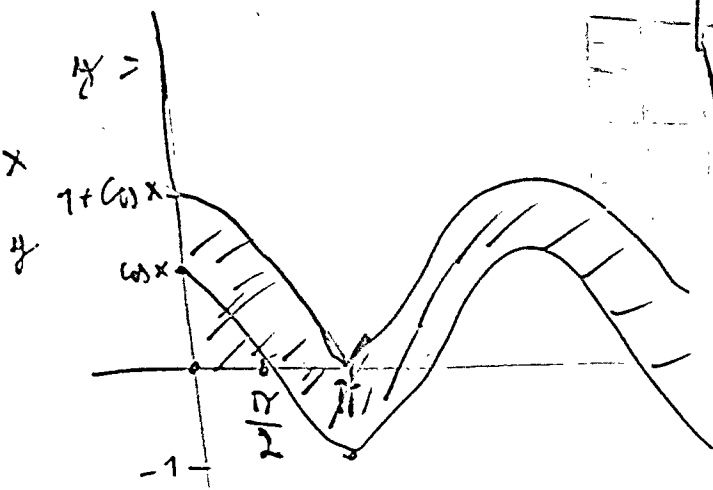
$$V_B = \sqrt{0}$$

$$V_C = \sqrt{0}$$

$$A_C(y)$$

$$V_C$$

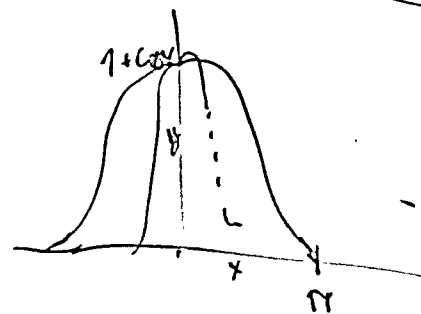
$$\{ \pi, 0 \leq y \leq 1 + \cos x \}$$



$$A_B = \pi (1 + \cos^2(x))^2$$

$$V_B = \int_0^\pi \pi (1 + 2\cos(x) + \cos^2(x)) dx$$

$$V_B = \int_0^\pi \pi + 2\pi \cos(x) + \pi \cos^2(x) dx$$



$$1 + \cos x = y$$

$$\cos x = y - 1$$

$$x = \cos^{-1}(y - 1)$$

$$A_C(y) = \pi (\cos^{-1}(y - 1))^2$$

$$V_C = \int \pi (\cos^{-1}(y - 1))^2$$

C2 21/NOV/2023

INÍCIO: 16:26

HOJE: O MÉTODO DOS COEFICIENTES A DETERMINAR!

ELE SERVE PRA RESOLVER EDOs QUE COMPUTADORES SABEM RESOLVER MUITO BEM, ENTÃO ELE VAI SER UMA DESCULPA PRA GENTE APRENDER ALGUNS TRUQUES DE ÁLGEBRA LINEAR...

- ① $y'' + y' - 20y = 0$
- ② $y'' + y' - 20y = 3x^4 + x^2$
- ③ $y' + (3x+4)y = 0$
- ④ $y' + (3x+4)y = x^5 + x^6$

As EDOs ① e ③ SÃO HOMOGÊNEAS; AS ② e ④ SÃO NÃO-HOMOGÊNEAS. TODAS SÃO LINEARES. As EDOs ① e ② TÊM COEFICIENTES CONSTANTES.

O MÉTODO DE HOJE VAI SERVIR PRA RESOLVER EDOs NÃO HOMOGÊNEAS.

ESSE MÉTODO AQUI ESTÁ EXPLICADO NO ZILL-CULLÉN - PROCURE O LINK QUE DIZ "...PODE SER FATORADO..." -

$$y'' + y' - 20y = 0$$

$$(D^2 + D - 20)y = 0$$

$$(D+5)(D-4)y = 0$$

$$(D-4)(D+5)y = 0$$

SOLUÇÕES BÁSICAS:

$$y = e^{-5x}$$

$$y = e^{4x}$$

$$f_1 = f_1(x) = e^{-5x}$$

$$f_2 = f_2(x) = e^{4x}$$

$$L = (D^2 + D - 20)$$

$$Lf_1 = 0$$

$$Lf_2 = 0$$

$$L(\alpha f_1 + \beta f_2) = 0$$

(FICA IMPLÍCITO AQUI QUE α E β SÃO CONSTANTES - NÃO SÃO FUNÇÕES DE x).

OOPS, FALTOU DAR UM NOME PRA SOLUÇÃO GERAL...

$$f_3(x) = \alpha f_1(x) + \beta f_2(x)$$

$$f_3 = \alpha f_1 + \beta f_2$$

(%i1) edo2 : 'diff(y,x,2) + 'diff(y,x) - 20 y = 0

(%o1) $\frac{d}{dx} \frac{d}{dx} y + \frac{d}{dx} y - 20 y = 0$

(%i2) $f_3 : \text{ode2}(\text{edo2}, y, x);$

$$k_1 e^{-5x} + k_2 e^{4x}$$

(%o2)

(%i3) $f_1 : \text{subst}([k_1=1, k_2=0], f_3);$

$$e^{-5x}$$

(%o3)

$$g(x) = k_1 e^{-5x} + k_2 e^{4x}$$

$$g(0) = 4$$

$$g'(0) = 5$$

$$g(0) = ?$$

$$g'(0) = ?$$

AVISO: NÃO VAI CAIR NADA COM NÚMEROS COMPLEXO NA P2, NA VR OU NA VS... MAS OS ITENS C E D DA QUESTÃO QUE NÓS ESTAMOS RESOLVENDO AGORA PRECISAM DE ALGUMAS COISAS DE COMPLEXO. VOU RESOLVER ESSA PARTE PRA VOCÊS. AS SOLUÇÕES BÁSICAS REAIS DA EDO

$$y'' + 4y' + 29y = 0$$

SÃO $f_1 = e^{-2x} \cos x$ E $f_2 = e^{-2x} \sin x$ E O ITEM D DA PROVA PODE PRA VOCÊS TER UMA dessas soluções

TRUQUE (TAMBÉM)

$$g = e^{-2x}$$

$$C = \cos x$$

$$S = \sin x$$

$$(f_1)' = (gC)' = g'C + gC'$$

$$= (-2g)C + g(-S)$$

$$= -2gC - gS$$

$$L(\alpha f_1 + \beta f_2) = 0$$

(FICA IMPLÍCITO AQUI
QUE α E β SÃO
CONSTANTES - NÃO SÃO
FUNÇÕES DE x).

OOPS, FALTOU DAR
UM NOME PRA SOLUÇÃO
GERAL...

$$f_3(x) = \alpha f_1(x) + \beta f_2(x)$$

$$f_3 = \alpha f_1 + \beta f_2$$

$$\begin{aligned} \text{(\%i1) edo2} &: \text{'diff}(y, x, 2) + \\ &\text{'diff}(y, x) - \\ &20 y = 0 \end{aligned}$$

$$\text{(\%o1)} \quad \frac{d}{dx} \frac{d}{dx} y + \frac{d}{dx} y - 20 y = 0$$

$$\text{(\%i2)} \quad f_3: \text{ode2}(\text{edo2}, y, x);$$

$$k_1 e^{-5x} + k_2 e^{4x}$$

(%o2)

$$\text{(\%i3)} \quad f_1: \text{subst}([k_1=1, k_2=0], f_3);$$

$$\text{(\%o3)} \quad e^{-5x}$$

$$\underline{\underline{g(x) = k_1 e^{-5x} + k_2 e^{4x}}}$$

$$g(0) = 4$$

$$g'(0) = 5$$

$$g(0) = ?$$

$$g'(0) = ?$$

AVISO: NÃO VAI

CAIR NADA COM

NÚMEROS COMPLEXOS

NA P2, NA VR OU

NA VS... MAS OS

ITENS C E D DA

QUESTÃO QUE NÓS ESTAMOS

RESOLVENDO AGORA

PRECISAM DE ALGUMAS

COISAS DE COMPLEXOS.

VÓ RESOLVER ESSA

PORTE PRA VOCÊ. "

AS SOLUÇÕES BÁSICAS

$$y'' + 4y' + 29y = 0$$

SÃO

$$f_1 = e^{-2x} \cos 5x$$

$$f_2 = e^{-2x} \sin 5x$$

E O ITEM D DA PROVA

PEDE PRA VOCÊ TESTAREM

UMA DESSAS SOLUÇÕES.

TRUQUE (TREMEM ISSO!):

$$g = e^{-2x}$$

$$c = \cos 5x$$

$$s = \sin 5x$$

$$(f_1)' = (g c)' = g' c + g c'$$

$$= (-2g) c + g(-5s)$$

$$= -2g c - 5g s$$

$$\begin{aligned} g' &= (e^{-2x})' \\ &= -2e^{-2x} \\ &= -2g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c' &= (\cos 5x)' \\ &= -5 \sin 5x \\ &= -5s \end{aligned}$$

02 21/NOV/2023

INÍCIO: 16:26

HOJE: O MÉTODO DOS COEFICIENTES A DETERMINAR!

ELE SERVE PARA RESOLVER EDOs QUE COMPUTADORES SABEM RESOLVER MUITO BEM, ENTÃO ELE VAI SER UM DESCULPA PARA GENTE APRENDER ALGUNS TRUQUES DE ÁLGEBRA LINEAR...

AGORA SIGAM O LINK PARA SEÇÃO 3.5 DO ZILL/CULLEN.

NÓS VAMOS RESOLVER ESTES TRÊS EXEMPLOS DELE:

(EX1) $y'' - 3y' - 4y = 3e^{2x}$

(EX2) $y'' - 3y' - 4y = 2 \sin x$

(EX2.5) $y'' - 3y' - 4y = 4x^2 - 1$

$$y'' - 3y' - 4y = 0$$

$$(D^2 - 3D - 4)y = 0$$

$$(D-4)(D+1)y = 0$$

$$L = (D-4)(D+1)$$

SOLUÇÕES BÁSICAS:

$$L e^{4x} = 0$$

$$L e^{-x} = 0$$

$$f_1 = e^{4x}$$

$$f_2 = e^{-x}$$

A SOLUÇÃO GERAL DA EDO HOMOGENEA

$$L f = 0$$

$$e' f_3 = \alpha e^{4x} + \beta e^{-x}$$

SEJAM:

$$f_4 = e^{2x}$$

$$f_5 = \sin x$$

$$f_6 = \cos x$$

$$f_7 = x^2$$

$$f_8 = x$$

$$f_9 = 1$$

EXERCÍCIO:

CALCULE:

$$L f_4 = -6f_4$$

$$L f_5 = -3f_6 - 5f_5$$

$$L f_6 = +3f_5 - 5f_6$$

$$L f_7 = -4f_7 - 6f_8 + 2f_9$$

$$L f_8 = -4f_8 - 3f_9$$

$$L f_9 = -4f_9$$

$$\begin{aligned} L f_4 &= (D^2 - 3D - 4)f_4 \\ &= D D f_4 - 3 D f_4 - 4 f_4 \\ &= \underbrace{D D f_4}_{2f_4} - \underbrace{3 D f_4}_{2f_4} - 4 f_4 \\ &= \underbrace{4f_4}_{4f_4} - \underbrace{6f_4}_{6f_4} \\ &= -6f_4 \end{aligned}$$

QUEREMOS ALGUMA SOLUÇÃO DE (EX1), ISTO É, DE

$$L g = 3f_4$$

SERÁ QUE EXISTE ALGUMA SOLUÇÃO DA FORMA

$$g = A f_4 ?$$

DETERMINE O COEFICIENTE A !!

$$L g = 3f_4$$

$$A f_4$$

$$A L f_4$$

$$A(-6f_4)$$

$$-\frac{1}{2}$$

!!

$$L(-\frac{1}{2}f_4) = 3f_4$$

$$L(-\frac{1}{2}e^{2x}) = 3e^{2x}$$

$$L(\frac{1}{2}e^{2x} + \alpha f_1 + \beta f_2) = 3e^{2x}$$

← PARTICULAR

← GERAL

(EX 2.5) $y'' - 3y' - 4y = 4x^2 - 1$

$$L(Af_7 + \dots)$$

$$L(Af_7 + \dots)$$

EXERCÍCIO:

CALCULE:

$$Lf_4 = -6f_4$$

$$Lf_5 = -3f_6 - 5f_5$$

$$Lf_6 = +3f_5 - 5f_6$$

$$Lf_7 = -4f_7 - 6f_8 + 2f_9$$

$$Lf_8 = -4f_8 - 3f_9$$

$$Lf_9 = -4f_9$$

$$\begin{aligned} Lf_4 &= (D^2 - 3D - 4)f_4 \\ &= D \underbrace{Df_4}_{2f_4} - 3 \underbrace{Df_4}_{2f_4} - 4f_4 \\ &= \underbrace{4f_4}_{4f_4} - \underbrace{6f_4}_{6f_4} - 4f_4 \\ &= -6f_4 \end{aligned}$$

QUEREMOS ALGUMA
SOLUÇÃO DE (EX 1),
ISTO É, DE

$$Lg = 3f_4$$

SERÁ QUE EXISTE ALGUMA
SOLUÇÃO DA FORMA

$$g = Af_4?$$

DETERMINE O COEFICIENTE A //

$$Lg = 3f_4$$

$$Af_4$$

$$ALf_4$$

$$A(-6f_4)$$

$$-\frac{1}{2}$$

//

$$L(-\frac{1}{2}f_4) = 3f_4$$

$$L(-\frac{1}{2}e^{2x}) = 3e^{2x}$$

$$L(\frac{1}{2}e^{2x} + \alpha f_1 + \beta f_2) = 3e^{2x} \quad \Leftarrow \text{GEMAL}$$

← PARTICULAR

$$(EX 2.5) \quad y'' - 3y' - 4y = 4x^2 + 1$$

$$Lg = 4f_7 + f_9$$

$$L(Af_7 + Bf_8 + Cf_9) = 4f_7 + f_9$$

$$\begin{aligned} L(Af_7 + Bf_8 + Cf_9) &= ALf_7 \\ &+ BLf_8 \\ &+ CLf_9 \end{aligned}$$

$$= A(-4f_7 - 6f_8 + 2f_9)$$

$$+ B(-4f_8 - 3f_9)$$

$$+ C(-4f_9)$$

$$= (4f_7 + f_9)$$

$$A = -1$$

$$B = \frac{3}{2}$$

$$C = \frac{3}{2}$$

C2 22/NOV/2023

INÍCIO: 9:49

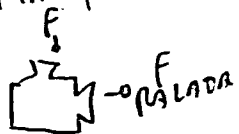
HOJE: INTRODUÇÃO
A SÉRIES DE
TAYLOR!

A GENTE VAI
APRENDER A

APROXIMAR
FUNÇÕES "COMPLICADAS"
COMO $\sin$, $\cos$ E $\exp$
POR POLINÔMIOS;

A GENTE VAI CALCULAR
 $\sin(0.1)$ "NA MÃO";
E A GENTE VAI
COMECAR A VER
RAIO DE CONVERGÊNCIA.

A GENTE VAI USAR
UM PDFZINHO DE
SÉRIES DE TAYLOR
QUE EU PREPAREI
PPA C3 PULANDO
MUITAS PARTES DELA.



$$\text{derivs}(f) = (f, f', f'', f''', \dots)$$

$$\text{derivs}_0(f) = (f(0), f'(0), f''(0), \dots)$$

EXERCÍCIO 0:

CALCULE OS 9 PRIMEIROS TERMOS
DE CADA UMA DESTAS SEQUÊNCIAS;

- $\text{derivs}(\exp(x))$
- $\text{derivs}(\sin(x))$
- $\text{derivs}(\cos(x))$
- $\text{derivs}(ax^2 + bx + c)$

$$f^{(k)}(x) = f \underbrace{||| \dots |||}_{K \text{ DERIVADAS}}(x)$$

$$f^{(0)}(x) = f(x)$$

$$f^{(1)}(x) = f'(x)$$

$$f^{(2)}(x) = f''(x)$$

COMO TABELA:

$$f^{(0)}(x) = f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f^{(1)}(x) = f'(x) = 2ax + b$$

$$f^{(2)}(x) = f''(x) = 2a$$

$$f^{(3)}(x) = f'''(x) = 0$$

$$f^{(4)}(x) = f^{(5)}(x) = 0$$

$$\text{derivs}(ax^2 + bx + c) = (ax^2 + bx + c, 2ax + b, \dots)$$

EXERCÍCIO 1:
CALCULE OS 9
PRIMEIROS TERMOS
DE:

- $\text{derivs}_0(\exp(x))$
- $\text{derivs}_0(\sin x)$
- $\text{derivs}_0(\cos x)$
- $\text{derivs}_0(ax^2 + bx + c)$

AGORA LEMOSEM
A NOTACÃO DE
CAIXINHAS...

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d & e \end{bmatrix}$$

$$= ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

EXERCÍCIO 2:

a) COMPLETE:

$$\text{derivs} \left(\begin{bmatrix} e & d & c & b & a \end{bmatrix} \right) = \left(\begin{bmatrix} e & d & c & b & a \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4e & 3d & 2c & b & a \end{bmatrix}, \dots \right)$$

b) CALCULE OS 9
PRIMEIROS TERMOS DE
 $\text{derivs}_0 \left(\begin{bmatrix} e & d & c & b & a \end{bmatrix} \right)$.

