

C3 24/05/2022

Atenção:
 QUASE TODO O MATERIAL
 DO CURSO VAI FICAR
 DISPONÍVEL NA PÁGINA
 DO CURSO. POR FAVOR
 NÃO PROCURE POR
 EXERCÍCIOS OUTS. AÍ
 VOCÊS VÃO CAIR EM
 ALGUMA JÚRFAGINA
 DO <http://angg.tuv.net/> -
 CLIQUEM EM C3 NA
 BARRA DE NAVEGAÇÃO
 À ESQUERDA.

O RESTO VAI SER
 DISPONIBILIZADO
 PELO TELEGRAM.
 ENTREM NO CANAL
 DA TURMA PELO
 LINK DA PÁGINA OU
 MANDAM MENSAGEM
 PARA MIM. @eduardosocha.

Letras em negrito:

EM ÁLGEBRA LINEAR
 PONTOS E VETORES

SÃO A MESMA COISA -

POR EXEMPLO, $(2, 3)$ E $(2, 3)$ -
 E EM GA ELAS SÃO
 TOTALMENTE DIFERENTES...

$(2, 3)$ E $(2, 3)$

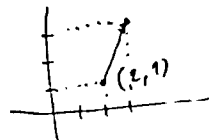
↑
 PONTO

↑
 VETOR

A GENTE VAI USAR A
 NOTACÃO DE GA, COM
 ALGUMAS REGRAS A MAIS...
 HOJE NÓS VAMOS SEMPRE

REPRESENTAR GRAFICAMENTE
 DESTA FORMA:

$(2, 1) + (1, 2)$
 $(3, 3)$



$$((2, 1) + (1, 2)) + (-1, 0)$$

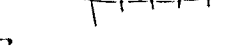
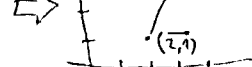
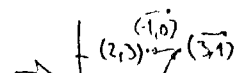
$$(3, 3)$$

$$(2, 3)$$

$$(2, 1) + ((1, 2) + (-1, 0))$$

$$(0, 2)$$

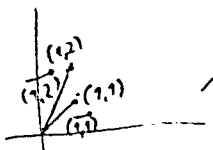
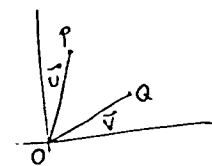
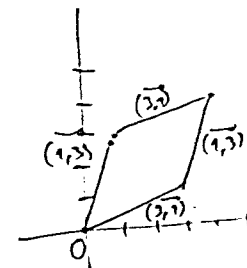
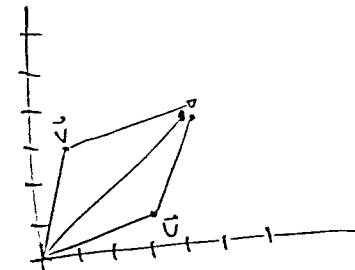
$$(2, 3)$$



AGORA ACESSEM
 O LIVRO DO
 FELIPE ACKER - GA1
 E LEIAM O CAPÍTULO
 7 DELE ATÉ A SEÇÃO
 7.5. DEPOIS ACESSEM
 O "SLIDE 10" DO
 ÚLTIMO LINK DA
 AULA 1 NA PÁGINA
 DO CURSO.

... AÍ TENTEM FAZER
 CASOS PARTICULARES
 "COM NÚMEROS EM TODO
 LUGAR" DAS FIGURAS
 DAS SEÇÕES 7.4 E 7.5
 DO ACKER, E QUANDO

VOCÊS TERMINAREM
 ISSO TENTEM FAZER
 OS EXERCÍCIOS DO
 LINK "ESTE PDF
 DE 2021.2" QUE
 ESTÁ NA LINHA
 "AULA 1" DA
 PÁGINA DO CURSO.



$$(a, b) + (2, 3) = (a+2, b+3)$$

$$(a, b) + (-4, -5) = (a+(-4), b+(-5))$$

$$(2, 1) + (1, 1) = (3, 2)$$

$$(1, 1)$$

C3 26/AGO/2022

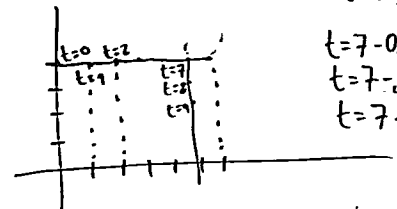
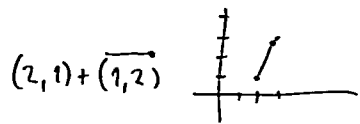
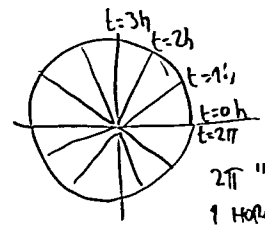
QUASE TUDO DA AULA DE HOJE ESTÁ NO PDF DA AULA 2 NA PÁGINA DO CURSO. NO EXERCÍCIO MAIS DIFÍCIL DELE VOCÊS VÃO FAZER UMA (APPROXIMADA) FIGURA DIFÍCIL FAZENDO QUASE TUDO NO OLHÔMETRO... POR EXEMPLO,

PARA CASA: PENSEM BASTANTE NO EXERCÍCIO DA ÓRBITA. DICA: TENTEM RESOLVER O MÁXIMO POSSÍVEL DELE DE CABEÇA, SEM PAPEL!

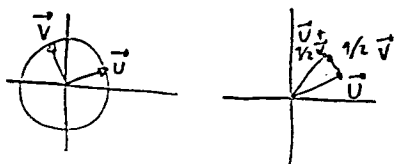
$$P(t) = (\cos t, \sin t)$$

$$P'(t) = P'(t)$$

$$S(t) = P(t) + R(t)$$



E ENTRE $t=6$ E $t=7$?
 $t=7-0.5$
 $t=7-$
 $t=7-0.9999$



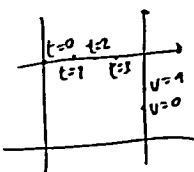
$R(6.000001)$

$$R(t) = (t^2, t^3)$$

$$R'(t) = (2t, 3t^2)$$

$$Q(t) = (x(t), y(t))$$

$$Q'(t) = (x'(t), y'(t))$$



$$Q(t) = \begin{cases} (t, 1), & t \leq 6 \\ (6, 10-t), & 6 < t \end{cases}$$

$$R(t) = \begin{cases} (t, 1), & t \leq 6 \\ (5, 11-t), & 6 < t \end{cases}$$

$$x(t) = \begin{cases} t, & t \leq 6 \\ 6, & 6 < t \end{cases}$$

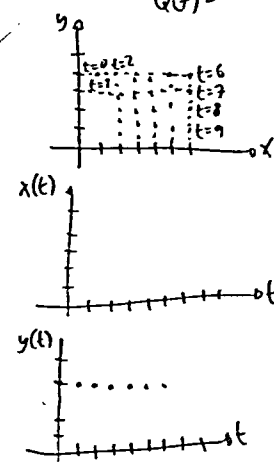
$$y(t) = \begin{cases} 1, & t \leq 6 \\ 11-t, & 6 < t \end{cases}$$

ESSA FIGURA DIFÍCIL VAI TER MAIS OU MENOS O MESMO NÍVEL DE COMPLEXIDADE DAS FIGURAS DE COORDENADAS POLARES DO LEITHOLD QUE EU VOU MOSTRAR NO MEU LAPTOP. SE ALGUÉM JÁ TIVER FEITO A FIGURA DESSE PROBLEMA EU POSSO PASSAR UMA VARIAÇÃO DELA COM VALORES DIFERENTES.

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x)) g'(x)$$

$$\frac{d}{dx} (\sin(g(x))) = \cos(g(x)) g'(x)$$

$$\frac{d}{dx} (\sin(4x)) = \cos(4x) \cdot 4$$



$t=8$

$Q(t)$
 $Q(7) =$

t	x	y
0	0	4
1	1	4
2	2	4
3	3	4
4	4	4
5	5	4
6	6	4
7	6	3
8	6	2

t	x	y
0	0	4
1	1	4
2	2	4
3	3	4
4	4	4
5	5	4
6	6	4
7	6	3
8	6	2

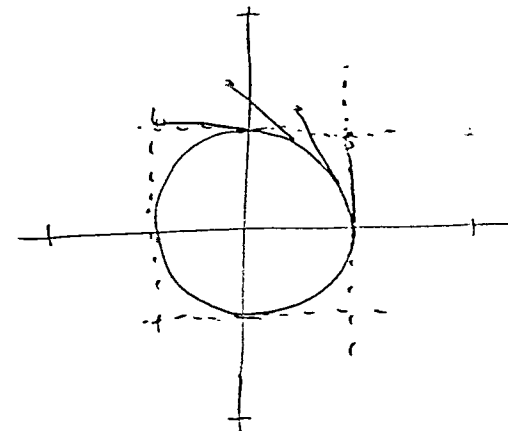
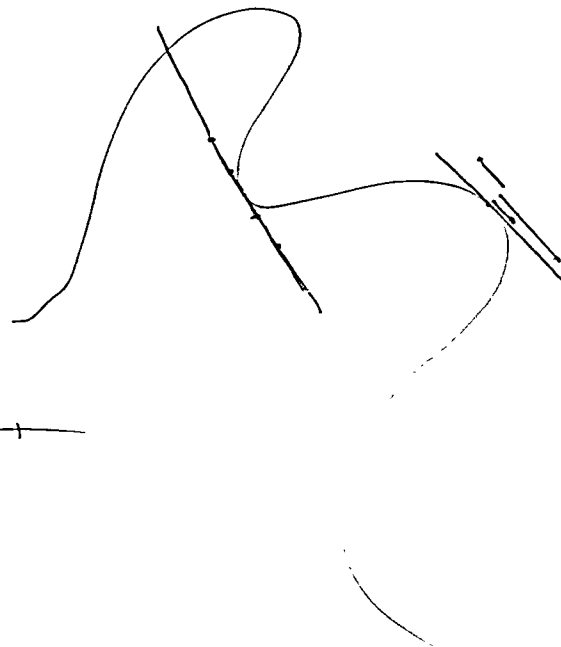
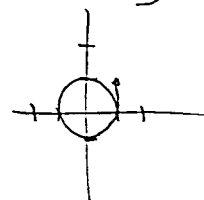
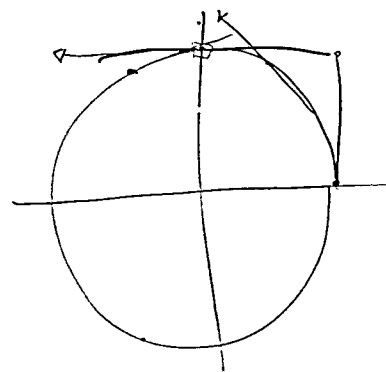
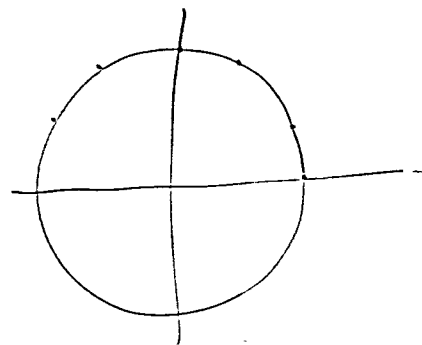
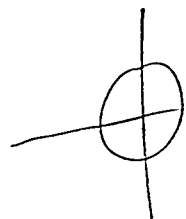
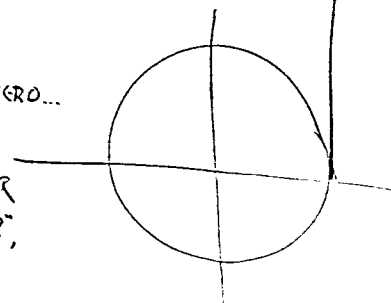
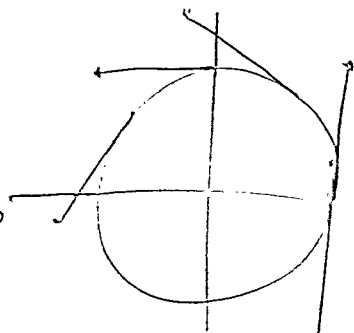
31/05/2022

PROVA 2 011

MAIS EXERCÍCIOS
DE DESENHO TÉCNICO
DE HOJE!

EXERCÍCIO DE HOJE:

TENTEM FAZER O
EXERCÍCIO DA
ÓRBITA EM GRUPO,
E QUANDO VOCÊS
FOREM USAR AS
FOLHAS DE RASCUNHO
QUE EU DISTRIBUI
VOCÊS SÓ PODEM
ESCREVER NELAS
DESENHOS SEM
NENHUMA LETRA
E NENHUM NÚMERO...
OU SEJA, VOCÊS
NÃO PODEM ESCREVER
NADA COMO "f", "2",
OU "π".



C3 2/sep/2022

VELOCIDADE

EXERCÍCIO 5

HUJE: A DEFINIÇÃO
DA VELOCIDADE COMO
LIMITE! MAS ANTES:
TIPO!

$$(2,3) + 10 = \text{ERRO}$$

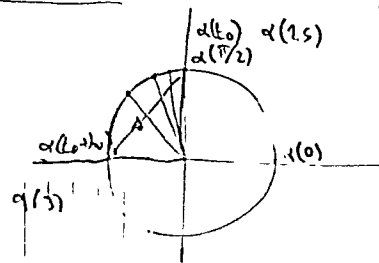
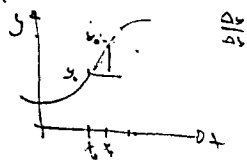
$$(2,3) + (4,5) = \text{ERRO}$$

(em geral)

SUGESTÕES:

1) DÊM UMA OLHADA
NO CAPÍTULO 1 DO
LEITHOLD - PRINCIPALMENTE
NA PÁGINA 17 - PRA
VER QUE TERMINOLOGIA
ELE USA PRA DISCUTIR
INCLINAÇÃO...