MAIS DEFINIÇÕES:

$$\text{derivs}^k(f) = (f^{(0)}, f^{(1)}, \dots, f^{(k)})$$

$$\text{derivs}_0^k(f) = (f^{(0)}(0), f^{(1)}(0), \dots, f^{(k)}(0))$$

EXERCÍCIO 3:

ENCONTRE O POLINÔMIO
MAIS SIMPLES POSSÍVEL
ISTO É, COM O GRÁU
MAIS BAIXO POSSÍVEL
QUE OBEDEÇA ISTO:
 $\text{derivs}_0^4(p(x)) = (1, 0, 0, 0, 0)$

(PPA QUEM JÁ CONSEGUE
DETERMINAR UMA SOLUÇÃO
DO PDFZINHO DE H)

$$f) = (f, f', f'', f''', \dots)$$

$$f) = (f(0), f'(0), f''(0), \dots)$$

f(0) =
 e os 9 primeiros termos
 de cada uma destas seqüências:
 derivs (exp(x))
 derivs (sen(x))
 derivs (cos(x))
 derivs (ax² + bx + c)

$$f^{(k)}(x) = \underbrace{f \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{k \text{ derivadas}} \quad \quad \quad}_{\text{III} \dots \text{III}}(x)$$

$$\begin{aligned}
 f^{(0)}(x) &= f(x) \\
 f^{(1)}(x) &= f'(x) \\
 f^{(2)}(x) &= f''(x)
 \end{aligned}$$

Como tabela:

$$\begin{aligned}
 f^{(0)}(x) &= f(x) = ax^2 + bx + c \\
 f^{(1)}(x) &= f'(x) = 2ax + b \\
 f^{(2)}(x) &= f''(x) = 2a \\
 f^{(3)}(x) &= f'''(x) = 0 \\
 f^{(4)}(x) &= f^{(5)}(x) = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{derivs}(ax^2 + bx + c) \\
 &= (ax^2 + bx + c, \\
 &\quad 2ax + b, \\
 &\quad \vdots)
 \end{aligned}$$

Exercício 1:
 Calcule os 9
 primeiros termos
 de:
 a) derivs₀(exp(x))
 b) derivs₀(sen x)
 c) derivs₀(cos x)
 d) derivs₀(ax² + bx + c)

Agora lembrem
 a notação de
 Caixinhas...

a	b	c	d	e
---	---	---	---	---

$$\begin{aligned}
 &= ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \\
 &= ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e
 \end{aligned}$$

Exercício 2:

a) complete:

$$\begin{aligned}
 \text{derivs}(\begin{bmatrix} e & d & c & b & a \end{bmatrix}) \\
 &= (\begin{bmatrix} e & d & c & b & a \end{bmatrix}, \\
 &\quad \begin{bmatrix} 4e & 3d & 2c & b \end{bmatrix}, \\
 &\quad \vdots)
 \end{aligned}$$

b) calcule os 9
 primeiros termos de
 derivs₀(

e	d	c	b	a
---	---	---	---	---

)

mais definições:

$$\text{derivs}^k(f) = (\underbrace{f^{(0)}, f^{(1)}, \dots, f^{(k)}}_{\substack{\text{derivada} \\ \text{de grau } k}})$$

k+1 itens!

$$\text{derivs}_0^k(f) = (\underbrace{f^{(0)}(0), f^{(1)}(0), \dots, f^{(k)}(0)}_{k+1 \text{ itens!}})$$

Exercício 3:
 Encontre o polinômio p(x)
 mais simples possível -
 isto é, com o grau
 mais baixo possível -
 que obedea isto aqui:
 derivs₀⁴(p(x)) = (1, 1, 1, 1, 1)

(ppa quem já conseguiu:
 dêem uma olhada na p.8
 do PDFzinho de hoje)

Exercício 4:

idem, mas

$$\text{derivs}_0^5(q(x)) = (\underbrace{a, b, c, d, e, f}_{\begin{smallmatrix} \boxed{a} & \boxed{b} & \boxed{c} & \boxed{d} & \boxed{e} & \boxed{f} \end{smallmatrix}})$$

Repare que
 derivs₀⁵(q(x)) =
 $(\frac{q^{(0)}(0)}{0!}, \frac{q^{(1)}(0)}{1!}, \frac{q^{(2)}(0)}{2!}, \dots)$

Então quando q(x)
 tem grau 5,

$$q(x) = \frac{q^{(0)}(0)}{0!}x^0 + \frac{q^{(1)}(0)}{1!}x^1 + \dots$$

$$= \sum_{k=0}^5 \frac{q^{(k)}(0)}{k!}x^k$$

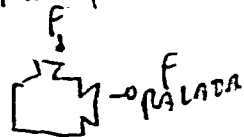
C2 22/NOV/2023

INÍCIO: 9:19

HOJE: INTRODUÇÃO
A SÉRIES DE
TAYLOR!

A GENTE VAI
APRENDER A
APROXIMAR
FUNÇÕES "COMPLICADAS"
COMO $\sin$, $\cos$ E $\exp$
POR POLINÔMIOS;
A GENTE VAI CALCULAR
 $\sin(0.1)$ "NA MÃO";
E A GENTE VAI
COMECAR A VER
RAIO DE CONVERGÊNCIA.

A GENTE VAI USAR
UM PDFZINHO DE
SÉRIES DE TAYLOR
QUE EU PREPAREI
PRA C3 PULANDO
MUITAS PARTES DELA.



$$\text{derivs}(f) = (f, f', f'', f''')$$

$$\text{derivs}_0(f) = (f(0), f'(0), f''(0), \dots)$$

EXERCÍCIO 0:

CALCULE OS 9 PRIMEIROS TERMOS
DE CADA UMA DESTAS SEQUÊNCIAS;

- $\text{derivs}(\exp(x))$
- $\text{derivs}(\sin(x))$
- $\text{derivs}(\cos(x))$
- $\text{derivs}(ax^2 + bx + c)$

Como $\text{derivs}_0^5(\exp(x)) = (1, 1, 1, 1, 1, 1)$
ENTÃO O POLINÔMIO DE GRAU 5 "MAIS
PARECIDO" COM $\exp(x)$ É ESTE:

$$p(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120}$$

AGORA:

- DESCUBRA O POLINÔMIO DE GRAU 5
"MAIS PARECIDO" COM $\sin x$
E DÊ UM ROTEIRO PARA ELE.

$$\text{derivs}^5(\sin x) = (\sin x, (\sin x)', (\sin x)'', (\sin x)''', (\sin x)^{(4)}, (\sin x)^{(5)})$$

$$= (\sin x, \cos x, -\sin x, -\cos x, \sin x, \cos x)$$

$$\text{derivs}_0^5(\sin x) = (\sin 0, \cos 0, -\sin 0, -\cos 0, \sin 0, \cos 0)$$

$$= (0, 1, 0, -1, 0, 1)$$

$$S(x) = 0 + 1x + 0\frac{x^2}{2!} + (-1)\frac{x^3}{3!} + 0\frac{x^4}{4!} + 1\frac{x^5}{5!}$$

EXERCÍCIO:

CALCULEM $S(0.1)$
COM A CALCULADORA
DO CELULAR E
COMPAREM O
RESULTADO COM $\sin(0.1)$.

O PDFZINHO TEM UM
LINK PRA UMA SEÇÃO
DO STEWART:

STEWART CAP 11 P 61 (p. 679)
11.10 SÉRIES DE TAYLOR E
MACLAURIN

O QUE A GENTE VIU ATÉ
AGORA É A SÉRIE DE MACLAURIN.
A SÉRIE DE TAYLOR É UM
POUCO MAIS COMPLICADA:

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^N f^{(k)}(a) \frac{(x-a)^k}{k!}$$

DEFS:

$$\text{derivs}_a(f) = (f(a), f'(a), f''(a), \dots) \\ = (f^{(0)}(a), f^{(1)}(a), f^{(2)}(a), \dots)$$

$f, f', f'', f''', \dots$

$(f(0), f'(0), f''(0), \dots)$

O:
s q PRIMEIROS TERMOS
UMA DESTAS SEQUÊNCIAS:

$(\exp(x))$

$(\sin(x))$

$(\cos(x))$

$(ax^2 + bx + c)$

$$\text{deriv}_0^5(\exp(x)) = (1, 1, 1, 1, 1, 1)$$

POLINÔMIO DE GRAU 5 "MAIS
COM $\exp(x)$ É ESTE:

$$1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120}$$

O POLINÔMIO DE GRAU 5
"MEIO" COM $\sin x$
NÃO É PRA ELE.

$$\text{deriv}_0^5(\sin x) = (\sin x, (\sin x)', (\sin x)'', (\sin x)''', (\sin x)^{(4)}, (\sin x)^{(5)})$$

$$= (\sin x, \cos x, -\sin x, -\cos x, \sin x, \cos x)$$

$$\text{deriv}_0^5(\sin x) = (\sin 0, \cos 0, -\sin 0, -\cos 0, \sin 0, \cos 0)$$

$$= (0, 1, 0, -1, 0, 1)$$

$$S(x) = 0 + 1x + 0\frac{x^2}{2!} + (-1)\frac{x^3}{3!} + 0\frac{x^4}{4!} + 1\frac{x^5}{5!}$$

EXERCÍCIO:

CALCULEM $S(0,1)$

COM A CALCULADORA

DO CELULAR E

COMPAREM O

RESULTADO COM $\sin(0,1)$.

O PDFZINHO TEM UM
LINK PRA UMA SEÇÃO
DO STEWART:

STEWART CAP 11 P 61 (p. 679)

11.10 SÉRIES DE TAYLOR E
MACLAURIN

O QUE A GENTE VIU ATÉ
AGORA É A SÉRIE DE MACLAURIN.

A SÉRIE DE TAYLOR É UM
POUCO MAIS COMPLICADA:

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^N f^{(k)}(a) \frac{(x-a)^k}{k!}$$

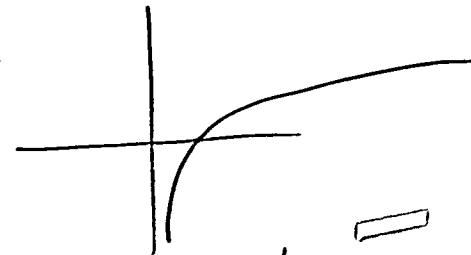
DEFS:

$$\text{deriv}_a(f) = (f(a), f'(a), f''(a), \dots)$$

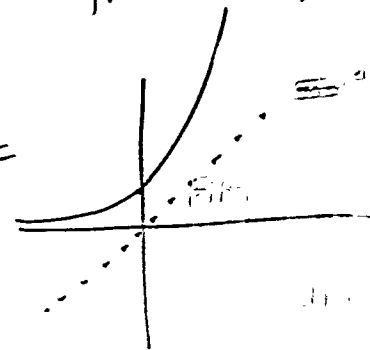
$$= (f^{(0)}(a), f^{(1)}(a), f^{(2)}(a), \dots)$$

EXEMPLO RÁPIDO:

$$\ln(x) =$$



$$\exp(x) =$$



EXERCÍCIO:

CALCULE

$$\text{deriv}_1^4(\ln x)$$

$$\text{E } \text{deriv}_1^4(\ln x)$$

PARA CASA:
DÊM UMA OLHADA
NA SEÇÃO 11.10
DO STEWART E NAS
ANTERIORES!

C2 NOV/2023

INÍCIO: 14:27

HOJE: VÁRIOS
PRÉ-REQUISITOS
PARA GENTE ENTENDER
RAIO DE CONVERGÊNCIA!
A GENTE VAI ENTENDER
BOA PARTE DO CAPÍTULO
SOBRE SÉRIES DO
STEWART! 8 MINUTOS
DE UM VÍDEO DO
MATHOLOGER!

AS OPERAÇÕES

$\text{deriv}(f)$, $\text{deriv}_0(f)$,
 $\text{deriv}^k(f)$, $\text{deriv}_a(f)$,
 $\text{deriv}_0^k(f)$,
 $\text{deriv}_a^k(f)$

DÃO SEQUÊNCIAS.

AS QUE TÊM k DÃO
SEQUÊNCIAS FINITAS.

$\text{deriv}(f)$ e
 $\text{deriv}^k(f)$ DÃO

SEQUÊNCIAS DE FUNÇÕES,
AS OUTRAS DÃO SEQUÊNCIAS
DE NÚMEROS.

AGORA...
O CAPÍTULO 11
DO STEWART

E ENTENDAM
A SEÇÃO 1

ATÉ O EXEMPLO 3.

OBS: OUTROS LIVROS
USAM (a_n) OU

$(a_n)_{n \in \mathbb{N}^+}$

PARA SEQUÊNCIAS...

EU NUNCA VI
A NOTAÇÃO

$\{a_n\}$,
QUE O STEWART
USA, EM OUTROS
LUGARES...

E NO EXEMPLO 1
TEM COISAS TIPO
 $n \geq 3 \{ \dots \}$!!

DA PRA PENSAR
EM SEQUÊNCIAS
COMO FUNÇÕES CUJO
DOMÍNIO É $\mathbb{N}$,
OU $\mathbb{N}^+$ (MAIS COMUM)

OU $\{3, 4, 5, \dots\}$

E A NOTAÇÃO
DE CONJUNTOS
 $\{(n, a_n) \mid n \in \mathbb{N}^+\}$
UNIFICA TUDO ISSO.

OBS: PRA MIM
(E PRA MUITAS
OUTRAS PESSOAS)

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$

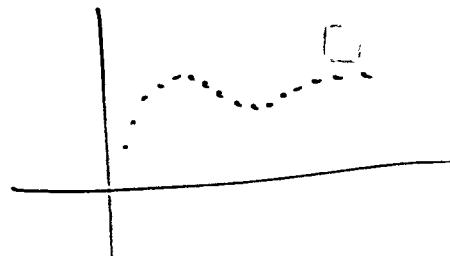
DEPOIS PULEM
PRÓXIMO P. 629
DO LIVRO E
LEIAM O
TEOREMA 7
E O EXEMPLO 11.

DEPOIS LEIAM,
A P. 630 ATÉ
O EXEMPLO 12
(INCLUSIVE).

DEPOIS NA P. 639
LEIAM O 11 E O 12.

DEPOIS FAZEMOS
SÓLVEMOS EXERCÍCIOS
DA SEÇÃO 11.1 (NA P. 633):

6,
13,
16,
23.



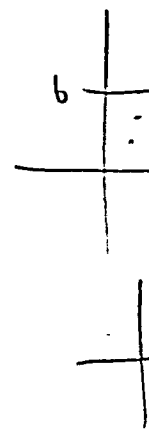
SÉRIES

A SEÇÃO 11.2
DO STEWART (P. 636)
É SOBRE SÉRIES.
LEIA AS PÁGINAS
636, 637, E A
638 ATÉ O
MEIO DELA.

DEPOIS PULE
PRO EXEMPLO 8
NA P. 640 -
INICIE O STEWART
FAZ ALGO BEM
PARECIDO COM
UMA DEMONSTRAÇÃO
DO MATHOLOGER,
MAS SEM AS
ANIMAÇÕES - E AÍ
FICA BEM MAIS
DIFÍCIL ENTENDER.

COMPARAÇÃO COM INTEG

A SEÇÃO
DO STEWART
É SOBRE
COISAS Q
MATHOLO
EXPLICA
VÍDEO.
VEJA SE
CONSEGU
O INÍCI
SEÇÃO
EXEMPLO
E DEPOIS
OS EXER
2, 3 E



AGORA ACESSSEM
O CAPÍTULO 11
DO STEWART
E ENTENDEM
A SEÇÃO 1

ATÉ O EXEMPLO 3.
OBS: OUTROS LIVROS
USAM (a_n) OU
 $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^+}$

ATÉ 12:29

PARA SEQUÊNCIAS...
EU NUNCA VI
A NOTAÇÃO
 $\{a_n\}$,
QUE O STEWART
USA, EM OUTROS
LUGARES...
E NO EXEMPLO 1
TEM COISAS TIPO
 $n \geq 3 \{ \dots \}$!!

DA PRA PENSAR
EM SEQUÊNCIAS
COMO FUNÇÕES CUJO
DOMÍNIO É $\mathbb{N}$,
OU $\mathbb{N}^+$ (MAIS COMUM)
OU $\{3, 4, 5, \dots\}$

E A NOTAÇÃO
DE CONJUNTOS
 $\{(n, a_n) \mid n \in \mathbb{N}^+\}$
UNIFICA TUDO ISSO.

OBS: PRA MIM
(E PRA MUITAS
OUTRAS PESSOAS)

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
 $\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$

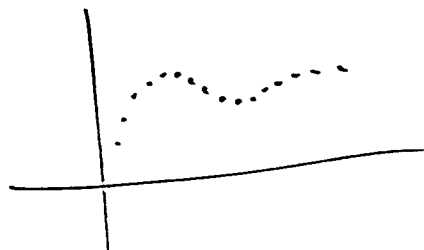
DEPOIS PULEM
PRÓ P. 629
DO LIVRO E
LEIAM O
TEOREMA 7
E O EXEMPLO 11.

DEPOIS LEIAM,
A P. 630 ATÉ
O EXEMPLO 12
(INCLUSIVE).

DEPOIS NA P. 639
LEIAM O 11 E O 12.

DEPOIS FAZAM OS
SEGUINTE EXERCÍCIOS
DA SEÇÃO 11.1 (NA P. 633):

13,
16,
23.



SÉRIES

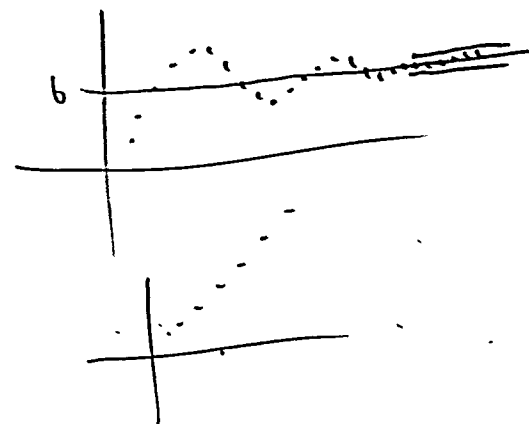
A SEÇÃO 11.2
DO STEWART (P. 636)
É SOBRE SÉRIES.
LEIA AS PÁGINAS
636, 637, E A
638 ATÉ O
MEIO DELA.

DEPOIS PULE
PRO EXEMPLO 8
NA P. 640 -
NELE O STEWART
FAZ ALGO BEM
PARECIDO COM
UMA DEMONSTRAÇÃO
DO MATHOLOGER,
MAS SEM AS
ANIMAÇÕES - E AÍ
FICA BEM MAIS
DIFÍCIL ENTENDER.

COMPARAÇÃO COM INTEGRAIS

A SEÇÃO 11.3
DO STEWART (P. 645)
É SOBRE OUTRAS
COISAS QUE O
MATHOLOGER
EXPLICA NO
VÍDEO.