2) ...OU, MELHOR AINDA,
DÊM UMA OLHADA
NO "CALCULUS MADE
EASY"!!!



$$\alpha(t) = (\cos t, \sin t)$$

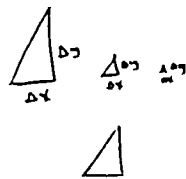
$$t_0 = \pi/2$$

$$\frac{\alpha(t_0 + h_0) - \alpha(t_0)}{h_0}$$

$$\frac{\alpha(t_0 + h_1) - \alpha(t_0)}{h_1}$$

$$\frac{\alpha(t_0 + h_2) - \alpha(t_0)}{h_2}$$

distância ao longo
da circunferência
p.H.



$$f(x)$$

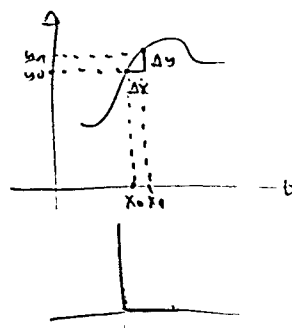
f

$$y(x)$$

$$f(x_0 + \Delta x)$$

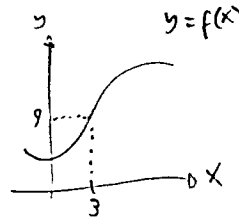
$$y = f(x)$$

$$f(x) = x^2$$



$$f\left(\frac{2+1}{3}\right)$$

9



```
char c;
int i;
float m;
printf("%f", m + c);
```

string char * float char float int

```
printf("%f", m + c);
```

1.23 200 201.23

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$$

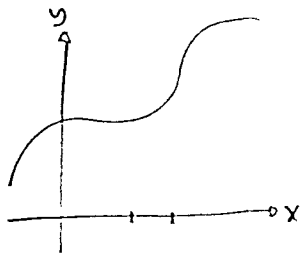
$$\mathbb{R}^2 \quad \mathbb{R}^n$$

$$(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$$

$$(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$$

$$(x, y) \in \mathbb{R}^2$$

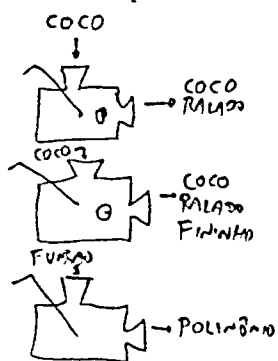
$$(x_1(t), x_2(t)) \rightarrow (\cos t, \sin t)$$



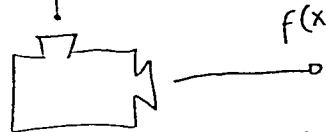
C3 27/set/2022

Início: 14:19

HOJE: SÉRIES DE TAYLOR!

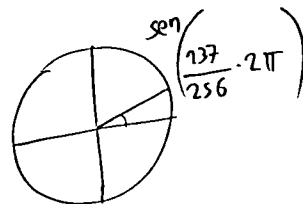


$$f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$$



$$\begin{aligned} f(x) &= a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 \\ f'(x) &= b + 2cx + 3dx^2 + 4ex^3 \\ f''(x) &= 2c + 6dx + 12ex^2 \\ f'''(x) &= 6d + 24ex \\ f^{(4)}(x) &= 24e \\ f^{(5)}(x) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= a \\ f'(0) &= b \\ f''(0) &= 2c & c = \frac{f''(0)}{2} \\ f'''(0) &= 6d & d = \frac{f'''(0)}{6} \\ f^{(4)}(0) &= 24e & e = \frac{f^{(4)}(0)}{24} \\ f^{(5)}(0) &= 0 \end{aligned}$$



PARA AGORA:
FAÇAM OS ITENS a, b e c
DO EXERCÍCIO 3
E TODOS OS ITENS DO
EXERCÍCIO 4 (PÁGINA 8)

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{k=0}^4 \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k \\ &= \frac{f^{(0)}(0)}{0!} x^0 + \frac{f^{(1)}(0)}{1!} x^1 + \frac{f^{(2)}(0)}{2!} x^2 + \dots + \frac{f^{(4)}(0)}{4!} x^4 \\ &= f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2} x^2 + \frac{f'''(0)}{6} x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{24} x^4 \\ \text{sen } x &\rightarrow \text{sen } 0 + \text{sen}'(0)x + \frac{\text{sen}''(0)}{2} x^2 + \frac{\text{sen}'''(0)}{6} x^3 + \frac{\text{sen}^{(4)}(0)}{24} x^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{k=0}^4 \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k \quad (*) \\ &= \underbrace{f(0)}_0 + \underbrace{f'(0)}_0 x + \underbrace{\frac{f''(0)}{2}}_0 x^2 + \underbrace{\frac{f'''(0)}{6}}_0 x^3 + \underbrace{\frac{f^{(4)}(0)}{24}}_0 x^4 \end{aligned}$$

$$f(x) = 100 + 245x + 3x^2 + 22x^3 + 33x^4$$

$$\left(\begin{array}{c} \text{PÁGINA} \\ 2 \end{array} \right) \left[\begin{array}{l} a := 100 \\ b := 245 \\ c := 3 \\ d := 22 \\ e := 33 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{l} \text{Damos a:} \\ f(x) = 100 + 245x + 3x^2 + \dots \\ f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \dots \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{l} f(0) = a \\ f'(0) = b \\ f''(0) = 2c \\ f'''(0) = 6d \\ f^{(4)}(0) = 24e \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} a = f(0) \\ b = f'(0) \\ c = \frac{f''(0)}{2} \\ d = \frac{f'''(0)}{6} \\ e = \frac{f^{(4)}(0)}{24} \end{array} \right) \left[\begin{array}{l} a := 100 \\ b := 245 \\ c := 3 \\ d := 22 \\ e := 33 \end{array} \right] = \left(\begin{array}{ll} f(0) = 100 & 100 = f(0) \\ f'(0) = 245 & 245 = f'(0) \\ f''(0) = 2 \cdot 3 & 3 = \frac{f''(0)}{2} \\ f'''(0) = 6 \cdot 22 & 22 = \frac{f'''(0)}{6} \\ f^{(4)}(0) = 24 \cdot 33 & 33 = \frac{f^{(4)}(0)}{24} \end{array} \right)$$

C3 73/SET/2022

INÍCIO: 11:02

HOJE: MAIS COISAS
SOBRE SÉRIES DE TAYLOR...
E AÍ AS CONTAS VÃO
COMEÇAR A FICAR GRANDES
E A GENTE VAI COMEÇAR
A APRENDER "NOTAÇÃO DE
FÍSICOS" PRA FAZER ELAS
FICAREM MAIS CURTAS.