VEJA SE VOCE
CONSEGUE ENTENDER
O INÍCIO DESSA
SEÇÃO ATÉ OS
EXEMPLOS 1 E 2
E DEPOIS FAÇA
OS EXERCÍCIOS
2, 3 E 4 (P. 651).



AMANHÃ:

SÉRIES DE POTÊNCIAS
E RAIO DE
CONVERGÊNCIA!
(SEÇÃO 11.8
DO STEWART)

C228/Nov/2023

INÍCIO: 16:11

HOJE: SÉRIES DE TAYLOR DE NOVO!

RAIO DE CONVERGÊNCIA!

A GENTE VAI COMEÇAR PELO SEÇÃO 11.10 DO STEWART - SOBRE SÉRIES DE TAYLOR - E A GENTE VAI REVISAR EM ENTENDER CADA UM DOS TESTES DE CONVERGÊNCIA QUE ELE USA, QUE ESTÃO NAS SEÇÕES ANTERIORES.

EU ACRESCENTEI UMAS FOLHAS SOBRE NOTASÃO DE CAIXINHAS NO PDFZINHO SOBRE SÉRIES DE TAYLOR E IMPRIMI ALOUMAS CÓPIAS. USEM ELAS PARA ENTENDER OS "T_n"S - A GENTE VAI TENTAR ENTENDER SEQUÊNCIAS COM ESSA CIMA NOVA!

(T₁(x), T₂(x), T₃(x), ...) PARA "x"ZES ESCOLHIDOS.

DEPOIS QUE VOCÊS FIZEREM O EXERCÍCIO DE CALCULAR O T₃(x)

QUE EU PUS NO MEU PDFZINHO LEIA BEM RÁPIDO A PARTE

EM QUE O STEWART FALA SOBRE R_n(x) E VAI DIRETO PARA O

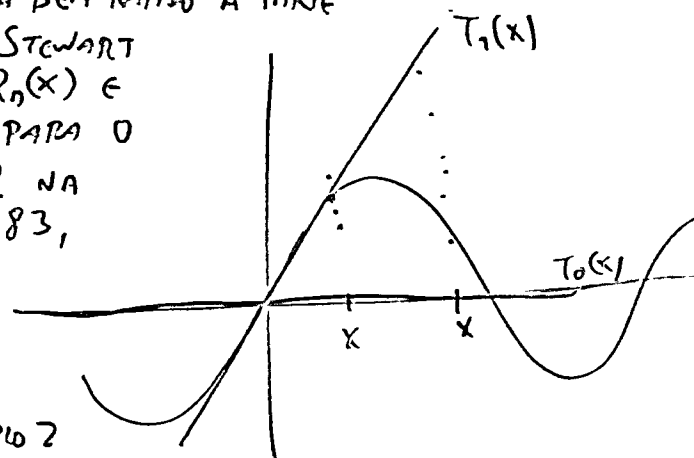
EXEMPLO 2 NA PÁGINA 683,

E TENHA ENTENDER ELE.

NESSE EXEMPLO 2

O STEWART MENCIONA O TEOREMA DO CONFRONTO.

EU ACABEI DE POR NA PÁGINA DO CURSO UM LINK PARA PÁGINA DO STEWART EM QUE ELE EXPLICA O TEOREMA DO CONFRONTO.



... AGORA DESISTAM DA SEÇÃO 11.10

E VOLTAM PARA SEÇÃO 11.8, ONDE O STEWART

EXPLICA RAIO DE CONVERGÊNCIA.

TENTEM ENTENDER ELA ATÉ O EXEMPLO 2.

SEN(x) DEPOIS LEIAM MUITO RÁPIDO

A PARTE SOBRE FUNÇÃO DE BESSEL E VAI PARA PÁGINA 671.

A PÁGINA 671 É MUITO IMPORTANTE.

$$f(x) = \sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots$$

$$T_3(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots$$

$$R_3(x) =$$

C2 29/NOV/2023

INÍCIO: 9:21

A P2 VAI TER UMA QUESTÃO SOBRE EDOCCS COM UMA PARTE SOBRE COEFICIENTES A DETERMINAR - EU CONTEI ISSO OUTRA - E, NOVIDADE: ELA VAI TER UMA QUESTÃO SOBRE MULTIPLICAR E DIVIDIR SÉRIES FORMAS - A GENTE VAI FAZER EXERCÍCIOS SOBRE ISSO AGORA.

MOTIVO: SE VOCÊS TIVEREM PRÁTICA COM SÉRIES FORMAS ENTENDE O RAO DE CONVERGÊNCIA FICA FÁCIL - A VR E A VS TALVEZ TENHAM QUESTÕES SOBRE RAO DE CONVERGÊNCIA - E SÉRIES FORMAS VÃO AJUDAR VOCÊS A ENTENDEREM OS MÉTODOS QUE OS COMPUTADORES USAM.

BOYCE-DIRPIMA:

6.

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$$

$$g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n (x-x_0)^n$$

$$f(x) \pm g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \pm b_n) (x-x_0)^n$$

$$7. f(x)g(x) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^n \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n (x-x_0)^n \right) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-x_0)^n$$

SEM ABREVIATÕES:

DIGAMOS QUE

$$f(x) = 10(x-x_0)^0 + 20(x-x_0)^1 + \dots$$

$$g(x) = 3(x-x_0)^0 + 4(x-x_0)^1 + 5(x-x_0)^2 + \dots$$

$$\text{ENTÃO: } f(x) + g(x) = 13(x-x_0)^0 + 24(x-x_0)^1 + \dots$$

COM ABREVIATÕES:

DIGAMOS QUE

$$\begin{aligned} \text{mac}(a, b, c, \dots) &= a(x-x_0)^0 + b(x-x_0)^1 + c(x-x_0)^2 + \dots \\ &= ax^0 + bx^1 + cx^2 + \dots \\ &= a + bx + cx^2 + \dots \end{aligned}$$

EXERCÍCIO

a) $\text{mac}(2, 3, 4, 5, \dots) + \text{mac}(10, 20, 30, 40, \dots) = ?$ $\text{mac}(12, 23, 34, 45, \dots)$

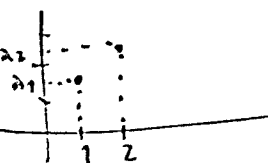
b) $\text{mac}(2, 3, 4, 5, \dots) + \text{mac}(10, 20, 30, \dots) = ?$

c) $\text{mac}(2, 3, 4, 5, \dots) \cdot \text{mac}(0, 10, 0, 0, \dots) = ?$

d) $\text{mac}(2, 3, 4, 5, \dots) \cdot 10x = \text{mac}(0, 20, 30, 40, 50, \dots)$

SEJA $f_3(x) = x^2 + 1$
 $A = \{(x, x^2) \mid x \in \mathbb{R}\}$

ENTÃO $f_3(10) = 101$



$\text{mac}_1 = \text{mac}(2, 3, 4, 5, \dots)$

EXERCÍCIO MAIS DIFÍCIL

$\text{mac}_1 = \text{mac}(a, b, c, \dots)$

$\text{mac}_2 = \text{mac}(d, e, f, \dots)$

a) $\text{mac}_1 \cdot \text{mac}_2 = ?$

b) DESCOBRA QUAIS IGUALDADES

a, b, c, d, e, f TEM QUE

OBERECER PRA QUE A GENTE TENHA

$\text{mac}_1 \cdot \text{mac}_2 = \text{mac}(1, 0, 0, \dots)$

DICA: UMA DELAS É $ad=1$.

c) DIGAMOS QUE

$\text{mac}_4 = \text{mac}(1, \dots)$

$\text{mac}_5 = \text{mac}(d, \dots)$

$\text{mac}_4 \cdot \text{mac}_5 = \text{mac}(1, \dots)$

ENCONTRE α, β, γ

ESCREVA mac_5 NA NO

E CALCULE $\text{mac}_4 \cdot \text{mac}_5$

PRA CONFIRMAR QUE O

RESULTADO REALMENTE

mac

primas:

$$= \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} b_n (x-x_0)^n$$

$$f(x) \pm g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \pm b_n) (x-x_0)^n$$

$$f(x)g(x) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^n \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n (x-x_0)^n \right) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-x_0)^n$$

ABREVIATÖES:

amos que

$$f(x) = 10(x-x_0)^0 + 20(x-x_0)^1 + \dots$$

$$g(x) = 3(x-x_0)^0 + 4(x-x_0)^1 + 5(x-x_0)^2 + \dots$$

$$f(x) + g(x) = 13(x-x_0)^0 + 24(x-x_0)^1 + \dots$$

ABREVIATÖES:

amos que

$$\text{mac}(a, b, c, \dots) = a(x-x_0)^0 + b(x-x_0)^1 + c(x-x_0)^2 + \dots = ax^0 + bx^1 + cx^2 + \dots = a + bx + cx^2 + \dots$$

Exercício

a) $\text{mac}(2, 3, 4, 5, \dots)$

+ $\text{mac}(10, 20, 30, 40, \dots) = ?$ $\text{mac}(12, 23, 34, 45, \dots)$

b) $\frac{\text{mac}(2, 3, 4, 5, \dots)}{\text{mac}(10, 20, 30, \dots)} = ?$

+ $\text{mac}(10, 20, 30, \dots) = ?$

c) $\text{mac}(2, 3, 4, 5, \dots)$

. $\text{mac}(0, 10, 0, 0, \dots) = ?$

d) $\text{mac}(2, 3, 4, 5, \dots)$

. $10x = \text{mac}(0, 20, 30, 40, 50, \dots)$

Sejam $f_3(x) = x^2 + 1$,
 $A = \{(x, x^2) \mid x \in \mathbb{R}\}$

Então $f_3(10) = 101$

Exercício

MAIS DIFÍCIL

$\text{mac}_1 = \text{mac}(a, b, c, \dots)$

$\text{mac}_2 = \text{mac}(d, e, f, \dots)$

a) $\text{mac}_1 \cdot \text{mac}_2 = ?$

b) Descubra quais igualdades

a, b, c, d, e, f têm que

obedeçam para que a gente tenha.

$\text{mac}_1 \cdot \text{mac}_2 = \text{mac}(1, 0, 0, \dots)$

Dica: uma delas é $ad=1$.

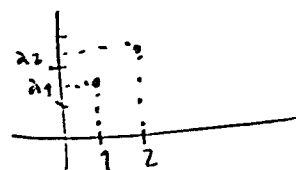
mac_1

$(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$

$\{a_n\}$

$(a_n) = (a_1, a_2, a_3, \dots)$

$(a_n)_{n \in \mathbb{N}} = (20, 21, 22, 23, \dots)$



$\text{mac}_1 = \text{mac}(2, 3, 4, 5, \dots)$

(a_n)

Aviso

A P2 VAI TER UMA

QUESTÃO QUE VAI TESTAR

SE VOCÊS TREINARAM

ESSAS CONTAS COM "MAC'S"

BASTANTE E SE VÃO

ORGANIZAR ELAS

DIREITO E ESCRIVER

ELAS DE FORMA

CLARA...

E VAI CAIR ALGO

PARECIDO COM

ISTO.

|| c) Digamos que

$\text{mac}_4 = \text{mac}(1, 2, 3, \dots)$

$\text{mac}_5 = \text{mac}(d, p, q, \dots)$ E

$\text{mac}_4 \cdot \text{mac}_5 = \text{mac}(1, 0, 0, \dots)$.

ENCONTRE d, p, q ,

ESCREVA mac_5 NA NOTACÃO mac ,

E CALCULE $\text{mac}_4 \cdot \text{mac}_5$ DE NOVO

PARA CONFIRMAR QUE O

RESULTADO REALMENTE É

mac

02 4/dec/2023

Início: 9:24

$$y'' - 3y' - 4y = 2 \sin x$$

$$(D^2 - 3D - 4)y = 0$$

$$(D-4)(D+1)y = 0$$

Refa $L = (D-4)(D+1)$ $f_1(x) = e^{4x}$

$$f_2(x) = e^{-x}$$

$$L f_1 = 0$$

$$L f_2 = 0$$

Solução geral da homogênea:

$$\alpha \cdot f_1(x) + \beta \cdot f_2(x) = 0$$

$$\alpha e^{4x} + \beta e^{-x} = 0$$

Solução geral:

$$f_4(x) = \alpha e^{4x} + \beta e^{-x} - \frac{15}{51} \sin x + \frac{9}{17} \cos x$$

Refa $f_3(x) = A \sin x + B \cos x$

Refa $\sin x = \pi$
 $\cos x = c$

$$\pi' = c$$

$$c' = -\pi$$

Então $f_3(x) = A\pi + Bc \rightarrow f_3(x) = -\frac{5}{17}\pi + \frac{3}{17}c$

$$f_3'(x) = (A\pi + Bc)' = A - B\pi$$

$$f_3''(x) = (A - B\pi)' = -A - Bc$$

$$= -\frac{5}{17} \sin x + \frac{3}{17} \cos x$$

$$L f_3 = -A\pi - Bc - 3(A - B\pi) - 4(A\pi + Bc)$$

solução particular

$$L f_3 = -A\pi - Bc - 3Ac + 3B\pi - 4A\pi - 4Bc$$

$$L f_3 = -5A\pi + 3B\pi - 5Bc - 3Ac$$

Queremos que $L f_3 = 2 \sin x = 2\pi$

$$-5As + 3Bs - 5Bc - 3Ac = 2\pi$$

$$\pi(-5A + 3B) + c(-3A - 5B) = 2\pi$$

$$\begin{cases} -5A + 3B = 2 \\ -3A - 5B = 0 \end{cases}$$

$$-25A + 15B = 10$$

$$-9A - 45B = 0$$

$$-34A = 10$$

$$A = -\frac{10}{34} = -\frac{5}{17}$$

$$\frac{30}{34} - 5B = 0$$

$$5B = \frac{30}{34}$$

$$B = \frac{3}{17}$$

$$A = -\frac{5}{17}$$

$$B = \frac{3}{17}$$

Lembre que esta abreviação

mac(a, b, c)

PARA

a + bx + c

ONDE O "..."

ESTAMOS "PENSA"

COMPUTADOR" E

OS COEFICIENTES

DIGAMOS QUE

mac₁ = mac(1

mac₂ = mac(a

mac₁ · mac₂ = m

DESCUBRA OS COE

DE mac₂.

mac₁

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b & 12a \end{pmatrix}$$

$$a=1 \quad b=-2$$

$$-4y = 2 \sin x$$

$$-1)y = 0$$

$$+1)y = 0$$

-x

x

da equação:

$$f_2(x) = 0$$

$$= 0$$

$$\sin x + \frac{9}{17} \cos x$$

$$\text{Def } f_3(x) = \cancel{A \sin x} + B \cos x$$

$$\text{Def } \sin x = \frac{d}{dx} = C$$

$$\cos x = C \quad d = -17$$

$$\text{Então } f_3(x) = A \sin + B \cos \longrightarrow f_3(x) = \frac{-5}{17} \sin + \frac{3}{17} \cos$$

$$f_3'(x) = (A \sin + B \cos)' = A \cos - B \sin$$

$$f_3''(x) = (A \cos - B \sin)' = -A \sin - B \cos$$

$$= \frac{-5}{17} \sin x + \frac{3}{17} \cos x$$

$$L f_3 = -A \sin - B \cos - 3(A \cos - B \sin) - 4(A \sin + B \cos)$$

solução particular

$$L f_3 = -A \sin - B \cos - 3A \cos + 3B \sin - 4A \sin - 4B \cos$$

$$L f_3 = -5A \sin + 3B \sin - 5B \cos - 3A \cos$$

$$\text{Queremos que } L f_3 = 2 \sin x = 2 \sin$$

$$-5A \sin + 3B \sin - 5B \cos - 3A \cos = 2 \sin$$

$$\sin(-5A + 3B) + \cos(-3A - 5B) = 2 \sin$$

$$\begin{cases} -5A + 3B = 2 \\ -3A - 5B = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -25A + 15B = 10 \\ -9A - 15B = 0 \end{cases}$$

$$-34A = 10$$

$$A = \frac{-10}{34} = -\frac{5}{17}$$

$$A = -\frac{5}{17}$$

$$B = \frac{3}{17}$$

$$\frac{30}{34} - 5B = 0$$

$$5B = \frac{30}{34}$$

$$B = \frac{30}{17 \cdot 2}$$

isto é que estamos usando esta abreviação

$$\text{mac}(a, b, c, d, \dots)$$

PARA

$a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$,
ONDE O "..." INDICA QUE
ESTAMOS "PENSANDO COMO UM
COMPUTADOR" E NÃO SABEMOS
OS COEFICIENTES DE $x^4, x^5, x^6, \dots$.

DIGAMOS QUE,
 $\text{mac}_1 = \text{mac}(1, 2, 5, 0, \dots)$,
 $\text{mac}_2 = \text{mac}(2, 6, 1, \dots)$,
 $\text{mac}_1 \cdot \text{mac}_2 = \text{mac}(1, 0, 0, 0, \dots)$.