HOJE A GENTE VAI
USAR PRINCIPALMENTE
OS LINKS DA PÁGINA
11 DO PDF SOBRE
SÉRIES DE TAYLOR -
EU VOU DIGITAR O
INTERVAL DA AULA
DE HOJE DEPOIS.

UM EXERCÍCIO COMUM
SOBRE SÉRIES DE
TAYLOR É ESSE AQUI:

③ CALCULE A SÉRIE
DE TAYLOR DE $\frac{1}{1+x}$
- OU, EQUIVALENTEMENTE,
DE $(1+x)^{-1}$.

OUTRO PARCEIRO:

④ CALCULE A SÉRIE DE
TAYLOR DE $\ln(1+x)$.

AS CONTAS DELES
FICAM MAIS FÁCEIS
SE A GENTE FIXA
UM "PONTO BASE".

$x_0 = 1$,
E DEFINI QUE:
 $x = x_0 + \Delta x$
 $\Delta x = x - x_0$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$g(\Delta x) = f(x_0 + \Delta x)$$

$$= f(1 + \Delta x)$$

$$= 1/(1 + \Delta x)$$

$$= (1 + \Delta x)^{-1}$$

... E AÍ A GENTE
CALCULA A SÉRIE DE
TAYLOR DE $g(\Delta x)$ -
OBS: NA VARIÁVEL Δx ! -
E ISSO É:

$$g(\Delta x) = g(0) + g'(0)\Delta x + \frac{g''(0)(\Delta x)^2}{2} + \dots$$

SE A GENTE NÃO USASSE O TRUQUE DO Δx
ISSO FICARIA:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)(x - x_0)^2}{2} + \dots$$

OU: x

DÊM UMA OLHADA
NAS PÁGINAS 171-173
DO CAPÍTULO 5 DO
PORTOLOSI...

ELE BASICAMENTE
ESTÁ DIZENDO QUE
A GENTE TEM QUE
USAR A "NOTAÇÃO
DE MATEMÁTICOS" -
EM QUE OS NOMES
DAS VARIÁVEIS
IMPORTAM MUITO
POUCO - PORQUE A
NOTAÇÃO ANTIGA,
"DE LEIBNIZ", OU
"DE FÍSICOS", É
AMBÍGUA E ÀS
VEZES DÁ PROBLEMA...

NO MÁXIMA
A GENTE DEFIENIR
QUE OBJETOS SÃO
"MAIS BÁSICOS" E
QUAIS DEFINIÇÕES
A PARTIR DE
OUTROS, OU SÃO
ABREVIADAÇÕES...

CALCULE
(PASSO A PASSO):

$$2 \times 3 + 4 \times 5 \rightarrow 2 \times 3 + 20$$

$$\downarrow$$

$$6 + 4 \times 5 \rightarrow 6 + 20$$

$$\downarrow$$

$$26$$

$$x = 1 + \Delta x, \Delta x = x - 1$$

x	Δx
3	2
1.1	0.1
2.1	20

NO MÁXIMA:

(%i) $x_0 : 1$

(%i) $x : x_0 + \Delta x$;

$1 + \Delta x$

(%i) $\Delta x : 2$;

2

(%i) x ;

$1 + \Delta x$

(%i) $f : \sin(y) + y^{1/2}$;

$\sin(y) + y^{1/2}$;

(%i) $\text{bintree}(f)$;

$\sin$

y

y

y^2

$1 + \Delta x$;

$1 + (x - 1)$

$1 + ((1 + \Delta x) - 1)$

$1 + \Delta x$;

$1 + (x - 1)$

$1 + ((1 + \Delta x) - 1)$

$1 + \Delta x$;

$1 + (x - 1)$

$1 + ((1 + \Delta x) - 1)$

$1 + \Delta x$;

$1 + (x - 1)$

$1 + ((1 + \Delta x) - 1)$

NOTAÇÃO DE FÍSICOS

O PORTOLOSI DIZ
QUE NA NOTAÇÃO DE
MATEMÁTICOS É
PROIBIDO OMITIR
ARGUMENTOS DE
FUNÇÕES.

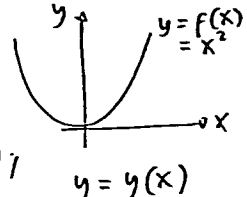
OU SEJA, ISTO:

f no $f(x_0)$

f' no $f'(x_0)$

É PROIBIDO.

NA VERDADE A
NOTAÇÃO DE FÍSICOS
USA USO AQUI:

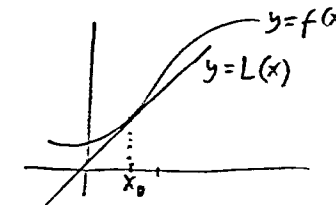


EXERCÍCIO
GIGANTE -

FAÇAM EM GRUPO
E DE VEZ EM
QUANDO TROQUEM
IDÉIAS COM OS
OUTROS GRUPOS,
COMO NO EXERCÍCIO
DE ATRIBUIR TIPOS
ÀS SUBEXPRESSIONES DE
CERTAS EXPRESSÕES
GRANDES...

SÉRIES DE TAYLOR
DE ORDEM 1 SÃO
"LINEARIZAÇÕES".

FAÇAM O EXERCÍCIO
DE DECIPIR A
SEÇÃO DO MIRANDA
SOBRE LINEARIZAÇÕES
E TRAZER AS
CONTAS DELES PRA
NOTAÇÃO DE
FÍSICOS. VOU
MANDAR O LINK
PRA VERSÃO DO
SEMESTRE PASSADO
DESSE EXERCÍCIO
PELO TELEGRAM -
E VOU REESCREVER
ELA DEPOIS.



Se $y = y(x) = f(x)$
então $y_0 = y(x_0) = f(x_0)$
e $y_1 = y(x_1) = f(x_1)$

C3 27/SET/2022
AULA DE REPOSIÇÃO

INÍCIO: 14:05

OBS: NINGUÉM VEIO!!

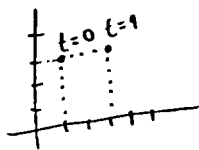
AS

C3 21/07/2022

INÍCIO: 14:03
HOJE A GENTE VAI
PASSAR A MAIOR
PARTE DA AULA
APRESENTANDO A
VISUALIZAÇÃO DO
OBJETO EM $\mathbb{R}^3$.
ACcessem o PDF
DE HOJE, E NA
PÁGINA DE LINKS
DELE - PÁGINA 2 -
COMECE OLHANDO
OS TRÊS PRIMEIROS
LINKS - UM DO
BORTOLOSSI E DOIS
DO ACHER - PARA
VER COISAS QUE A
GENTE NÃO VAI
VER HOJE... SÃO
FIGURAS DO FIM DO
CURSO DE GA QUE
A GENTE JÁ CONSEGUE
FAZER A GENTE MESMO
COM MUITO TREINO
EM CONTAS E EM
DESENHO 3D.