DESCUBRA OS COEFICIENTES a, b, c, d
DE mac_2 .

$$\text{mac}_1 = (1, 2, 5, 0, \dots) \cdot \text{mac}_2 = (a, b, c, d, \dots)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 0 & \dots \\ a & b & c & d & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{pmatrix}$$

$a=1 \quad b=2 \quad c=1 \quad d=12$

02 4/DEC/2023

INÍCIO: 9:24
(AULA DE REPOSIÇÃO/REFORÇO)

$$y'' - 3y' - 4y = 2 \cos x$$

$$(D^2 - 3D - 4)y = 0$$

$$(D-4)(D+1)y = 0$$

Seja $L = (D-4)(D+1)$ $f_1(x) = e^{4x}$

$$f_2(x) = e^{-x}$$

$$Lf_1 = 0$$

$$Lf_2 = 0$$

Solução geral da homogênea:

$$\alpha \cdot f_1(x) + \beta \cdot f_2(x) = 0$$

$$\alpha e^{4x} + \beta e^{-x} = 0$$

Solução geral:

$$f_4(x) = \alpha e^{4x} + \beta e^{-x} - \frac{15}{51} \cos x + \frac{9}{151} \sin x$$

Seja $f_3(x) = A \sin x + B \cos x$

Definam $\sin x = \pi$ $\pi' = C$
 $\cos x = C$ $C' = -\pi$

Então $f_3(x) = A\pi + Bc \rightarrow f_3(x) = -\frac{5}{17}\pi + \frac{3}{17}c$

$$f_3'(x) = (A\pi + Bc)' = Ac - B\pi$$

$$f_3''(x) = (Ac - B\pi)' = -A\pi - Bc$$

$$Lf_3 = -A\pi - Bc - 3(Ac - B\pi) - 4(A\pi + Bc)$$

→ solução particular

$$Lf_3 = -A\pi - Bc - 3Ac + 3B\pi - 4A\pi - 4Bc$$

$$Lf_3 = -5A\pi + 3B\pi - 5Bc - 3Ac$$

Queremos que $Lf_3 = 2 \cos x = 2c$

$$-5As + 3Bs - 5Bc - 3Ac = 2c$$

$$\pi(-5A + 3B) + c(-3A - 5B) = 2c$$

$$\begin{cases} -5A + 3B = 2 \\ -3A - 5B = 0 \end{cases}$$

$$-25A + 15B = 10$$

$$-9A - 45B = 0$$

$$-34A = 10$$

$$A = -\frac{10}{34} = -\frac{5}{17}$$

$$\frac{30}{34} - 5B = 0$$

$$5B = \frac{30}{34}$$

$$B = \frac{30}{170}$$

$$A = -\frac{5}{17}$$

$$B = \frac{3}{17}$$

LEMBRE QUE ESTAMOS
ESTA ABBREVIACÃO

$$mac(a, b, c, d, \dots)$$

PARA

$$a + bx + cx^2 + d$$

ONDE O "..." INDICA
ESTAMOS "PENSANDO
COMPUTADOR" E NÃO
OS COEFICIENTES DE

DIGAMOS QUE...

$$mac_1 = mac(1, 2, 5)$$

$$mac_2 = mac(a, b, c)$$

$$mac_1 \cdot mac_2 = mac(1, 2, 5)$$

DESCUBRA OS COEFICIENTES
DE mac_2 .

$$mac_1 \cdot mac(a, 0, 0, 0)$$

$$mac_1 \cdot mac(0, b, 0, 0)$$

$$mac_1 \cdot mac(0, 0, c, 0)$$

$$mac_1 \cdot mac(0, 0, 0, d)$$

$$mac_1 \cdot mac_2 = mac(a, b, c, d)$$

$$mac_1 \cdot mac_2 = mac(1, 2, 5)$$

$$mac_1 \cdot mac_2 = mac(1, 2, 5)$$

$$mac_1 \cdot mac_2 = mac(1, 2, 5)$$

$$mac_1 \cdot mac_2 = mac(1, 2, 5)$$

$$mac_1 \cdot mac_2 = mac(1, 2, 5)$$

$$mac_1 \cdot mac_2 = mac(1, 2, 5)$$

$$mac_1 \cdot mac_2 = mac(1, 2, 5)$$

$$1 - 4y = 2 \sin x$$

$$4)y = 0$$

$$0+1)y = 0$$

4x
2
x

da imagina:

$$3f_2(x) = 0$$

$$x = 0$$

$$\sin x + \frac{9}{17} \cos x$$

$$\text{Defin } f_3(x) = A \sin x + B \cos x$$

$$\text{Defin } \sin x = \frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$$

$$\text{Então } f_3(x) = A \sin x + B \cos x \rightarrow f_3(x) = -\frac{5}{17} \sin x + \frac{3}{17} \cos x$$

$$f_3'(x) = (A \sin x + B \cos x)' = A \cos x - B \sin x$$

$$f_3''(x) = (A \cos x - B \sin x)' = -A \sin x - B \cos x$$

$$L f_3 = -A \sin x - B \cos x - 3(A \cos x - B \sin x) - 4(A \sin x + B \cos x)$$

$$L f_3 = -A \sin x - B \cos x - 3A \cos x + 3B \sin x - 4A \sin x - 4B \cos x$$

$$L f_3 = -5A \sin x + 3B \sin x - 5B \cos x - 3A \cos x$$

$$\text{Queremos que } L f_3 = 2 \sin x = 2 \sin x$$

$$-5A \sin x + 3B \sin x - 5B \cos x - 3A \cos x = 2 \sin x$$

$$\sin x (-5A + 3B) + \cos x (-3A - 5B) = 2 \sin x$$

$$\begin{cases} -5A + 3B = 2 \\ -3A - 5B = 0 \end{cases}$$

$$-25A + 15B = 10$$

$$-9A - 15B = 0$$

$$-34A = 10$$

$$A = -\frac{10}{34} = -\frac{5}{17}$$

$$\frac{30}{34} - 5B = 0$$

$$5B = \frac{30}{34}$$

$$B = \frac{30}{170}$$

$$A = -\frac{5}{17}$$

$$B = \frac{3}{17}$$

ENTÃO QUE ESTAMOS USANDO
ESTA ABREVIATURA

$$\text{mac}(a, b, c, d, \dots)$$

PARA

$$a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$$

ONDE O "..." INDICA QUE
ESTAMOS "PENSANDO COMO UM
COMPUTADOR" E NÃO SABEMOS
OS COEFICIENTES DE $x^4, x^5, x^6, \dots$

DIGAMOS QUE

$$\text{mac}_1 = \text{mac}(1, 2, 5, 0, \dots)$$

$$\text{mac}_2 = \text{mac}(a, b, c, d, \dots)$$

$$\text{mac}_1 \cdot \text{mac}_2 = \text{mac}(1, 0, 0, 0, \dots)$$

DESCUBRA OS COEFICIENTES a, b, c, d
DE mac_2 .

$$\text{mac}_1 \cdot \text{mac}(a, 0, 0, 0, \dots) = \text{mac}(a, 2a, 5a, 0, \dots)$$

$$\text{mac}_1 \cdot \text{mac}(0, b, 0, 0, \dots) = \text{mac}(0, b, 2b, 5b, \dots)$$

$$\text{mac}_1 \cdot \text{mac}(0, 0, c, 0, \dots) = \text{mac}(0, 0, c, 2c, \dots)$$

$$\text{mac}_1 \cdot \text{mac}(0, 0, 0, d, \dots) = \text{mac}(0, 0, 0, d, \dots)$$

$$\text{mac}_1 \cdot \text{mac}_2 = \text{mac}(a, 2a+b, 5a+2b+c, 5b+2c+d, \dots)$$

$$\text{Se } \text{mac}_1 \cdot \text{mac} = \text{mac}(1, 0, 0, 0, \dots)$$

$$\text{ENTÃO } a = 1,$$

$$2a + b = 0 \Rightarrow b = -2,$$

$$5a + 2b + c = 0 \Rightarrow c = -1,$$

$$5b + 2c + d = 0 \Rightarrow d = 12$$

$$\text{mac}_2 = \text{mac}(1, -2, -1, 12, \dots)$$

02 5/02/2023

Início: 16:30

$$y'' + y' - 20y = 0$$

$$(D^2 + D - 20)y = 0$$

$$(D-4)(D+5)y = 0$$

$$\text{Seja } f_1(x) = e^{4x}; f_2(x) = e^{-5x}$$

$$L_{f_1} = 0 \quad \text{e} \quad L_{f_2} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{ENTÃO: } L_{f_1} &= (e^{4x})'' + (e^{4x})' - 20(e^{4x}) \\ &= 16e^{4x} + 4e^{4x} - 20e^{4x} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{f_2} &= (e^{-5x})'' + (e^{-5x})' - 20(e^{-5x}) \\ &= +25e^{-5x} - 5e^{-5x} - 20e^{-5x} \\ &= 0 \end{aligned}$$

SOLUÇÕES BÁSICAS:

$$f_1(x) = e^{4x}; f_2(x) = e^{-5x}$$

SOLUÇÃO GERAL DA EDO:

$$f(x) = \alpha e^{4x} + \beta e^{-5x}$$

$$\text{b) SEJA } G(x) = \alpha e^{4x} + \beta e^{-5x}$$

$$\text{ENTÃO: } G(0) = \alpha e^{4 \cdot 0} + \beta e^{-5 \cdot 0}$$

$$\boxed{4 = \alpha + \beta} \quad (I)$$

$$\text{SEJA } G'(x) = \alpha e^{4x} + \beta e^{-5x}$$

$$\text{ENTÃO } G'(0) = 4\alpha e^{4 \cdot 0} - 5\beta e^{-5 \cdot 0}$$

$$G'(0) = 4\alpha e^{4 \cdot 0} - 5\beta e^{-5 \cdot 0}$$

$$\boxed{5 = 4\alpha - 5\beta} \quad (II)$$

DE (I) e (II), TEMOS:

$$\begin{cases} 4\alpha - 5\beta = 5 \\ \alpha + \beta = 4 \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{11}{9}$$

$$\beta = \frac{25}{9}$$

QUELEMS RESOLV

$$-x+2=5$$

...

$$x=3$$

SEJA QUE x=3

SEJA QUE x=3

$$(x+2=5$$

$$3$$

SEJA LF=

SEJA (x) em EDO:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{2} \quad (3)$$

DESCRIBA O

CAMPO DE

DIREÇÕES

DA (x).

DESCRIBA OS

TRAJETÓRIAS

NOS PONTOS

COM $x, y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

NO PDFZINHO SOBRE

EDOS COM VARIÁVEIS

SEPARÁVEIS E FUS

ALGUMAS PÁGINAS

NO FINAL SOBRE

ALGUNS JEITOS DE

LIDAR COM "FUNÇÕES

COM VÁRIAS INVERSA"

A GENTE COMEÇOU COM:

$$y = (x^2 - 1)^2$$

TESTE GATEIA A

SEGUNDA VERSÃO DAS

CONTAS EM MÁQUINA -

A DA ÚLTIMA PÁGINA,

QUE USA MÁQUINA.

$$y = (x^2 - 1)^2$$

$$\sqrt{y} = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$\sqrt{y} = |x^2 - 1|$$

$$\text{ASSUMA } (x^2 - 1)$$

$$\sqrt{y} = x^2 - 1$$

Soluções Básicas:

$$f_1(x) = e^{4x}, f_2(x) = e^{-5x}$$

Solução Geral da EDO:

$$f(x) = \alpha e^{4x} + \beta e^{-5x}$$

1) Seja $G(x) = \alpha e^{4x} + \beta e^{-5x}$

$$\text{Então: } G(0) = \alpha e^{4 \cdot 0} + \beta e^{-5 \cdot 0}$$

$$\boxed{4 = \alpha + \beta} \quad (I)$$

Seja $G'(x) = 4\alpha e^{4x} - 5\beta e^{-5x}$

$$\text{Então } G'(0) = 4\alpha e^{4 \cdot 0} - 5\beta e^{-5 \cdot 0}$$

$$G'(0) = 4\alpha - 5\beta$$

$$\boxed{5 = 4\alpha - 5\beta} \quad (II)$$

De (I) e (II), temos:

$$\begin{cases} 4\alpha - 5\beta = 5 \\ \alpha + \beta = 4 \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{11}{9}$$

$$\beta = \frac{25}{9}$$

No PDFzinho sobre EDOs com variáveis separáveis eu pus algumas páginas no final sobre alguns jeitos de lidar com "funções com várias inversas". A gente começou com:

$$y = (x^2 - 1)^2$$

Tente fazer a segunda versão das contas na página - a da última página, que está vazia.

Queremos resolver esta equação:

$$-x + 2 = 5 \quad (*)$$

$$x = 3$$

Seja que $x=3$ é solução da (*)?

Seja que $x=3$ é solução da $x+2=5$?

$$(x+2=5) [x=3] = (3+2=5) \quad \text{!!}$$

$$3$$

Seja $Lf = Ly = y'' + 2y' + 3 = 0$ uma EDO LCC H...

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = (x^2 - 1)^2\} = \text{graph}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= y = f(x) \\ f = e^x &\text{!!} \quad x = f^{-1}(y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= (x^2 - 1)^2 \\ \sqrt{y} &= \sqrt{(x^2 - 1)^2} \end{aligned}$$

$$\sqrt{y} = |x^2 - 1|$$

$$\text{assuma } (x^2 - 1 \geq 0)$$

$$\sqrt{y} = x^2 - 1$$

$$\text{assuma } (x^2 - 1 \leq 0)$$

$$\sqrt{y} = -(x^2 - 1)$$

0 C2 5/DEZ/2023

Início: 16:30

Sejam $(x) \in (y)$

estas EDOs:

$$y'' + y' - 20y = 0 \quad (1)$$

$$y'' + y' - 20y = x^2 \quad (2)$$

$$\text{Seja } L = (D^2 + D - 20) \\ = (D + 5)(D - 4)$$

Seja

$$y = f(x)$$

$$\text{Queremos que } Lf(x) = 0$$

então:

$$f_1(x) = e^{-5x}$$

$$f_2(x) = e^{4x}$$

Onde $f_1(x)$ e $f_2(x)$ são soluções básicas
de $Lf(x) = 0$

ou seja:

$$\begin{cases} (f_1'(x) + 5) \cdot (f_1'(x) - 4) \cdot f_1(x) = 0 \\ ((e^{-5x})' + 5) \cdot ((e^{-5x})' - 4) \cdot e^{-5x} = 0 \\ (-5e^{-5x} + 5e^{-5x}) \cdot (-5e^{-5x} - 4e^{-5x}) = 0 \end{cases}$$

0 0 0 mesmo é válido
para $f_2(x)$

$$y'' + y' - 20y = 0$$

$$(D^2 + D - 20)y = 0$$

$$(D - 4)(D + 5) = 0$$

$$\text{Seja } f_1(x) = e^{4x}; f_2(x) = e^{-5x}$$

$$\text{ENTÃO: } Lf_1 = (e^{4x})'' + (e^{4x})' - 20(e^{4x}) \\ = 16e^{4x} + 4e^{4x} - 20e^{4x} \\ = 0$$

$$Lf_1 = 0$$

$$Lf_2 = (e^{-5x})'' + (e^{-5x})' - 20(e^{-5x}) \\ = 25e^{-5x} - 5e^{-5x} - 20(e^{-5x}) \\ = 0$$

$$Lf_1 = (f_1'(x) + 5)(f_1'(x) - 4)f_1(x) \\ (f_1'(x) + 5) \cdot f_1(x) = f_1'(x)f_1(x) + 5f_1(x)$$

SOLUÇÕES BÁSICAS DA (1)

$$f_1(x) = e^{4x}; f_2(x) = e^{-5x}$$

SOLUÇÃO GERAL DA EDO (2)

$$f(x) = \alpha e^{4x} + \beta e^{-5x}$$

Seja RESOLVER

$$-x + 2 = 5$$

...

$$x = 3$$

Seja QUE $x = 3$

Seja QUE $x = 3$

$$(x + 2 = 5)$$

3

$$\text{Seja } Lf = Ly$$

$$\{(x, y) \in$$

$$L = (D^2$$

$$f_1 = e^{-5x}$$

$$Lf_1 = (-$$

$$Df_1 =$$

$$(D + 5)f_1 =$$

$$(D + 5)f_1 =$$

$$y' - 20y = 0$$

$$(y - 20)y = 0$$

$$y'(y - 20) = 0$$

$$y_1(x) = e^{10x}, y_2(x) = e^{-5x}$$

$$L(f) = (e^{10x})'' - (e^{10x})' - 20(e^{10x})$$

$$= 100e^{10x} - 10e^{10x} - 20e^{10x}$$

$$= 0$$

$$L(f) = (e^{-5x})'' - (e^{-5x})' - 20(e^{-5x})$$

$$= 25e^{-5x} - 5e^{-5x} - 20e^{-5x}$$

$$= 0$$

$$f_1' = (f_1'(x) + 5)(f_1'(x) - 4)f_1(x)$$

$$f_1'(x) + 5 \cdot f_1(x) = f_1'(x)f_1(x) + 5f_1(x)$$

SOLUÇÕES BÁSICAS DA (*)

$$f_1(x) = e^{10x}; f_2(x) = e^{-5x}$$

SOLUÇÃO GERAL DA EDO (*)

$$f(x) = \alpha e^{10x} + \beta e^{-5x}$$

Queremos resolver a equação:

$$x + 2 = 5 \quad (*)$$

$$x = 3$$

Seja que $x = 3$ é solução da (*).
 Seja que $x = 3$ é solução da $x + 2 = 5$?
 $(x + 2 = 5) [x = 3] = (3 + 2 = 5) \quad \text{sim}$

3

Seja $Lf = Ly = y'' + 2y' + 3 = 0$ uma EDO LCC H...