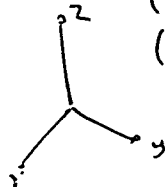
"MATERIAL PARA
GA" → "MP6".
DICA PARA VISUALIZAR
AS RETAS DOS
PRIMEIROS EXERCÍ-
CIOS DA PÁGINA
45 DO MP6:
COMECEM VISUALI-
ZANDO OS PONTOS
DE r_1 EM QUE
 $t=0$ E $t=1$, E
FAÇA A MESMA
COISA PARA
OUTRAS RETAS...
E CONFIRMA SE
OS SEUS COLEGAS
VISUALIZARAM
AS MESMAS
RETAS QUE VOCÊ!

LEMBRANDO DE $\mathbb{R}^2$...
Se $r = \{(1,3) + t(2,0) \mid t \in \mathbb{R}\}$
ENTÃO:

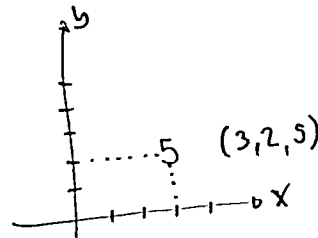
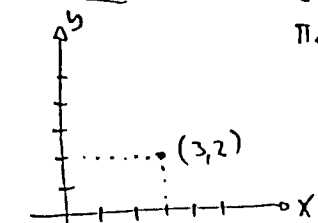


$$\pi_{11} = [Z = X + 1] = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x + 1\}$$

$(1, 2, 2) \in \pi_{11}$? sim!!
 $(2, 3, 3) \in \pi_{11}$
 $(3, 4, 4) \in \pi_{11}$
 $(1, 1, 2) \in \pi_{11}$
 $(1, 0, 2) \in \pi_{11}$



DIAGRAMAS DE NUMEROZINHOS



A GENTE REPRESENTA
O PONTO $(3, 2, 5)$
DESENHANDO UM 5
CENTRADO NO
PONTO $(3, 2)$ DE $\mathbb{R}^2$.

PLANOS

EXEMPLOS:

$$\pi_{11} = [Z = X + 1] = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x + 1\}$$

$$z = F_{11}(x, y) = x + 1$$

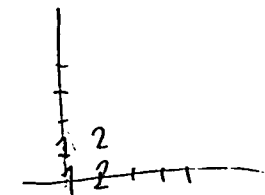
$$F_{11}(0, 1) = 1 \quad F_{11}(1, 1) = 2$$

$$F_{11}(0, 0) = 1 \quad F_{11}(1, 0) = 2$$

ALGUNS PONTOS DE π_{11} :

$$(0, 1, 1), (1, 1, 2),$$

$$(0, 0, 1), (1, 0, 2)$$



EXERCÍCIO:

FAÇA OS DIAGRAMAS
DE NUMEROZINHOS DOS
PLANOS ADIAXO.

DESENHE NUMEROZINHOS
NOS PONTOS COM
 x_i DE $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.

- a) $z = F_1(x, y) = x$
- b) $z = F_2(x, y) = x + 2$
- c) $z = F_3(x, y) = 3$
- d) $z = F_4(x, y) = 3 + 2y$
- e) $z = F_5(x, y) = x + y$

b)

1	3	4	5	6
2	3	4	5	6
3	3	4	5	6
4	3	4	5	6
5	3	4	5	6

EXERCÍCIO MAIS
DIFÍCIL: OBS, ESSE
É UM PRIMEIRO EXEMPLO
DE FIGURA FEITA DE
VÁRIAS POLÍGONOS, COMO
AS FIGURAS DO SEMESTRE
PASSADO QUE EU MOSTREI
PARA VOCÊS...

LEMBRE QUE:
 $\min(2, 3) = 2$
 $\min(2, 10) = 2$
 $\min(15, 10) = 10$
 $\min(15, -20) = -20$

DIGAMOS QUE
 $F_6(x, y) = \min(x, 2)$.

- a) DESENHE A SUPERFÍCIE
 $z = F_6(x, y)$.
- b) VEJA SE VOCÊ CONSEGUE
VISUALIZAR ELA - E
DESCREVA A SUA
SUPERFÍCIE POR
MÍNICA PARA SEUS
COLEGAS E VEJA SE
ELES CHEGAM NA
MESMA FIGURA 3D
QUE VOCÊ.

20/01/2022

Início: 17:10

Hoje: mais coisas
sobre diagramas
de numerinhos!
Cortes em superfícies! Acessem o PDF!

No final da
aula passada eu
pedi pra vocês
desenharem o
diagrama de
numerinhos
de uma certa
superfície...
E ele deu isso
aqui:

$$z = F(x, y) = \min(x, y)$$

Essa superfície
em forma
de dois pedaços
de planos, ambos
infinitos...

1º Exercício:

$$F(x, y) = a + bx + cy$$

$$G(x, y) = 20 + 42x + 99y$$

Calcule:

- $G(x+1, y) - G(x, y)$
- $G(x, y+1) - G(x, y)$
- $F(x+1, y) - F(x, y)$
- $F(x, y+1) - F(x, y)$

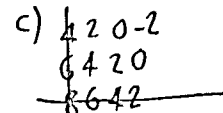
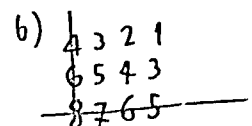
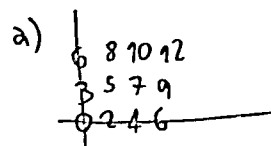
- $F(0, 0)$
- $G(0, 0)$

2º Exercício:

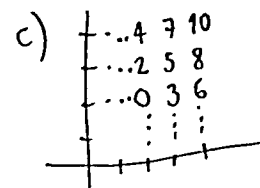
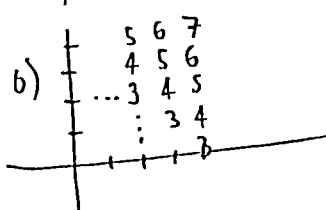
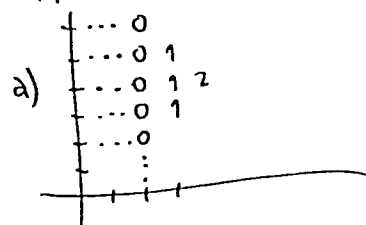
Use o que você
aprendeu no
exercício 1
pra encontrar
as equações
dos planos
abaixo. Obs:
por enquanto
nós vamos sempre
considerar que
a "equação do
plano" é esta
aqui,

$$z = F(x, y) = a + bx + cy$$

E nós vamos falar
em "a do plano",
"b do plano",
e "c do plano".

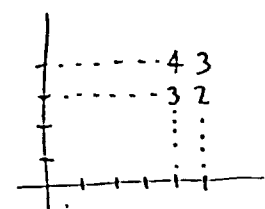


3º Fazer a mesma
coisa com os
diagramas
de numerinhos
abaixo. Eles
não têm um
numerinho
no ponto $(x, y) = (0, 0)$,
então vocês vão
ter que descobrir
o $F(0, 0)$ de cada
um deles imaginando
como o plano se
prolonga.