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = (x^2 - 1)^2\} =$$


$$f(x) \quad y = f(x)$$

$$f = e^x \quad x = f^{-1}(y)$$

$$L = (D^2 + D - 20)$$

$$f_1 = e^{-5x}$$

$$Lf_1 = (-5e^{-5x} + 5e^{-5x}) \cdot (-5e^{-5x} - 4e^{-5x}) = 0$$

$$Df_1 = f_1' = -5e^{-5x}$$

$$(D + 5)f_1 = Df_1 + 5f_1 = -5e^{-5x} + 5e^{-5x}$$

$$(D + 5)f_1 = Df_1 + 5 = -5e^{-5x} + 5$$

$$(f' + 5)(f + 2) = f'f + 2f' + 5f + 10$$

©

$$y'' + y' - 20y = 0 \quad (*)$$

$$y'' + y' - 20y = x^2 \quad (**)$$

$$\begin{cases} -20A = 1 \\ 2A - 20B = 0 \\ 2A + B - 20C = 0 \end{cases}$$

$$A = -\frac{1}{20}$$

$$B = -\frac{1}{200}$$

$$C = -\frac{21}{4000}$$

Então

$$f_5(x) = -\frac{1}{20}x^2 - \frac{1}{200}x - \frac{21}{4000}$$

AGORA PRECISAMOS DETERMINAR

A SOLUÇÃO PARTICULAR DA (**)

LA D- f(x)

SABENDO QUE (1) VAI TER O SEGUINTE

Forma

Seja: $f(x) = Ax^2 + Bx + C$

Então $Lf_4 = (Ax^2 + Bx + C)''$

$+ (Ax^2 + Bx + C)'$

$- 20(Ax^2 + Bx + C)$

$= 2A$

$+ 2Ax + B$

$- 20Ax^2 - 20Bx - 20C$

$= (-20A)x^2$

$+ (2A - 20B)x$

$+ (2A + B - 20C)x^0$

Solução geral da EDO (*)

$$h = -\frac{x}{20} - \frac{x}{200} - \frac{21}{400} + \alpha e^{4x} + \beta e^{-5x}$$

Queremos a solução particular da EDO (**)

Seja $f_6 = Ax^2 + Bx + C$

Então queremos que

$$Lf_6 = x^2$$

$$y'' + y' - 20y = 0$$

$$y'' + y' - 20y = x^2$$

Seja g a solução particular da EDO (**)

$$g = -\frac{x^2}{20} - \frac{x}{200} - \frac{21}{4000}$$

$$L(Ax^2 + Bx + C) = x^2$$

$$= L(Ax^2) +$$

$$L(Bx) +$$

$$L(C) = x^2$$

Queremos que $Lg = x^2$

$$Lg = -\frac{2x}{200} - \frac{2x}{200} - \frac{1}{200}x^2 + \frac{2x}{20} + \frac{21}{200} = x^2$$

$$L(Ax^2) = 2A + 2Ax - 20Ax^2$$

$$(Bx) = \beta - 20Bx$$

$$L(C) = -20C$$

Queremos que
 $-20Ax^2 = x^2$
 $2Ax - 20Bx = 0$
 $2A + B - 20C = 0$

$$A = -\frac{1}{20}$$

$$B = -\frac{1}{200}$$

$$C = -\frac{21}{4000}$$

$$\begin{cases} -20A = 1 \\ 2A - 20B = 0 \\ 2A + B - 20C = 0 \end{cases}$$

$$A = -\frac{1}{20}$$

$$B = -\frac{1}{200}$$

$$C = \frac{-21}{4000}$$

$$f_5(x) = -\frac{1}{20}x^2 - \frac{1}{200}x - \frac{21}{4000}$$

Se $Lf_+ = x^2$
 $= Ax^2 + Bx + C$
 $(-20A) = 1$
 $(2A - 20B) = 0$
 $(2A + B - 20C) = 0$

$$A = -\frac{1}{20}, B = -\frac{1}{200}, C = \frac{-21}{4000} \quad (f_5)$$

Seja $f_3 = f_5$ como f_5 é solução da EDO (*)

Solução geral da EDO (**)
 Queremos a solução particular da EDO (**)

$$h = -\frac{x^2}{20} - \frac{x}{200} - \frac{21}{4000} + \alpha e^{4x} + \beta e^{-5x}$$

Seja $f_6 = Ax^2 + Bx + C$

Então queremos que

$$Lf_6 = x^2$$

$$\begin{aligned} y'' + y' - 20y &= 0 \\ y'' + y' - 20y &= x^2 \end{aligned}$$

Seja g a solução particular da EDO (**)

$$g = -\frac{x^2}{20} - \frac{x}{200} - \frac{21}{4000}$$

Queremos que $Ly = x^2$

$$Lg = -\frac{2x}{400} - \frac{2x}{400} - \frac{1}{400}x^2 + \frac{2x}{20} + \frac{21}{400} = x^2$$

$$\begin{aligned} L(Ax^2 + Bx + C) &= x^2 \\ &= L(Ax^2) + L(Bx) + L(C) = x^2 \\ L(Ax^2) &= 2A + 2Ax - 20Ax^2 \\ L(Bx) &= \beta - 20Bx \\ L(C) &= -20C \end{aligned}$$

Queremos que

$$\begin{aligned} -20Ax^2 &= x^2 \\ 2Ax - 20Bx &= 0 \\ 2A + B - 20C &= 0 \end{aligned}$$

$$A = -\frac{1}{20}, B = -\frac{1}{200}, C = \frac{-21}{4000}$$

$$\begin{aligned} &= y'' + y' - 20y = 0 \quad (*) \\ Lf &= y'' + y' - 20y = x^2 \quad (**) \end{aligned}$$

$$L = (D-4)(D+5)$$

Queremos que $Lf_1 = 0$ e $Lf_2 = 0$

Sejam $f_1 = e^{4x}$ $f_2 = e^{-5x}$

Então Soluções básicas

$$Lf_1 = 16e^{4x} + 4e^{4x} - 20e^{4x} = 0$$

$$Lf_2 = 25e^{-5x} - 5e^{-5x} - 20e^{-5x} = 0$$

Solução geral da EDO (*)

$$f_3 = \alpha e^{4x} + \beta e^{-5x}$$

C2 11/DEZ/2023

A VS VAI TER UMA
QUESTÃO DE TIPO DE
CONVERGÊNCIA - QUE
EU RECOMENDO QUE
A GENTE DISCUTA
DEPOIS - É UMA
QUESTÃO DE SUBSTITUIÇÃO
TRIGONOMÉTRICA QUE VAI
TER A VER COM OS
COMENTÁRIOS QUE EU
PUS NA P2, NOS
CRITÉRIOS DE CORREÇÃO...
ESSA QUESTÃO DE S.T.
É, AMAN, QUASE IMPOSSÍVEL
DE ACERTAR DA PRIMEIRA,
E EU VOU JULGAR
PRINCIPALMENTE SE VOCÊS
CONSEGUIRAM ESCREVER
CADA PASSO DELA DE UM
JEITO FÁCIL DE REVISAR.

$$\int x \sqrt{1-x^2} dx \quad //$$

$$\int x \sqrt{4-x^2} dx \quad //$$

$$\begin{aligned} m_{oc1} &= m_{oc}(1, 2, -3, 4, 5, \dots) \\ m_{oc2} &= m_{oc}(a, b, c, d, e, \dots) \\ m_{oc1} \cdot m_{oc2} &= m_{oc}(1, 0, 0, 0, 0, \dots) = m_{oc3} \end{aligned}$$

$$m_{oc1} \cdot m_{oc2} = \begin{pmatrix} m_{oc}(a, b, c, d, e, \dots) \\ + \\ m_{oc}(0, 2a, 2b, 2c, 2d, \dots) \\ + \\ m_{oc}(0, 0, -3a, -3b, -3c, \dots) \\ + \\ m_{oc}(0, 0, 0, 4a, 4b, \dots) \\ + \\ m_{oc}(0, 0, 0, 0, 5a, \dots) \end{pmatrix}$$

$$m_{oc3}(a, b+2a, c+2b-3a, d+2c-3b+4a, e+2d-3c+4b+5a, \dots)$$

Queremos que $m_{oc3} = m_{oc}(1, 0, 0, 0, 0, \dots)$

então:

$$a=1$$

$$b+2 \cdot 1=0$$

$$b=-2$$

$$c+2(2)-3(1)=0$$

$$c-4+3=0$$

$$c=1$$

$$d+2(7)-3(-2)+4(1)=0$$

$$d+14+6+4=0$$

$$d=-24$$

$$e+2(-24)-3(1)+4(-2)+5(1)=0$$

$$e-48-27-8+5=0$$

$$e=72$$

C2 14/02/2023

A YS VAI TER UMA
QUESTÃO DE SAÍDA DE
CONVERGÊNCIA - QUE
EU RECOMENDO QUE
A GENTE DISCUTA
DEPOIS - É UMA
QUESTÃO DE SUBSTITUIÇÃO
TRIGONOMÉTRICA QUE VAI
TER A VER COM OS
CONCEITOS QUE EU
FIZ NA FZ, NOS
CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA...
ESSA QUESTÃO É MUITO
É, AINDA, QUASE IMPOSSÍVEL
DE RESOLVER DE PRIMEIRA,
E EU VOU JOGAR
PRINCIPALMENTE DE 100%
COMO UM EXERCÍCIO
COMO UM TIPO DE
JEITO FÁCIL DE RESOLVER.

$$\int x \sqrt{1-x^2} dx //$$

$$\int x \sqrt{1-x^2} dx //$$

$$m_{101} = m_{102} = (1, 2, -3, 4, 5, \dots)$$

$$m_{102} = m_{103} = (2, b, c, d, e, \dots)$$

$$m_{101} \cdot m_{102} = m_{103} = (1, 0, 0, 0, 0, \dots) = m_{103}$$

$$m_{101} \cdot m_{102} = \begin{cases} m_{103}(a, b, c, d, e, \dots) \\ m_{103}(0, 2a, 2b, 2c, 2d, \dots) \\ m_{103}(0, 0, -3a, -3b, -3c, \dots) \\ m_{103}(0, 0, 0, 4a, 4b, \dots) \\ m_{103}(0, 0, 0, 0, 5a, \dots) \end{cases}$$

$$m_{103} = (a, b, 2a, c+2b-3a, d+2c-3b+2a, e+2d-3c+4b-5a, \dots)$$

$$m_{103} = m_{103} = (1, 0, 0, 0, 0, \dots)$$

então:

$$a=1$$

$$b+2 \cdot 1 = 0$$

$$b=-2$$

$$c+2(b+1)-3 \cdot 1 = 0$$

$$c-4-3=0$$

$$c=7$$

$$d+2(7+1)-3(-2)+2 \cdot 1 = 0$$

$$d+14+6+4=0$$

$$d=-24$$

$$e+2(24+1)-3(7+4)+2 \cdot 1 = 0$$

$$e-42-21-14+2=0$$

$$e=75$$

C2 11/Dez/2023

A VS VAI TER UMA
QUESTÃO DE RAIO DE
CONVERGÊNCIA - QUE
EU RECOMENDO QUE
A GENTE DISCUTA
DEPOIS - É UMA
QUESTÃO DE SUBSTITUIÇÃO
TRIGONOMÉTRICA QUE VAI
TER A VER COM OS
COMENTÁRIOS QUE EU
PUS NA P2, NOS
CRITÉRIOS DE CORREÇÃO...

ESSA QUESTÃO DE S.T.
É, AMAN, QUASE IMPOSSÍVEL
DE ACERTAR DE PRIMEIRA,
E EU VOU JULGAR
PRINCIPALMENTE SE VOCÊS
CONSEGUÍAM ESCREVER
CADA PASSO DELA DE UM
JEITO FÁCIL DE REVISAR.

$$\int x \sqrt{1-x^2} dx //$$

$$\int x \sqrt{4-x^2} dx //$$

$$\int 2x \sqrt{1-\frac{x^2}{4}}$$

$$\sqrt{4-x^2} = \sqrt{4\left(1-\frac{x^2}{4}\right)} \\ = \sqrt{4} \sqrt{1-\frac{x^2}{4}}$$

$$\frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{2^2} = \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$\sqrt{1-\frac{x^2}{4}} = \sqrt{1-\left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{1-\left(\frac{x}{12}\right)^2}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{(3+4)^2} \\ & \underbrace{\sqrt{\frac{3^2}{9}}}_{\frac{3}{5}} \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{4^2}{16}}}_{\frac{4}{7}} = \underbrace{\sqrt{\frac{3^2}{9}}}_{\frac{3}{5}} \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{4^2}{16}}}_{\frac{4}{7}} \\ & \underbrace{\quad}_{5} \quad \underbrace{\quad}_{7} \quad \underbrace{\quad}_{12} \end{aligned}$$

Folha

$$\begin{aligned} & \int x \sqrt{4-x^2} dx \\ & = \int x \left(\sqrt{4} \cdot \underbrace{\left(\sqrt{\frac{x^2}{4}} \right)}_{\frac{x}{-x}} \right) dx \\ & = \int \quad \quad \quad dx \end{aligned}$$

$$\int x \sqrt{4-x^2} dx$$

$$\stackrel{(1)}{=} \int 2x \sqrt{1-\frac{x^2}{4}} dx$$

$$\stackrel{(2)}{=} \int 2x \sqrt{1-(\frac{x}{2})^2} dx$$

$$\stackrel{(3)}{=} \int 4u \sqrt{1-u^2} \cdot 2du$$

$$\stackrel{(4)}{=} \int (4 \sin \theta) (\cos \theta) (2 \cos \theta) d\theta$$

$$(4 \sin \theta) (2 \cos^2 \theta) d\theta$$

$$\int (2 \sin \theta) (\cos^2 \theta) d\theta$$

$$\int 2 \sin \theta (1 - \sin^2 \theta) d\theta$$

$$8 \int \sin \theta - (\sin \theta)^3 d\theta$$

$$8 \cdot \int \sin \theta d\theta + \int -(\sin \theta)^3 d\theta$$

$$= 0$$

$$\left[\begin{array}{l} u = \frac{x}{2} \\ \frac{dx}{du} = 2 \\ 2du = dx \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} u = \sin \theta \\ \frac{du}{d\theta} = \cos \theta \\ du = \cos \theta d\theta \\ \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \\ \cos \theta = \sqrt{1 - (\sin \theta)^2} \\ \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \end{array} \right]$$

$$\int x \sqrt{4-x^2} dx = ?$$

$$\int s \sqrt{1-s^2} ds$$

$$= ?$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-s^2}} ds$$

$$= \int \frac{1}{\cos \theta} \cdot \cos \theta d\theta$$

$$\int \sin \theta d\theta = \frac{(\sin \theta)^2}{2} = \int 1 d\theta$$

$$\frac{d}{d\theta} \int \sin \theta d\theta = 0$$

$$= \arcsin s$$

$$\int 2x \sqrt{1-(\frac{x}{2})^2} dx$$

$$\int 2x \sqrt{1-(\frac{x}{2})^2} dx$$

$$= \int 4u \sqrt{1-u^2} \cdot 2du$$

$$\left[\begin{array}{l} s = \sin \theta \\ \frac{ds}{d\theta} = \cos \theta \\ ds = \cos \theta d\theta \\ 1-s^2 = 1-(\sin \theta)^2 \\ \sqrt{1-s^2} = \cos \theta \\ \arcsin s = \arcsin \sin \theta \\ \arcsin s = \theta \end{array} \right]$$

$$= \int \sqrt{1-u^2} \cdot 4 \cdot 2u \cdot du$$

$$= \int \sqrt{1-s} \cdot 4 ds$$

$$\int c \cdot 4(-2c) dc$$

$$= \int -8c^2 dc$$

$$\int u \sqrt{1-u^2} du$$

$$= \int \sqrt{1-u^2} u du$$

$$= \int \sqrt{1-s} \cdot \frac{1}{2} ds$$

$$= \int c \cdot \frac{1}{2} (-2c) dc$$

$$= -\frac{c^3}{3}$$

$$\left[\begin{array}{l} s = u^2 \\ \frac{ds}{du} = \frac{d}{du} u^2 = 2u \\ ds = 2u du \\ \frac{1}{2} ds = u du \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} c = \sqrt{1-s} \\ \frac{dc}{ds} = \frac{1}{2\sqrt{1-s}} = -\frac{1}{2c} \\ \frac{dc}{ds} = -\frac{1}{2c} \\ 2c dc = -ds \\ -2c dc = ds \end{array} \right]$$

C2 11/DEZ/2023

A VS VAI TER UMA QUESTÃO DE RAIÃO DE CONVERGÊNCIA - QUE EU RECOMENDO QUE A GENTE DISCUTA DEPOIS - É UMA QUESTÃO DE SUBSTITUIÇÃO TRIGONOMÉTRICA QUE VAI TER A VER COM OS COMENTÁRIOS QUE EU PUS NA P2, NOS CRITÉRIOS DE CORREÇÃO... ESSA QUESTÃO DE S.T. É, AMAN, QUASE IMPOSSÍVEL DE ACEITAR DE PRIMEIRA, E EU VOU JULGAR PRINCIPALMENTE SE VOCÊS CONSEGUIRAM ESCREVER CADA PASSO DELA DE UM JEITO FÁCIL DE REVISAR.

$$\frac{d}{d\theta} (\cos \theta)^3 = 3(\cos \theta)^2 \cdot (-\sin \theta) \quad (10) \quad = -8 \sqrt{1-u^2}^3$$

$$(11) \quad = -8 \sqrt{1-(\frac{x}{2})^2}^3$$

$$\int x \sqrt{1-x^2} dx$$

$$(1) \quad \int 2x \sqrt{1-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$(2) \quad \int 2x \sqrt{1-(\frac{x}{2})^2} dx$$

$$(3) \quad \int 4u \sqrt{1-u^2} \cdot 2du$$

$$(4) \quad \int (4 \sin \theta) (\cos \theta) (2 \cos \theta) d\theta$$

$$(5) \quad \int (4 \sin \theta) (2 \cos^2 \theta) d\theta$$

$$(6) \quad = 8 \int (\sin \theta) (\cos^2 \theta) d\theta$$

$$(7) \quad = 8 \int -c^2 dc$$

$$(8) \quad = -8c^3$$

$$(9) \quad = \frac{-8(\cos \theta)^3}{3}$$

$$(10) \quad = -8 \sqrt{1-u^2}^3$$

$$(11) \quad = \frac{-8 \sqrt{1-(\frac{x}{2})^2}^3}{3}$$

$$u = \frac{x}{2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2}$$

$$du = \frac{1}{2} dx$$

$$2du = dx$$

$$u = \sin \theta$$

$$\frac{du}{d\theta} = \cos \theta$$

$$du = \cos \theta d\theta$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\cos \theta = \sqrt{1-(\sin \theta)^2}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$c = \cos \theta$$

$$\frac{dc}{d\theta} = -\sin \theta$$

$$dc = -\sin \theta d\theta$$

$$-dc = \sin \theta d\theta$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-s^2}} ds$$

$$= \int (\sin \theta) (\cos \theta) (\cos \theta) d\theta$$

$$= \int (\sin \theta) (\cos^2 \theta) d\theta$$

$$= \int (\cos \theta)^2 (\sin \theta) d\theta$$

$$= \int -c^2 dc$$

$$= \frac{-c^3}{3} \quad [1] = \frac{\int s \sqrt{1-s^2} ds}{3} = \frac{-\sqrt{1-s^2}^3}{3}$$

$$= \frac{-(\cos \theta)^3}{3}$$

$$= \frac{-\sqrt{1-s^2}^3}{3}$$

$$\int 2x \sqrt{1-x^2} dx$$

$$= \int 4u \sqrt{1-u^2} du$$

$$= \int \sqrt{1-u^2} du$$

$$= \int \sqrt{1-s} ds$$

$$= \int c dc$$

$$= \int -8c^2 dc$$

$$(2) \quad \int 2x \sqrt{1-(\frac{x}{2})^2} dx \quad (3) \quad \int 4u \sqrt{1-u^2} du$$

$$-x^2 dx$$

$$1 - \frac{x^2}{4} dx$$

$$-\left(\frac{x}{2}\right)^2 dx$$

$$-u^2 \cdot 2 du$$

$$\theta (\cos \theta) (2 \cos \theta)$$

$$(2 \cos \theta^2) d\theta$$

$$(\cos \theta^2) d\theta$$

$$dc$$

$$1 - u^2$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned} u &= \frac{x}{2} \\ \frac{du}{dx} &= \frac{1}{2} \\ du &= \frac{1}{2} dx \\ 2 du &= dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= \sin \theta \\ \frac{du}{d\theta} &= \cos \theta \\ du &= \cos \theta d\theta \\ \cos^2 \theta + \sin^2 \theta &= 1 \\ \cos \theta &= \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \\ \cos^2 \theta &= 1 - \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= \cos \theta \\ \frac{dc}{d\theta} &= -\sin \theta \\ dc &= -\sin \theta d\theta \\ -dc &= \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

$$\int x \sqrt{4 - x^2} dx = ?$$

$$\int s \sqrt{1 - s^2} ds$$

$$= \int (\sin \theta) (\cos \theta) (\cos \theta) d\theta$$

$$= \int (\sin \theta) (\cos^2 \theta) d\theta$$

$$= \int (\cos \theta)^2 (\sin \theta) d\theta$$

$$= \int -c^2 \cdot dc$$

$$= -\frac{c^3}{3} \quad [1] = \boxed{\int s \sqrt{1 - s^2} ds = -\frac{\sqrt{1 - s^2}^3}{3}}$$

$$= -\frac{(\cos \theta)^3}{3}$$

$$= -\frac{\sqrt{1 - s^2}^3}{3}$$

$$3$$

$$\underline{\hspace{10cm}}$$

$$\int 2x \sqrt{1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} dx$$

$$\int 2x \sqrt{1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} dx$$

$$= \int 4u \sqrt{1 - u^2} 2 du$$

$$\begin{aligned} s &= \sin \theta \\ \frac{ds}{d\theta} &= \cos \theta \\ ds &= \cos \theta d\theta \\ 1 - s^2 &= 1 - (\sin \theta)^2 \\ \sqrt{1 - s^2} &= \cos \theta \\ \arcsin s &= \arcsin \sin \theta \\ \arcsin s &= \theta \end{aligned}$$

$$= \int \sqrt{1 - u^2} 4 \cdot 2u \cdot du$$

$$= \int \sqrt{1 - s} 4 ds$$

$$\int c \cdot 4 (-2c) dc = -\frac{c^3}{3}$$

$$\begin{aligned} c &= \cos \theta \\ \frac{dc}{d\theta} &= -\sin \theta \\ dc &= -\sin \theta d\theta \\ -dc &= \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

$$= \int -3c^2 dc$$

$$\begin{aligned} \int u \sqrt{1 - u^2} du &= \int \sqrt{1 - u^2} u du \\ &= \int \sqrt{1 - s} \cdot \frac{1}{2} ds \\ &= \int c \cdot \frac{1}{2} (-2c) dc \\ &= \int c^2 (-1) dc \\ &= -\int c^2 dc \\ &= -\frac{c^3}{3} \\ &= -\frac{\sqrt{1 - u^2}^3}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s &= u^2 \\ \frac{ds}{du} &= \frac{d}{du} u^2 = 2u \\ ds &= 2u du \\ \frac{1}{2} ds &= u du \\ c &= \sqrt{1 - s} \\ \frac{dc}{ds} &= -\frac{1}{2\sqrt{1 - s}} = -\frac{1}{2c} \\ \frac{dc}{ds} &= -\frac{1}{2c} \\ 2c dc &= -ds \\ -2c dc &= ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{8 \sqrt{1 - u^2}^3}{3} \\ &= -\frac{8 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}^3}{3} \end{aligned}$$

$$\stackrel{(2)}{=} \int 2x \sqrt{1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} dx \stackrel{(3)}{=} \int 4u \sqrt{1 - u^2} 2 du \stackrel{(4)}{=} 8 \int u \sqrt{1 - u^2} du$$

$$\stackrel{(4)}{=} 8 \int u \sqrt{1 - u^2} du$$

C2 11/Dez/2023

A VS VAI TER UMA QUESTÃO DE RAIO DE CONVERGÊNCIA - QUE EU RECOMENDO QUE A GENTE DISCUTA DEPOIS - É UMA QUESTÃO DE SUBSTITUIÇÃO TRIGONOMÉTRICA QUE VAI TER A VER COM OS COMENTÁRIOS QUE EU PUS NA P2, NOS CRITÉRIOS DE CORREÇÃO... ESSA QUESTÃO DE S.T. É, ANAM, QUASE IMPOSSÍVEL DE ACERTAR DE PRIMEIRA, E EU VOU JULGAR PRINCIPALMENTE SE VOCÊS CONSEGUIRAM ESCREVER CADA PASSO DELA DE UM JEITO FÁCIL DE REVIVAR.

$$\int x^2 dx$$

$$\int x^4 dx$$

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx = ?$$

$$\stackrel{(1)}{=} \int x^3 \sqrt{1-\frac{x^2}{9}} dx$$

$$\stackrel{(2)}{=} \int x^3 \sqrt{1-\frac{x^2}{9}} dx$$

$$\stackrel{(3)}{=} \int 3x^3 \cdot \sqrt{1-\left(\frac{x}{3}\right)^2} dx$$

$$\stackrel{(4)}{=} \int 3^4 \cdot 3 \sqrt{1-u^2} \cdot 3 du$$

$$\stackrel{(5)}{=} \int 3^5 u^3 \sqrt{1-u^2} du$$

$$\stackrel{(6)}{=} \int 3^5 (\sin \theta)^3 \cdot (\cos \theta) \cdot (\cos \theta) d\theta$$

$$\stackrel{(7)}{=} 3^5 \int (\sin \theta)^3 (\cos \theta)^2 d\theta$$

$$\stackrel{(8)}{=} 3^5 \int (\sin \theta)^2 (\cos \theta)^2 (\sin \theta) d\theta$$

$$\stackrel{(9)}{=} 3^5 \int (1-\cos^2 \theta) \cdot \cos^2 \theta d\theta$$

$$\stackrel{(10)}{=} 3^5 \int \cos^2 \theta - \cos^4 \theta d\theta$$

$$\stackrel{(11)}{=} 3^5 \int \cos^2 \theta d\theta - \int \cos^4 \theta d\theta$$

$$\stackrel{(12)}{=} 3^5 \cdot \left(\frac{\cos \theta}{3} - \frac{\cos^5 \theta}{5} \right)$$

$$\begin{aligned} u &= x/3 \\ \frac{du}{dx} &= \frac{1}{3} \\ du &= \frac{1}{3} dx \\ 3du &= dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= \sin \theta \\ \frac{du}{d\theta} &= \cos \theta \\ du &= \cos \theta d\theta \\ \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 \\ \cos \theta &= \sqrt{1-\sin^2 \theta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= \cos \theta \\ \frac{dc}{d\theta} &= -\sin \theta \\ dc &= -\sin \theta d\theta \\ -dc &= \sin \theta d\theta \\ c^2 &= 1 - \sin^2 \theta \\ 1 - c^2 &= \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (13) & \quad 3^4 c^3 - \frac{3^5 c^5}{5} \\ (14) & \quad 3^4 (\cos \theta)^3 - \frac{3^5 (\cos \theta)^5}{5} \\ (15) & \quad 3^4 \sqrt{1-u^2} - \frac{3^5 \sqrt{1-\frac{u^2}{9}}}{5} \\ (16) & \quad \frac{1}{3} 4 \sqrt{1-\left(\frac{x}{3}\right)^2} - \frac{3^5 \sqrt{1-\left(\frac{x}{3}\right)^2}}{5} \end{aligned}$$

seu

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 3 \\ 2\alpha - 5\beta = -1 \end{cases}$$

$$[1] \quad \alpha + \beta = 3$$

$$[2] \quad 2\alpha - 5\beta = -1$$

$$[3] - \alpha + \beta - \alpha = 3 - \alpha$$

$$[4] \quad \beta = 3 - \alpha$$

$$[5] \quad 2\alpha - 5(3 - \alpha) = -1$$

$$[6] \quad 2\alpha - 15 + 5\alpha = -1$$

$$[7] \quad 2\alpha + 5\alpha - 15 = -1$$

$$[8] \quad 7\alpha = -1 + 15$$

$$[9] \quad \alpha = \frac{14}{7}$$

$$[10] \quad \alpha = 2$$

$$[11] \quad 2 + \beta = 3$$

$$[12] \quad \beta = 3 - 2$$

$$[13] \quad \beta = 1$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 3 \\ 2\alpha - 5\beta = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 3 \\ 2\alpha - 5\beta &= -1 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \alpha &= 2 \\ \beta &= 1 \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dx} \cdot 3^3$$

$$\frac{d}{dx} 3^3 (x^2 \sqrt{1-x^2})$$

$$= 3^3 \frac{d}{dx} (x^2 \sqrt{1-x^2})$$

$$= 3^3 \left(\frac{d}{dx} x^2 (\sqrt{1-x^2}) + x^2 \left(\frac{d}{dx} \sqrt{1-x^2} \right) \right)$$

$$= 3^3 \left(2x \sqrt{1-x^2} + x^2 \left(\frac{d}{dx} \sqrt{1-x^2} \right) \right)$$

$$= 3^3 \left(2x \sqrt{1-x^2} + x^2 \left(\frac{d}{dx} (1-x^2)^{\frac{1}{2}} \right) \right)$$

$$= 3^3 \left(2x \sqrt{1-x^2} + x^2 \left(\frac{1}{2} (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{d}{dx} (1-x^2) \right) \right)$$

$$= 3^3 \left(2x \sqrt{1-x^2} + x^2 \left(-\frac{1}{2} (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x \right) \right)$$

$$= 3^3 \left(2x \sqrt{1-x^2} - x^3 (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \right)$$

$$= 3^3 \left(2x \sqrt{1-x^2} - x^3 \sqrt{1-x^2} \right)$$

$$= 3^3 (2x - x^3) \sqrt{1-x^2}$$

$$= 3^3 (x) (2 - x^2) \sqrt{1-x^2}$$

$$x^3 \sqrt{9-x^2} dx = ?$$

$$\begin{aligned} u &= x/3 \\ \frac{du}{dx} &= \frac{1}{3} \\ 3du &= dx \end{aligned}$$

$$x^3 \sqrt{9(1-\frac{x^2}{9})} dx$$

$$x^3 \sqrt{9} \cdot \sqrt{1-\frac{x^2}{9}} dx$$

$$\int 3x^3 \cdot \sqrt{1-(\frac{x}{3})^2} dx$$

$$\int 3^4 u^3 \sqrt{1-u^2} 3 du$$

$$\int 3^5 u^3 \sqrt{1-u^2} du$$

$$\int 3^5 (\sin \theta)^3 \cdot (\cos \theta) \cdot (\cos \theta) d\theta$$

$$3^5 \int (\sin \theta)^3 (\cos \theta)^2 d\theta$$

$$3^5 \int (\sin \theta)^2 (\cos \theta)^2 (\sin \theta) d\theta$$

$$3^5 \int (1-c^2) \cdot c^2 dc$$

$$3^5 \int c^2 - c^4 dc$$

$$3^5 \int c^2 dc + \int -c^4 dc$$

$$3^5 \cdot (\frac{c^3}{3} - \frac{c^5}{5})$$

$$\begin{aligned} (13) &= 3^4 c^3 - 3^5 c^5 \\ &= 3^4 (\cos \theta)^3 - 3^5 (\cos \theta)^5 \\ (15) &= 3^4 \sqrt{1-u^2} - 3^5 \sqrt{1-(\frac{x}{3})^2} \\ (16) &= 3^4 \sqrt{1-(\frac{x}{3})^2} - 3^5 \sqrt{1-(\frac{x}{3})^2} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 3 \\ 2\alpha - 5\beta = -1 \end{cases}$$

$$[1] \alpha + \beta = 3$$

$$[2] 2\alpha - 5\beta = -1$$

$$[3] -d \quad \alpha + \beta - d = 3 - d$$

$$[4] \beta = 3 - d$$

$$[5] 2\alpha - 5(3-d) = -1$$

$$[6] 2\alpha - 15 + 5d = -1$$

$$[7] 2\alpha + 5d - 15 = -1$$

$$[8] 4\alpha = -1 + 15$$

$$[9] \alpha = \frac{14}{4}$$

$$[10] \alpha = 2$$

$$[11] \alpha + \beta = 3$$

$$[12] \beta = 3 - 2$$

$$[13] \beta = 1$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 3 \\ 2\alpha - 5\beta = -1 \end{cases} \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

$$= \begin{pmatrix} 2+1 & = 3 \\ 2 \cdot 2 - 5 \cdot 1 & = -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} u &= \sin \theta \\ \frac{du}{d\theta} &= \cos \theta \\ du &= \cos \theta d\theta \\ \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 \\ \cos \theta &= \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= \cos \theta \\ \frac{dc}{d\theta} &= -\sin \theta \\ dc &= -\sin \theta d\theta \\ -dc &= \sin \theta d\theta \\ c^2 &= 1 - \sin^2 \theta \\ 1 - c^2 &= \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dx} 3^3 (x^2 \sqrt{1-x^2})$$

$$= 3^3 \frac{d}{dx} (x^2 \sqrt{1-x^2})$$

$$= 3^3 \left(\frac{d}{dx} x^2 (\sqrt{1-x^2}) + x^2 \left(\frac{d}{dx} \sqrt{1-x^2} \right) \right)$$

$$= 3^3 \left(2x \sqrt{1-x^2} + x^2 \left(\frac{d}{dx} \sqrt{1-x^2} \right) \right)$$

$$= 3^3 \left(2x \sqrt{1-x^2} + x^2 \left(\frac{d}{dx} (1-x^2)^{\frac{1}{2}} \right) \right)$$

$$= 3^3 \left(2x \sqrt{1-x^2} + x^2 \left(\frac{1}{2} (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{d}{dx} (1-x^2) \right) \right)$$

$$= 3^3 \left(2x \sqrt{1-x^2} + x^2 \left(-\frac{1}{2} (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} (2x) \right) \right)$$

$$= 3^3 \left(2x (\sqrt{1-x^2}) + 3x^2 (\sqrt{1-x^2}) \right)$$

$$= 3^3 (2x + 3x^2) (\sqrt{1-x^2})$$

$$= 3^3 (x) (2 + 3x) (\sqrt{1-x^2})$$

$$\frac{d}{dx} 3^3 (x^2 \sqrt{1-x^2}) =$$

$$= 2x \sqrt{1-x^2}^3 + x^2 3(1-x^2)^{-\frac{2}{3}} \cdot 2x$$

$$= 2x \sqrt{1-x^2}^3 + x^2 \cdot 6x (1-x^2)^{-\frac{2}{3}}$$

$$= 2x \sqrt{1-x^2}^3 + \frac{6x^3}{\sqrt{1-x^2}^2}$$

$$2+3 \int u^3 \sqrt{1-u^2} du$$

$$\frac{3^5 \cdot \frac{x^2}{3} \sqrt{1-\frac{x^2}{3}}^3}{3}$$

$$3^4 \cdot x^2 \sqrt{1-x^2}^3$$

$$3^3 \cdot x^2 \sqrt{1-x^2}^3$$

C2 12/dec/2023

HOJE: MAIS PREPARAÇÃO
PARA VS! PRIORIDADES
PARA HOJE: SUBSTITUIÇÃO
TRIGONOMÉTRICA, CONVERGÊNCIA
DE SÉRIES PELO MÉTODO
DA INTEGRAL

$$\frac{d}{ds} s^2$$

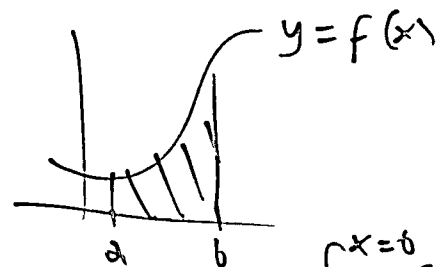
$$\frac{d}{d\theta} (\sin \theta)^2$$

$$\frac{ds^2}{d(\sin \theta)^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2^{x-1}}$$

$$a_n = f(n)$$

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \left(\underbrace{1}_{a_1}, \underbrace{\frac{1}{2}}_{a_2}, \underbrace{\frac{1}{4}}_{a_3}, \dots, \underbrace{\frac{1}{2^{n-1}}}_{a_n}, \dots \right)$$



$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$



$$f(1) = 1 \quad f(0) = 2$$

$$f(2) = \frac{1}{2}$$

$$f(3) = \frac{1}{4}$$

$$f(4) = \frac{1}{8}$$

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$

$$f(x) = \frac{1}{2^{x-1}}$$

$0)^2$

$)^2$

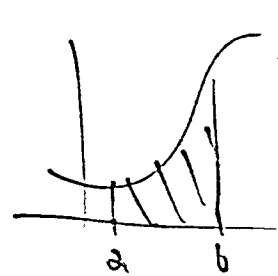
21

22

$$f(x) = \frac{1}{2^{x-1}}$$

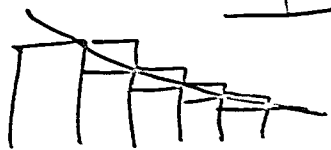
$$a_n = f(n)$$

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \left(\underbrace{1}_{a_1}, \underbrace{\frac{1}{2}}_{a_2}, \underbrace{\frac{1}{4}}_{a_3}, \dots, \underbrace{\frac{1}{2^{n-1}}}_{a_n}, \dots \right)$$