4º Eu distiquei
pra vocês
umas folhas
com 6 cópias
do mesmo
diagrama de
numerinhos...
A página 3
da VSB do
semestre
passado.

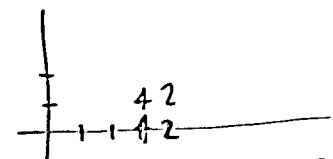
a) Esses diagramas
contêm esses
4 numerinhos
copiados aqui:



Descubra a
equação do
plano que
contém esses
quatro numerinhos.

b) Marque na sua
folha todos os
numerinhos que
estão no mesmo
plano que esses 4.

6º Os diagramas
da folha também
contêm esses
quatro numerinhos
daqui,
que estão num
outro plano:



Descubra a equação
desse plano.

c) Marque na sua
folha todos os
numerinhos que
estão nesse plano.

d) De uma olhada
no gabarito da P1
do semestre passado -
tem link pra ela
na página 2 do
PDF de hoje.
Ele mostra como
um certo diagrama
de numerinhos
"é" uma superfície
com 6 faces.
Descubra como fazer
algo parecido com
o diagrama de
numerinhos de hoje -
descubra qual é a
superfície com 5 faces
que ele representa.

pra casa:

Acessem a VSB
do semestre
passado - tem
link pra ela
na página 2
do PDF de hoje -
e entendam os
itens a, b, c, e
da questão 1
dela. Obs:
o item d da
questão 1
menciona
vetor gradi-
ente, que
é algo que
a gente vai
ver nas
próximas
aulas.

z =

z =

C3 4/OUT/2022
 AVA DE REPOSIÇÃO
 INÍCIO: 14:17

$$F(3,4) = 5$$

$$F(x,y) = 4 + 1x + 1y$$

$$F(1,1) = 4 \quad F(2,1) = 3$$

ESQ:
 $F(x,y) = 0 + 0x + 0y$
 DIR:
 $F(x,y) = 1 + 1x + 0y$

0	0	1	2	3
0	0	1	2	3
0	0	1	2	3
0	0	1	2	3
0	0	1	2	3
0	0	1	2	3

$$L = 1 + C$$

$$z = F(x,y) = a + bx + cy$$

$$F(x+1,y) - F(x,y) = ?$$

$$(a + b(x+1) + cy) - (a + bx + cy) =$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 0-2+6-8 \\ 1-1-3-5 \\ 6+2-0-2 \\ 9-7-5-3-1 \end{array} \Rightarrow F(x,y) = 1 + 2x + 3y$$

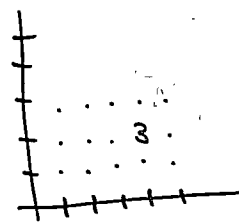
$$7 = 9 + 1$$

$$F(x,y+1) - F(x,y) = C$$

$$F(0,0) = 0$$

$$F(3,1) = ?$$

$$F(3,0) = 1 \quad F(4,0) = 0$$



C3 5/OUT/2022

INICIO: 14:12

HOJE: PLANOS TANGENTES

E RETAS NORMAIS

UM MONTE DE COISAS

RELACIONADAS COM ISSO!

ACESSAM O PDF DE HOJE

NA PÁGINA DO CURSO.

OBS: PRATICAMENTE
TODOS OS EXERCÍCIOS
DE HOJE VÃO USAR
DIAGRAMAS DE
NUMEROZINHOS.

SE ALGUÉM AINDA
NÃO SOUBER DIRETO
TRAZUIR EQUAÇÕES
DE PLANO PRA
DIAGRAMAS DE
NUMEROZINHOS

E VICE-VERSA EU
TROUXE MATERIAL
DAS AULAS PASSADAS.

C3 5/07/2022

INICIO: 14:12

HOJE: PLANOS TANGENTES
E RETAS NORMAIS - E
UM MONTÉ DE COISAS
RELACIONADAS COM ISSO!
ACORDA O PDF DE HOJE
NA PÁGINA DO CURSO

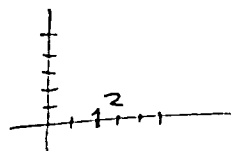
OPS: PRATICAMENTE
TODOS OS EXERCÍCIOS
DE HOJE VÃO USAR
DIAGRAMAS DE
NUMERIZINHOS.

SE ALGUÉM AINDA
NÃO SABER DIRETO
TRABUZA EQUAÇÕES
DE PLANO PRA
DIAGRAMAS DE
NUMERIZINHOS
É VICE-VERSA EU
TENHO MATERIAL
DE ALGUNS PASSOS.

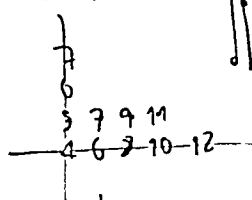
$$r = \{(2, 0, 1) + t(1, 1, 1) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

$$t=0 \Rightarrow (2, 0, 1)$$

$$t=1 \Rightarrow (3, 1, 2)$$



$$Z = 4 + 2x + y$$



$$Z = F(x, y)$$

$$Z_0 = F(x_0, y_0)$$

$$Z = F(x, y) = 3 + 2x + y$$

$$(x_0, y_0) = (2, 0)$$

$$f(\Delta x) = F(x_0 + \Delta x, y_0)$$

$$f(0) = F\left(\frac{x_0 + \Delta x}{2}, \frac{y_0}{0}\right)$$

$$= 3 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 0$$

$$f(\Delta x) = F(x_0 + \Delta x, y_0)$$

$$= 3 + 2\left(\frac{x_0 + \Delta x}{2}\right) + \frac{y_0}{0}$$

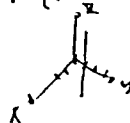
$$= 3 + 2(2 + \Delta x) + 0$$

$$= 7 + 2\Delta x$$

$$r = \{$$

$$\{t^2 \mid t \in \{2, 3, 4\}\} = \{2^2, 3^2, 4^2\}$$

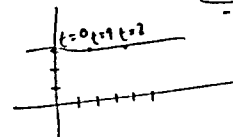
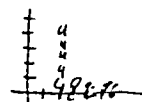
$$= \{(2, 0, 1) + t(1, 1, 1) \mid t \in \mathbb{R}\}$$



$$g(\Delta y) = 7 + \Delta y$$

$$g(\alpha) = 7 + \alpha$$

$$g(x) = 7 + x$$



$$\frac{F(x+1, y)}{-1} - \frac{F(x, y)}{-2} = -1 - (-2) = -1 + 2 = 1$$

$$r = \{(0, 1) + t(2, 0) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

$$F(0, 0) = 2$$

$$\frac{F(x+1, y)}{a+bx+cy} - \frac{F(x, y)}{a+bx+cy} = \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

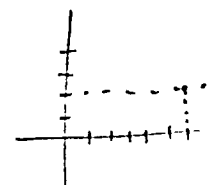
$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

$$= \frac{a+b(x+1)+cy}{a+bx+cy} - \frac{a+bx+cy}{a+bx+cy}$$

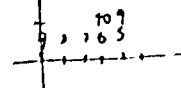
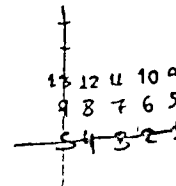
$$F\left(\frac{x}{0}, \frac{y}{0}\right) = 4$$

$$F\left(\frac{x}{0}, \frac{y}{0}\right) = 5$$

$$4 - 5 = -1$$



$$F(x, y) = \frac{2}{3} + \frac{b}{4}x + \frac{c}{4}y$$



C3 7/10/2022

INÍCIO: 14:11

HOJE: DERIVADA DIRECIONAL, MAS VAMOS TER QUE REVER OUTRAS COISAS PRIMEIRO!