$y = f(x)$

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$



$$f(1) = 1 \quad f(0) = 2$$

$$f(2) = \frac{1}{2}$$

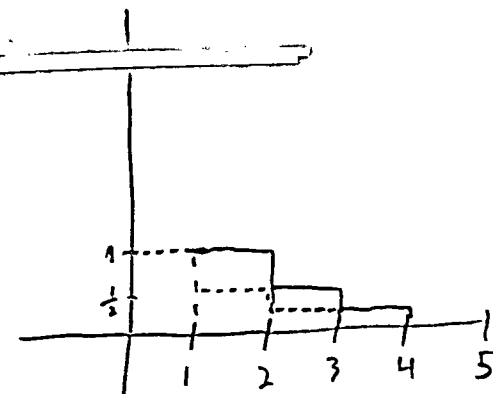
$$f(3) = \frac{1}{4}$$

$$f(4) = \frac{1}{8}$$

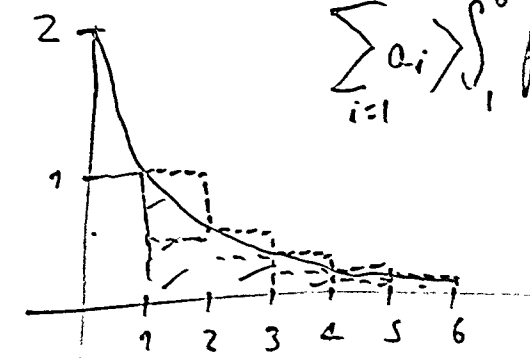
$$\int_{x=1}^{x=5} f(x) dx$$

$$\sum_{i=1}^5 a_i$$

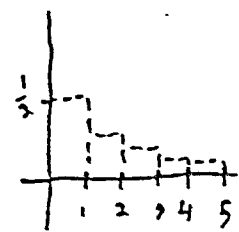
$$\sum_{i=2}^6 a_i$$



$$\sum_{i=1}^5 a_i > \int_1^6 f(x) dx > \sum_{i=2}^6 a_i$$



$$\begin{matrix} (0, f(0)) \\ (1, f(1)) \\ (2, f(2)) \end{matrix}$$



C2 12/dec/2023

HOJE: MAIS PREPARAÇÃO
PARA VS! PRIORIDADES
PARA HOJE: SUBSTITUIÇÃO
TRIGONOMÉTRICA, CONVERGÊNCIA
DE SÉRIES PELO MÉTODO
DA INTEGRAL

$$\frac{d}{ds} s^2$$

$$\frac{d}{d\theta} (\sin \theta)^2$$

$$\frac{ds^2}{d(\sin \theta)^2}$$

$$\int \underbrace{\frac{x^3}{\sin \theta}}_{(\sin \theta)^2} \underbrace{\sqrt{1 - \frac{x^2}{\sin \theta}}}_{(\cos \theta)^2} \underbrace{dx}_{\cos \theta d\theta}$$

$$\begin{aligned} x &= \sin \theta \\ \frac{dx}{d\theta} &= \cos \theta \\ dx &= \cos \theta d\theta \\ x^2 &= (\sin \theta)^2 \\ \sin \theta &= \sqrt{1 - (\cos \theta)^2} \end{aligned}$$

C2 13/Dec/2023

HOJE: VR e
D. LUSO

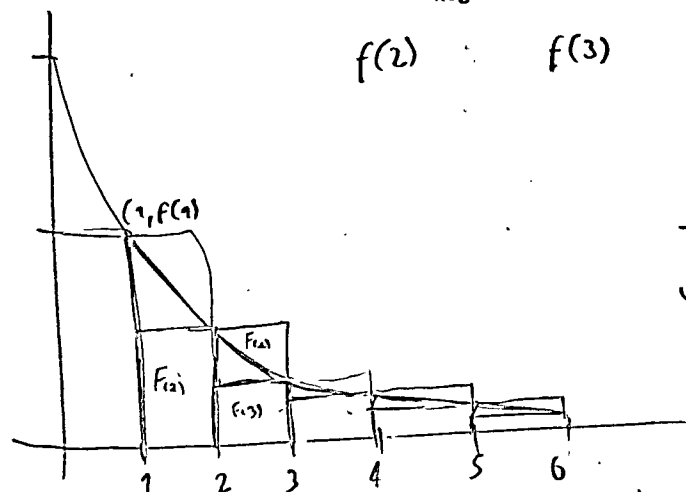
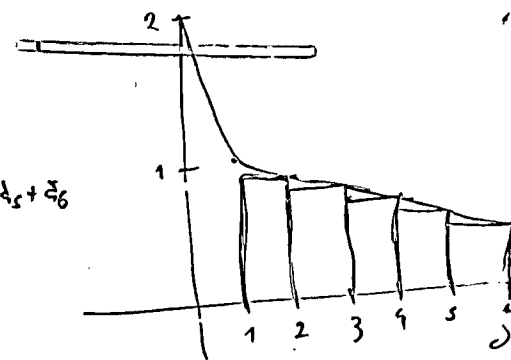
$$\sum_{i=1}^5 a_i > \int_1^6 f(x) dx > \sum_{i=2}^6 a_i$$

$$f(2) > \int_{x=2}^{x=3} f(x) dx > f(3)$$

$$f(2) \quad f(3)$$



$$\sum_{i=2}^6 a_i = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$$

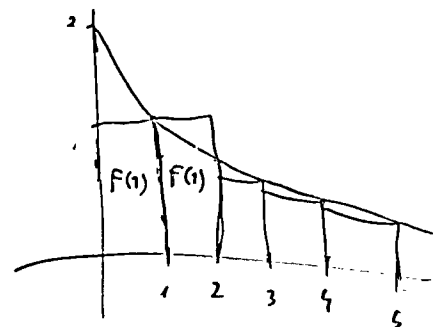
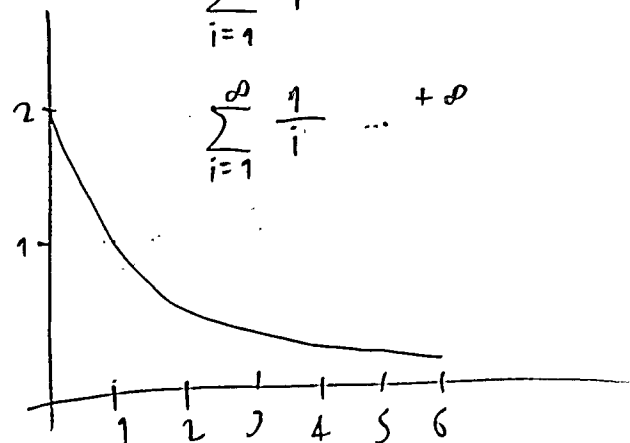


$$\int_{\{1,2,3,4,5,6\}} f(x) dx$$

$$\frac{1}{(2)^{n-1}}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^2} \dots + \infty$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \dots + \infty$$



$$a_n = \frac{1}{(2)^{n-1}}$$

$$a_1 = \frac{1}{(2)^{1-1}} = \frac{1}{1}$$

$$a_2 = \frac{1}{(2)^{2-1}} = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{1}{(2)^{3-1}} = \frac{1}{4}$$

$$a_4 = \frac{1}{(2)^{4-1}} = \frac{1}{8}$$

$$f(x) = \frac{1}{(2)^{x-1}}$$

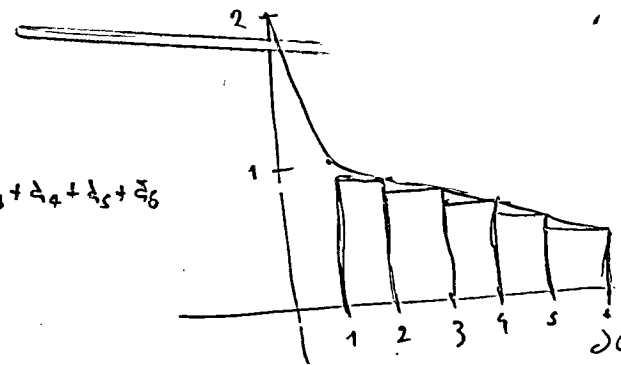
$$a_n = f(n)$$

$$a_2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx - \frac{n}{2} - \left(-\frac{1}{1} \right) - \left(-\frac{1}{2} + 1 \right) \right) = 1$$

A_i

$$\sum_{i=2}^6 a_i = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$$



$$\int_{\{1,2,3,4,5,6\}} f(x) dx$$

$$\frac{1}{(2)^{n-1}}$$

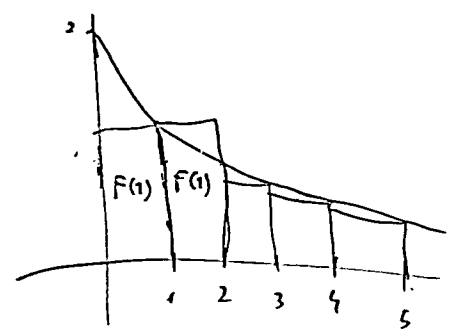
$$a_n = \frac{1}{(2)^{n-1}}$$

$$a_1 = \frac{1}{(2)^{1-1}} = \frac{1}{1}$$

$$a_2 = \frac{1}{(2)^{2-1}} = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{1}{(2)^{3-1}} = \frac{1}{4}$$

$$a_4 = \frac{1}{(2)^{4-1}} = \frac{1}{8}$$



$$f(x) = \frac{1}{(2)^{x-1}}$$

$$f(2) = \frac{1}{(2)^{2-1}} = \frac{1}{2}$$

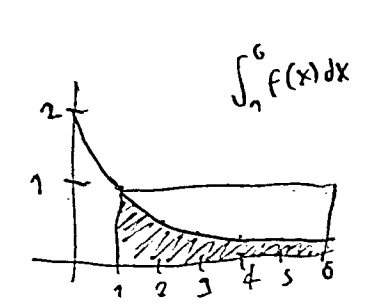
$$a_n = f(n) \quad \text{||| |||}$$

$$f(2) = a_2$$

$$f(n) = a_n$$

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \left\{ \underbrace{1}_{a_1}, \underbrace{1/2}_{a_2}, \underbrace{1/4}_{a_3}, \underbrace{1/8}_{a_4}, \dots, \underbrace{1/(2)^{n-1}}_{a_n} \right\}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \left[-\frac{1}{x} \right]_1^2 = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{1} \right) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$



$$\sum_{i=1}^5 a_i = \sum_{i=2}^6 a_i$$

$$a_1, a_2, a_3$$

$$\sum_{i=1}^N a_i$$

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_N$$

Seja com o resultado desta substituição:

$$\text{Goku} \begin{cases} f(x) := f_{200}(x) \\ f'(x) := f_{200}'(x) \\ f''(x) := f_{200}''(x) \end{cases} = \left(\begin{array}{c} f_{200}(x) \\ f_{200}'(x) \\ f_{200}''(x) \end{array} \right) = \begin{pmatrix} \sin 2x \\ 2 \cos 2x \\ -4 \sin 2x \end{pmatrix}$$

Vamos testar se com é verdade:

22/04/2023

AVL 1 de Reposição

$$y' = 2x$$

$$f'(x) = 2x$$

$$y = f(x)$$

$$(f'(x) = 2x) \begin{cases} f(x) := \sin x \\ f'(x) := \cos x \end{cases} = (\cos = 2x) \quad \text{''}$$

$$\text{Goku} \begin{cases} f(x) := y_p \\ f'(x) := y_p' \\ f''(x) := y_p'' \end{cases} = \begin{pmatrix} -4A \sin 2x - 4B \cos 2x \\ 2A \cos 2x - 2B \sin 2x \end{pmatrix}$$

$$B(A \sin 2x + B \cos 2x) = \sin 2x$$

$$= -4A \sin 2x + 3A \sin 2x - 2B \sin 2x$$

$$+ -4B \cos 2x + 2A \cos 2x + 3B \cos 2x = \sin 2x$$

$$= \begin{pmatrix} -A - 2B \\ -B + 2A \end{pmatrix} \begin{matrix} \sin 2x \\ \cos 2x \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -A - 2B \\ -B + 2A \end{pmatrix} \begin{matrix} \sin 2x \\ \cos 2x \end{matrix} = 1 \sin 2x + 0 \cos 2x$$

$$\begin{array}{rcl} -A - 2B & = & 1 \quad (1) \\ -B + 2A & = & 0 \quad (2) \end{array}$$

$$[1] -A - 2B = 1$$

$$[2] -B + 2A = 0$$

$$[3] -A = 1 + 2B \quad (\text{por } [1])$$

$$[4] A = -1 - 2B \quad (\text{por } [3])$$

$$[5] -B + 2(-1 - 2B) = 0 \quad (\text{por } [2] \in [4])$$

$$[6] -B - 2 - 4B = 0 \quad (\text{por } [5])$$

$$[7] -5B - 2 = 0$$

$$[8] 5B + 2 = 0$$

$$[9] B = -\frac{2}{5}$$

$$[10] A = -1 - 2\left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$= -1 + \frac{4}{5}$$

$$= -\frac{5}{5} + \frac{4}{5}$$

$$= -\frac{1}{5}$$

$$[11] A = -\frac{1}{5}$$

$$[12] B = -\frac{2}{5}$$

$$\begin{pmatrix} -A - 2B = 1 \\ -B + 2A = 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} A = -\frac{1}{5} \\ B = -\frac{2}{5} \end{matrix} = \begin{pmatrix} -(-\frac{1}{5}) - 2(-\frac{2}{5}) = 1 \\ -(-\frac{2}{5}) + 2(-\frac{1}{5}) = 0 \end{pmatrix} \quad \text{''}$$

$$[13] A = -\frac{1}{5}$$

$$[14] B = -\frac{2}{5}$$

$$[15] A = -\frac{1}{5}$$

$$[16] B = -\frac{2}{5}$$

encontre a

$$\text{moisés} = (y'' + y' +$$

$$\text{Goku} = (f''(x) + f'(x) +$$

seja:

$$y_p = A \sin 2x + B \cos 2x$$

então:

$$y_p' = 2A \cos 2x - 2B \sin 2x$$

$$y_p'' = -4A \sin 2x - 4B \cos 2x$$

seja

$$f_{200}(x) = -\frac{1}{5} \sin 2x$$

então

$$f_{200}(x) = -\frac{1}{5} \sin 2x$$

ou: $f_{200}(x)$ é solução de

Seja:

$$f_{200}(x) + 3f_{200}(x) = \sin 2x$$

$$y = f(x)$$

$$\begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2x \\ \sin 2x \end{bmatrix} //$$

$$= \begin{bmatrix} (-4A \sin 2x - 4B \cos 2x) \\ (2A \cos 2x - 2B \sin 2x) \end{bmatrix}$$

$$+ (2A \cos 2x - 2B \sin 2x)$$

$$3(A \sin 2x + B \cos 2x) = \sin 2x //$$

$$+ 3A \sin 2x - 2B \sin 2x$$

$$- 2A \cos 2x + 2A \cos 2x + 3B \cos 2x = \sin 2x //$$

$$\sin 2x$$

$$A \cos 2x = 1 \sin 2x + 0 \cos 2x$$

- [1] $-A - 2B = 1$
- [2] $-B + 2A = 0$
- [3] $-A = 1 + 2B$ (por [1])
- [4] $A = -1 - 2B$ (por [3])
- [5] $-B + 2(-1 - 2B) = 0$ (por [2] e [4])
- [6] $-B - 2 - 4B = 0$ (por [5])
- [7] $-5B - 2 = 0$
- [8] $5B + 2 = 0$
- [9] $B = -\frac{2}{5}$
- [10] $A = -1 - 2(-\frac{2}{5})$

$$\begin{aligned} &= -1 + \frac{4}{5} \\ &= -\frac{5}{5} + \frac{4}{5} \\ &= -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$[11] A = -\frac{1}{5}$$

$$[11] B = -\frac{2}{5}$$

$$\begin{bmatrix} -A - 2B = 1 \\ -B + 2A = 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A = -\frac{1}{5} \\ B = -\frac{2}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(-\frac{1}{5}) - 2(-\frac{2}{5}) = 1 \\ -(-\frac{2}{5}) + 2(-\frac{1}{5}) = 0 \end{bmatrix} //$$

Encontre a solução:

$$\text{moises} = (y'' + y' + 3y = \sin 2x)$$

$$G_{\text{OKU}} = (f''(x) + f'(x) + 3f(x) = \sin 2x)$$

Seja:

$$y_p = A \sin 2x + B \cos 2x$$

então:

$$y'_p = 2A \cos 2x - 2B \sin 2x$$

$$y''_p = -4A \sin 2x - 4B \cos 2x$$

$$\text{Seja } f_{200}(x) = -\frac{1}{5} \sin 2x + (-\frac{2}{5}) \cos 2x$$

então

$$f_{200}(x) \text{ resolve } G_{\text{OKU}}$$

$$\text{ou: } f_{200}(x) \text{ é solução de } G_{\text{OKU}}$$

Seja:

$$2 = \sin 2x$$

22/04/2023

AVL 1 DE REPARAÇÃO

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{3}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{(2)^{n-1}}$$

$$\text{então } a_1 = \frac{1}{(2)^0} = 1$$

$$a_2 = \frac{1}{(2)^{2-1}} = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, a_n \right\}$$

$$\text{SEJA } a_n = 10^n$$

$$\text{ENTÃO } a_{42} = 420$$

$$\text{SEJA } a_n = 12$$

$$\text{ENTÃO } a_1 = 12$$

$$\text{SEJA } a_n = \frac{n}{2}$$

$$\text{ENTÃO } a_1 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{n}{2}$$

$$\text{então } a_1 = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{1}{(2)^{3-1}} = \frac{1}{4}$$

$$\text{moisés} = (y'' + y' + 3y = 0)$$

$$G_{\text{OKU}} = (f''(x) + f'(x) + 3f(x) = 0)$$

seja:

$$y_p = A \sin 2x + B \cos 2x$$

então:

$$y_p = 2A \cos 2x - 2B \sin 2x$$

$$y_p = -4A \sin 2x - 4B \cos 2x$$

$$\text{SEJA } a_n = \frac{n-1}{1}$$

$$\text{ENTÃO } a_1 = 0$$

$$\text{SEJA } a_n = 2n$$

$$\text{ENTÃO } a_1 = 2$$

$$\text{SEJA } a_n = 2^n$$

$$\text{ENTÃO } a_1 = 2$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 8$$

$$a_4 = 16$$

$$\text{SEJA } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{ENTÃO } a_1 = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{1}{4}$$

$$a_3 = \frac{1}{8}$$

$$a_4 = \frac{1}{16}$$

$$\text{SEJA } a_n = \frac{1}{2^n} + \frac{1}{2}$$

$$\text{ENTÃO } a_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$a_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$a_3 = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$

$$a_4 = \frac{1}{16} + \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

encontrar a solução

$$\text{SEJA } f_{200}(x) = -\frac{1}{5} \sin 2x + (-\frac{2}{5}) \cos 2x$$

então

ou: $f_{200}(x)$ é solução de GOKU

$$a_1 = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$a_3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\left\{ \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, a_n \right\}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{n-1}{1}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{n}{1}$$

$$\text{Seja } a_n = 2^n$$

$$\text{Então } a_{n+1} = 2^{n+1}$$

$$\text{Seja } a_n = 2^n$$

$$\text{Então } a_{n+1} = 2^{n+1}$$

$$\text{Seja } a_n = 2^n$$

$$\text{Então } a_{n+1} = 2^{n+1}$$

$$\text{Seja } a_n = 2^n$$

$$\text{Então } a_{n+1} = 2^{n+1}$$

$$\text{Seja } a_n = 2^n$$

$$\text{Então } a_{n+1} = 2^{n+1}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$\text{Seja } a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Então } a_{n+1} = \frac{1}{2^{n+1}}$$

Encontre a solução:

$$y'' + y' + 3y = \sin 2x$$

$$G_{\text{OKU}} = (f''(x) + f'(x) + 3f(x) = \sin 2x)$$

Seja:

$$y_p = A \sin 2x + B \cos 2x$$

Então:

$$y_p' = 2A \cos 2x - 2B \sin 2x$$

$$y_p'' = -4A \sin 2x - 4B \cos 2x$$

$$y_p''' = -4A \cos 2x + 4B \sin 2x$$

$$y_p'''' = 4A \sin 2x + 4B \cos 2x$$

$$y_p'''' + y_p''' + 3y_p'' = \sin 2x$$

$$y_p'''' + y_p''' + 3y_p'' = \sin 2x$$

$$y_p'''' + y_p''' + 3y_p'' = \sin 2x$$

$$y_p'''' + y_p''' + 3y_p'' = \sin 2x$$

Seja:

$$\lambda = \sin 2x$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{2n}}{(2n)!}$$

$$\int_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot x^{2n}}{(2n)!} dx$$

$$\text{Seja } f_{200}(x) = -\frac{1}{5} \sin 2x + \left(-\frac{2}{5}\right) \cos 2x$$

$$\text{Então } f_{200}(x) \text{ satisfaz a GOKU}$$

$$\text{ou: } f_{200}(x) \text{ é solução de GOKU}$$

$$\int x^3 \sqrt{9-x^2} dx = \int x^3 \sqrt{3^2-x^2} dx = 3^5 \frac{(\cos \theta)^3}{5} - 3^5 \frac{(\cos \theta)^5}{5}$$

$$= 3^5 \frac{(\sqrt{9-x^2})^3}{3} - 3^5 \frac{(\sqrt{9-x^2})^5}{5}$$

Ex 15/06/2023
AVL 1 de Reposição

CAIXA 1

$$x = 3 \sin \theta$$

$$dx = 3 \cos \theta d\theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) \right) = f'(g(x)) g'(x)$$

$$[RC] \begin{cases} g(x) := 42x \\ g'(x) := 42 \end{cases} = \left(\frac{d}{dx} f(42x) \right) = f'(42x) 42$$

$$[RC] \begin{cases} f(u) := e^{4u} \\ f'(u) := 4e^{4u} \end{cases} = \left(\frac{d}{dx} (e^{4g(x)}) \right) = 4e^{4g(x)} \cdot g'(x)$$

$$f(u) = e^{4u}$$

$$f(200) = e^{4 \cdot 200}$$

$$f(a+b) = e^{4(a+b)}$$

$$f(g(x)) = e^{4(g(x))}$$

0

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{(\sqrt{9-x^2})^3}{3} - \frac{(\sqrt{9-x^2})^5}{5} \right)$$

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) \right) = f'(g(x)) g'(x)$$

$$(f(u) = e^{4u}) [u := 200] = (f(200) = e^{4 \cdot 200})$$

$$(f(u) = e^{4u}) [u := a+b] =$$

$$(f(u) = e^{4u}) [u := g(x)] = (f(g(x)) = e^{4 \cdot g(x)})$$

$$(f(g(x)) | f(u) := e^{4u}) = e^{4(g(x))}$$

$$(f(200)) [f(u) := e^{4u}] = e^{4 \cdot 200}$$

$$[RC] \begin{cases} f(u) := u^{42} \\ g(x) := h(x) \\ f'(u) := 42 \cdot u^{41} \\ g'(x) := h'(x) \end{cases} = \left(\frac{d}{dx} h(x)^{42} \right)$$

$$f'(g(x)) \begin{cases} f(u) := u^{42} \\ g(x) := h(x) \\ f'(u) := 42 u^{41} \\ g'(x) := h'(x) \end{cases} = 42 \cdot h(x)^{41}$$

$$f(g(x)) [x := 200] = f(200)$$

$$f(g(x)) [g(x) := 200x] = f(200x)$$

$$f(g(x)) [f(y) := y^2 + y^3] =$$

$$\frac{x^3 + x^2 + 4x + 9}{(x-2)(x-3)}$$

$$f(g(x)) =$$

$$= \frac{f}{g} = \frac{17}{92}$$

$$\int x^3 \sqrt{3^2 - x^2} dx = \frac{3^5 (\cos \theta)^3}{5} - \frac{3^5 (\cos \theta)^5}{5}$$

$$= \frac{3^5 (\sqrt{9 - x^2})^3}{3} - \frac{3^5 (\sqrt{9 - x^2})^5}{5}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{(\sqrt{9 - x^2})^3}{3} - \frac{(\sqrt{9 - x^2})^5}{5} \right)$$

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) \right) = f'(g(x)) g'(x)$$

$$(f(u) = e^{4u}) [u := 200] = (f(200) = e^{4 \cdot 200})$$

$$(f(u) = e^{4u}) [u := a+b] =$$

$$(f(u) = e^{4u}) [u := g(x)] = (f(g(x)) = e^{4 \cdot g(x)})$$

$$(f(g(x))) [f(u) := e^{4u}] = e^{4(g(x))}$$

$$(f(200)) [f(u) := e^{4u}] = e^{4 \cdot 200}$$

$$f'(g(x)) \left[\begin{array}{l} f(u) := u^{42} \\ g(x) := h(x) \\ f'(u) := 42 u^{41} \\ g'(x) := h'(x) \end{array} \right] = 42 \cdot h(x)^{41}$$

$$\frac{x^3 + x^2 + 4x + 9}{(x-2)(x-3)}$$

$$(f(g(x))) = (g(x))^2 + (g(x))^3$$

$$= \frac{f}{g} + \frac{f^2}{g^3}$$

$$f(g(x)) := g(x)^2 + g(x)^3$$

$$f(g(x)) [x := 200] = f(g(200))$$

$$f(g(x)) [g(x) := 200x] = f(200x)$$

$$f(g(x)) [f(y) := y^2 + y^3] =$$

$$f(y) = y^2 + y^3$$

$$f(200) = 200^2 + 200^3$$

$$f(a+b) = (a+b)^2 + (a+b)^3$$

$$f(g(x)) = (g(x))^2 + (g(x))^3$$

$$26) \int \frac{x^3 - 4x - 10}{x^2 - x - 6} dx$$

C2 18/Dec/2023

Reduziremos o grau de $x^3 - 4x - 10$ através da divisão de polinômios:

$$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - 4x - 10 \\ -x^2 + x + 6 \\ \hline 0 \quad x^2 + 2x - 10 \\ -x^2 + x + 6 \\ \hline 3x - 4 \end{array}$$

$$3x - 4$$

$$\int \frac{x^3 - 4x - 10}{x^2 - x - 6} dx = \int \left(\frac{3x - 4}{x^2 - x - 6} + x + 1 \right) dx =$$

$$= \frac{x^2}{2} + x + \int \frac{3x - 4}{x^2 - x - 6} dx$$

Resolvendo a integral $\int \frac{3x - 4}{x^2 - x - 6} dx$

por frações parciais:

$$\int \frac{3x - 4}{x^2 - x - 6} dx =$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -6}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

Logo $\int \frac{3x - 4}{x^2 - x - 6} dx$, pode ser reescrito em

$$\int \frac{3x - 4}{(x-3)(x+2)} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2 - x - 6}$$

Vamos tentar encontrar $A, B \in \mathbb{R}$
que obedecem isto:

$$\frac{3x - 4}{(x-3)(x+2)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+2} = \frac{Ax + 2A + Bx - 3B}{x^2 - x - 6}$$

$$\begin{cases} A + B = 3 \rightarrow A = 3 - B \rightarrow A = 3 - 2 = 1 \quad (A=1) \\ 2A - 3B = -4 \\ 2 - 6 = -4 \\ 2(3 - 5) - 3B = -4 \end{cases}$$

$$6 - 2B - 3B = -4$$

$$-5B = -10 \rightarrow B = \frac{-10}{-5} = 2$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 0x^2 - 4x - 10 \\ -x^3 + x^2 + 6x \\ \hline x^2 + 2x - 10 \\ -x^2 + x + 6 \\ \hline 3x - 4 \end{array}$$

$$\int \frac{x^3 - 4x - 10}{x^2 - x - 6} dx = \int \left(\frac{(x^2 - x - 6)(x+1)}{x^2 - x - 6} + 3x - 4 \right) dx$$

$$16) \int \frac{x^3 - 4x - 10}{x^2 - x - 6} dx =$$

$$\int \frac{x^3 - 4x - 10}{x^2 - x - 6} dx = \int \left(\frac{3x - 4}{x^2 - x - 6} + x + 1 \right) dx = \frac{x^2}{2} + x + \left(\frac{1}{2} + x + \ln|x-3| + 2\ln|x+2| + C \right)$$

nao da classe

$$\int \frac{3x-4}{x^2-x-6} dx =$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -6}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

Logo $\int \frac{3x-4}{x^2-x-6} dx$, pode ser reescrita com

$$\int \frac{3x-4}{(x-3)(x+2)} dx = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+2} = \frac{Ax+B}{x^2+x-6}$$

Vamos tentar encontrar A, B ∈ ℝ
que obedecam isto:

$$\frac{3x-4}{(x-3)(x+2)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+2} = \frac{Ax+2A+Bx-3B}{x^2-x-6}$$

$$\begin{cases} A+B=3 \rightarrow A=3-B \rightarrow A=3-2 \rightarrow A=1 \\ 2A-3B=-4 \\ 2-6=-4 \\ 2(3-B)-3B=-4 \end{cases}$$

$$6-2B-3B=-4$$

$$-5B=-10 \rightarrow B=\frac{-10}{-5}=2$$

$$\begin{array}{r} x^3+0x^2-4x-10 \quad | \quad x^2-x-6 \\ -x^3+x^2+6x \\ \hline x^2+2x-10 \\ -x^2+x+6 \\ \hline 3x-4 \end{array}$$

$$\int \frac{x^3-4x-10}{x^2-x-6} dx = \int \left(\frac{(x^2-x-6)(x+1)}{x^2-x-6} + \frac{3x-4}{x^2-x-6} \right) dx$$

$$= \int (x+1) dx + \int \frac{3x-4}{x^2-x-6} dx = ?$$

$$(x^2-x-6) \cdot (A) = 3x-4$$

$$\int \frac{x^3-4x-10}{x^2-x-6} dx = \int \left(\frac{3x-4}{x^2-x-6} + x+1 \right) dx = \frac{x^2}{2} + x + \int \left(\frac{1}{x-3} + \frac{2}{x+2} \right) dx =$$

$$= \frac{x^2}{2} + x + \ln|x-3| + 2\ln|x+2| + C$$

Def: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

Então: $\frac{\sin^2 \theta}{9} + \frac{\cos^2 \theta}{9} = \frac{1}{9}$

$= \frac{x}{(n+1)!} \quad \frac{x}{2+1} = \frac{x}{2} = 0$

$0 < 1$, logo

converge

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4-3)^n}{1} = \frac{(4-3)^1}{1} + \frac{(4-3)^2}{1} + \frac{(4-3)^3}{1} + \dots$

$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n} \quad [x := 4]$

$f(4) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4-3)^n}{n} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots$

$f(3.5) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3.5-3)^n}{n} = \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots$

$\int x^3 \sqrt{5-9x^2} dx$
 $\frac{1}{9} - x^2$
 $\sin^2 \theta$

USE O TESTE DA
 RAZÃO (p.662 DO
 STEWART) PARA DIZER
 SE CADA UM DOS
 SOMATÓRIOS ABAIXO
 CONVERGE OU DIVERGE:

a) $\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^i = \left(\frac{1}{2}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots$

b) $\sum_{i=0}^{\infty} 2^i = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots$

c) $\sum_{i=0}^{\infty} 1^i$

d) $f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!}$

$f(4)$ CONVERGE,
 DIVERGE,
 OU O QUE?

e) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n}$

$f(3)$ CONVERGE?

$f(4)$ CONVERGE?

$f(3.5)$ CONVERGE?

$\lim_{i \rightarrow \infty}$

$\lim_{i \rightarrow \infty}$

$\lim_{i \rightarrow \infty}$

$\lim_{i \rightarrow \infty}$

$\lim_{i \rightarrow \infty}$

$(x!)$

1

$$= \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$$

$$\frac{(4-3)^1}{1} + \frac{(4-3)^1}{1} + \dots$$

$$+ \left(\frac{1}{2}\right)^2 \dots$$

$$\int x^3 \sqrt{5-9x^2} dx$$

$$\left(\frac{1}{9} - x^2 \right)$$

$$\frac{2x^2 \theta}{9}$$

USE O TESTE DA
RAZÃO (P. 662 DO
STEWART) PARA DIZER
SE CADA UM DOS
SOMATÓRIOS ABAIXO
CONVERGE OU DIVERGE:

$$a) \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^i = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^0}{1} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^1}{\frac{1}{2}} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{1}{4}} + \dots$$

$$b) \sum_{i=0}^{\infty} 2^i = \frac{2^0}{1} + \frac{2^1}{2} + \frac{2^2}{4} + \dots$$

$$c) \sum_{i=0}^{\infty} 1^i$$

$$d) f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!}$$

f(4) CONVERGE,
DIVERGE,
OU O QUE?

$$e) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n}$$

f(3) CONVERGE?

f(4) CONVERGE?

f(3.5) CONVERGE?

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \left| \frac{x^{i+1}}{(i+1)!} \cdot \frac{i!}{x^i} \right|$$

$$= \lim_{i \rightarrow \infty} \left| \frac{(x^{i+1}) \cdot i!}{(i+1)! \cdot x^i} \right|$$

$$= \lim_{i \rightarrow \infty} \left| \frac{x^{i+1}}{x^i} \cdot \frac{1}{i+1} \right|$$

$$= \lim_{i \rightarrow \infty} \left| x \cdot \frac{1}{i+1} \right|$$

$$= \lim_{i \rightarrow \infty} \left| \frac{x}{i+1} \right|$$

$$|x| \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{i+1}$$

$$|x| \cdot 0$$

$$0 < 1$$

Converge

$$\frac{i!}{(i+1)!} = \frac{1}{i+1}$$

$$\frac{4!}{5!}$$

$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{5}$$

$$\int x^3 \sqrt{3-9x^2} dx = \int x^3 \sqrt{3\left(\frac{1}{3} - x^2\right)} dx \quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \sin \theta \\ dx = \frac{1}{3} \cos \theta d\theta \end{array} \right]$$

$$= 3 \int x^3 \sqrt{\frac{1}{3} - x^2} dx$$

$$= 3 \int \frac{\sin^3 \theta}{27} \sqrt{\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3} \sin \theta\right)^2} \cdot \frac{1}{3} \cos \theta d\theta \quad [\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta]$$

$$= \frac{1}{27} \int \sin^3 \theta \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \sin^2 \theta} \cos \theta d\theta$$

$$= \frac{1}{27} \int \sin^3 \theta \sqrt{\frac{1}{3} (1 - \sin^2 \theta)} \cos \theta d\theta$$

$$= \frac{1}{27} \cdot \frac{1}{3} \int \sin^3 \theta \sqrt{\cos^2 \theta} \cos \theta d\theta$$

$$= \frac{1}{81} \int \sin^3 \theta \cdot \cos^2 \theta d\theta$$

$$\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\int x^3 \sqrt{1-9x^2} dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{3}u\right)^3 \sqrt{1-u^2} \cdot \frac{1}{3} du$$

$$= \int \frac{1}{3^4} u^3 \sqrt{1-u^2} \cdot \frac{1}{3} du$$

$$= \frac{1}{3^4} \int u^3 \sqrt{1-u^2} du$$

$$= \frac{1}{3^4} \int (\sin \theta)^3 \sqrt{1-\sin^2 \theta} \cos \theta d\theta$$

$$\left[\begin{array}{l} u = 3x \\ u^2 = 9x^2 \\ \frac{du}{dx} = 3 \\ du = 3 dx \\ dx = \frac{1}{3} du \\ x = \frac{1}{3} u \end{array} \right] = \frac{2^0}{1} + \frac{2^1}{2} + \frac{2^2}{4} + \dots$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!}$$

1) CONVERGE,
DIVERGE,
or DNE?

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n}$$

CONVERGE?

CONVERGE?

CONVERGE?

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \left| \frac{x^{i+1}}{(i+1)!} \cdot \frac{i!}{x^i} \right|$$

$$= \lim_{i \rightarrow \infty} \left| \frac{x^{i+1} \cdot i!}{(i+1)! \cdot x^i} \right|$$

$$= \lim_{i \rightarrow \infty} \left| \frac{x^{i+1}}{x^i} \cdot \frac{1}{i+1} \right|$$

$$= \lim_{i \rightarrow \infty} \left| x^i \cdot \frac{1}{i+1} \right|$$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \left| \frac{x}{i+1} \right|$$

$$|x| \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{i+1}$$

$$|x| \cdot 0$$

$$0 < 1$$

CONVERGE

$$\frac{i!}{(i+1)!} \cdot \frac{1}{i+1}$$

$$\frac{1}{i+1}$$

$$\frac{1}{\infty}$$