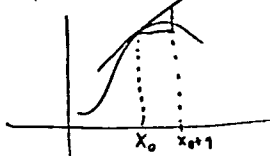
VAMOS USAR O MÊMO PDF DA AULA PASSADA.

SIGAM OS LINKS PROS LIVROS DO BORTOLOSSI E PRO APEX CALCULUS - ELES TÊM

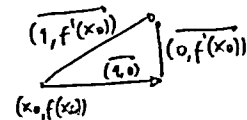
DIAGRAMAS 3D "CONVENCIONAIS" SOBRE MUITAS DAS CONSTRUÇÕES QUE A GENTE VAI VER HOJE, SÓ QUE A GENTE VAI TENTAR FAZER DESENHOS CORRESPONDENTES AQUELE USANDO DIAGRAMAS DE NÚMEROS ZINHOS...

DICA PRO EXERCÍCIO DA PÁGINA "PRIMEIROS PLANOS TANGENTES":

EM $\mathbb{R}^2$ A GENTE PODE PARAMETRIZAR A RETA TANGENTE ASSIM:



ESSE TRIÂNGULO É:



$$r = \{(x_0, f(x_0)) + t(1, f'(x_0)) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

$$\vec{v} = (1, 0, \dots)$$

$$\vec{w} = (0, 1, \dots)$$

a) $(x_0, y_0) = (2, 0)$
 $F(x, y) = 3 + 2x + y$

$$f(\Delta x) = F\left(x_0 + \frac{\Delta x}{2}, \frac{y_0}{2}\right)$$

$$= \frac{3 + 2 \cdot 2 + 0}{2} = \frac{7}{2}$$

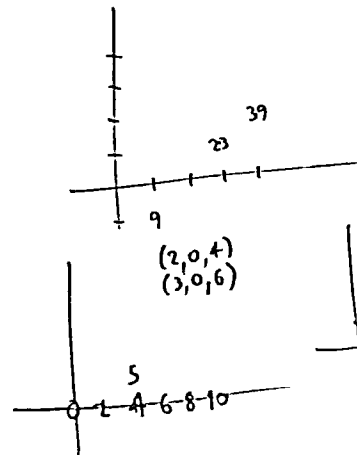
$$F(\Delta x) = F(x_0 + \Delta x, y_0)$$

$$= 3 + 2(x_0 + \Delta x) + y_0$$

$$= 3 + 2 \cdot 2 + 2\Delta x + 0$$

$$= 7 + 2\Delta x$$

$$f'(\Delta x) = 2$$



DICA PRO EXERCÍCIO DE CURVAS DE NÍVEL: COMECEM COM CASOS MAIS FÁCEIS, COMO:

$$F(x, y) = x^2 + y^2 =$$

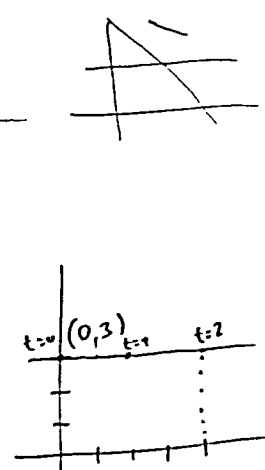
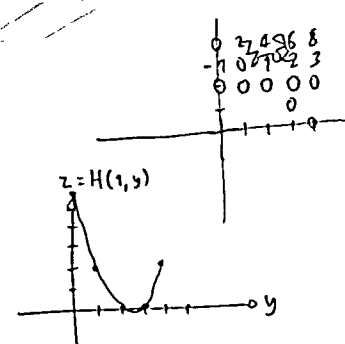
8	5	4	5	8
5	2	1	2	5
4	1	0	1	4
5	2	1	2	5
8	5	4	5	8

$$F(x, y) = xy =$$

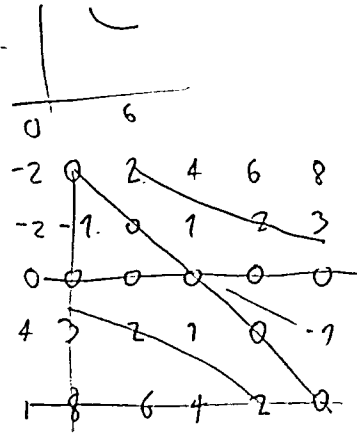
-4	-2	0	2	4
-2	-1	0	1	2
0	0	0	0	0
2	1	0	-1	-2
4	2	0	-2	-4

$z=1$
 $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$
 $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 4\}$
 $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 1\}$

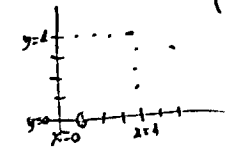
$z=2$



$$r = \{(0, 3) + t(2, 0) \mid t \in \mathbb{R}\}$$



$H(x, y) = 0$
 $H(x, y) = (y-2)(x+y-2)$
 $H(6, 3) =$
 $z = H(x, y)$
 $z = H(1, y)$
 $= (y-2)(1+y-2)$
 $(1, 0, 6)$
 $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x=1, z=H(x, y)\}$



13 14/OUT/2022

INÍCIO: 14:08

HOJE: DERIVADAS
PARCIAIS - O MELHOR,
COMO CALCULAR DERI-
VADAS PARCIAIS EM
"NOTAÇÃO DE LEIBNIZ"
E EM "NOTAÇÃO DE
MATEMÁTICOS", E
COMO TRADUZIR
AS CONTAS DE UM
ESTILO PRO OUTRO...

ACESSEM O PDF!

ESSE É UM ASSUNTO
GIGANTE E ATÉ

AGORA A MAIOR
PARTE DAS PESSOAS
EVITOU (OU EVITAM?)
OS EXERCÍCIOS SOBRE
ISSO...

A GENTE VAI FAZER
UM MONTE DE EXERCÍCIOS
DA PÁGINA DE LINKS
E VOCÊS VÃO FICAR
ENCARREGADOS DE
APRENDER O RESTO NA
SEMANA ACADÊMICA!

DICA: ASSISTAM O
VÍDEO DO MATHOLOGER
SOBRE O "CALCULUS
MADE EASY".

PÁGINA 3 DO MEU PDF:

$$d(x^3 + y^4)^5 = \dots$$

SUGESTÃO:

COMECEM PELOS LINKS
PRO "TRUQUE DAS
VARIÁVEIS NOVAS"-
INCLUINDO O LINK
PRA UM PDF MEU
DO SEMESTRE
PASSADO, QUE
RECOMENDA ALGUNS
EXERCÍCIOS.

$$U = x^3 + y^4$$

$$W = U^5$$

$$dW = d(U^5)$$

$$= 5U^4 dU$$

$$= 5U^4 d(x^3 + y^4)$$

$$= 5U^4 (3x^2 dx + 4y^3 dy)$$

+ W É UMA
VARIÁVEL
DEPENDENTE!

W DEPENDE DE
U, QUE DEPENDE
DE X E Y...

$$y = \frac{a}{\sqrt{a-x^2}}$$

$$y = a \cdot (a-x^2)^{-1/2}$$

$$\frac{dy}{dx} = a \cdot \frac{d}{dx} (a-x^2)^{-1/2}$$

$$= a \left(-\frac{1}{2} (a-x^2)^{-3/2} \cdot \frac{d}{dx} (a-x^2) \right)$$

$$= a \left(-\frac{1}{2} (a-x^2)^{-3/2} \cdot (-2x) \right)$$

$$= a \left((a-x^2)^{-3/2} \cdot x \right)$$

$$= \frac{ax}{\sqrt{a-x^2}^3}$$

$$U = a - x^2$$

$$V = U^{-1/2}$$

$$y = a \cdot V$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dV} \frac{dV}{dx}$$

$$= \frac{dy}{dV} \frac{dV}{dU} \frac{dU}{dx}$$

$$\frac{dy}{dV} = a$$

$$\frac{dV}{dU} = \frac{d}{dU} U^{-1/2} = -\frac{1}{2} U^{-3/2}$$

DICA: NO CAPÍTULO 9
DO THOMPSON ELE FAZ
AS CONTAS ASSIM:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dU} \frac{dU}{dx}$$

E NO CAPÍTULO 16
ELE FAZ ASSIM:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy \dots$$

OU SEJA, NO CAPÍTULO 16
ELE USA DIFERENCIAIS!

AULAS EXTRAS,
DÚVIDAS, HORAS
DE ATENDIMENTO,
ETC: OS HORÁRIOS
POSSÍVEIS PRA MIM
SÃO NAS SEGUNDAS
DAS 14:00 ÀS 17:00
E NAS TERÇAS DAS
14:00 ÀS 18:00 -
É SÓ MARCAR COM
PELO MENOS 24
HORAS DE ANTE-
CEDÊNCIA!

$$y = ax \quad y = aV$$

$$\frac{dy}{dx} = a \quad \frac{dy}{dV} = a$$

$$y' = a \quad y'$$

$$Z = \frac{x^3}{3} - 2x^3y - 2y^2x + \frac{y}{3}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{3x^2}{3} - 6x^2y - 2y^2$$

C3 25/OUT/2022

AVULA DE REPOSIÇÃO

INÍCIO: 14:10

(NINGUÉM VEIO 😞)

C3 25/OUT/2023

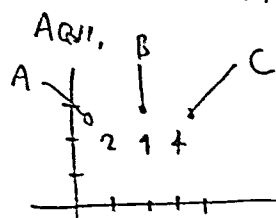
INÍCIO: 12:07

HOJE: DERIVADAS
PARCIAIS (REVISÃO DA
ALUNO PASSADA), VETOR
NORMAL E VETOR
GRADIENTE. ACESSAR
O PDF DE HOJE -
A GENTE VAI FAZER
UM MONTE DE EXER-
CÍCIOS PRA:

- 1) ENTENDER TRECHOS
DO APEX CALCULUS,
- 2) VISUALIZAR OS
VETORES DIRETORES
DE CERTAS RETAS
TANGENTES,
- 3) VISUALIZAR VETORES
NORMAIS,
- 4) VISUALIZAR ALGO
QUE É QUASE O
GRADIENTE...

E SE DER TEMPO A
GENTE VAI FAZER
UMAS QUESTÕES DA
VSB DO SEMESTRE
PASSADO!

PERGUNTA EXTRA:



ISTO É UM TRIÂNGULO
RETÂNGULO?

3a)

$$A = (2, 1, 2)$$

$$f_x = 2$$

$$f_y = 3$$

$$\vec{d}_x = (1, 0, 2)$$

$$\vec{d}_y = (0, 1, 3)$$

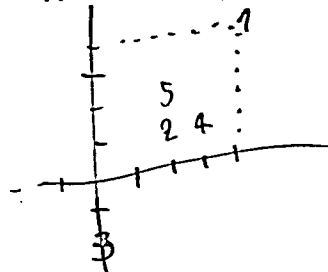
$$B = A + \vec{d}_x = (3, 1, 4)$$

$$C = A + \vec{d}_y = (2, 2, 5)$$

$$\vec{n} = (-2, -3, 1)$$

$$D = (0, -2, 3)$$

$$E = (4, 4, 1)$$



$$\vec{d}_x = \langle 1, 0, f_x(x_0, y_0) \rangle$$

$$= \langle 1, 0, f_x \rangle$$

$$= (1, 0, 2)$$

$$\vec{d}_y = (0, 1, 3)$$

$$\vec{d}_x \times \vec{d}_y = (-2, -3, 1)$$

$$\vec{v} \times \vec{w} =$$

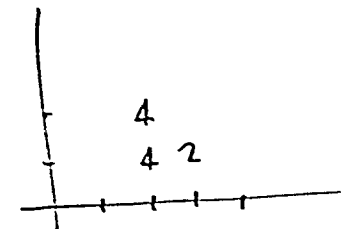
$$B = A + \vec{d}_x$$

$$(2, 1, 2) + (1, 0, 2)$$

$$C = (2, 2, 4)$$

$$A = (2, 1, 2) \quad B = (3, 1, 2)$$

$$\vec{d}_x = (1, 0, -2)$$



C5 2/10/2022

HOJE: 13:01

HOJE: FUNÇÕES HOMOGÊNEAS E DERIVADAS DE ORDEM SUPERIOR! A GENTE VAI USAR O "PDF ANTIGO" - PROCUREM O LINK POR ELE NA PÁGINA DO CURSO E UM MONTE DE COISAS QUE EU VOU PÔR NO QUADRO.

VAMOS DAR PRINCIPALMENTE FUNÇÕES DE $\mathbb{R}^2$ EM $\mathbb{R}$, E VOU FAZER UM MONTE DE FUNÇÕES TEMPORÁRIAS QUE SÓ VÃO VALER PRA AULA DE HOJE, OU PRA PARTES DA AULA DE HOJE.

UMA "RETA QUE PASSA PELA ORIGEM", OU "RPO", É UM CONJUNTO DESTA FORMA AQUI:

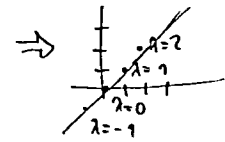
$$\{(a,b) | \lambda \in \mathbb{R}\}$$

A RPO GERADA PELO PONTO (a,b) É $\{(a,b) | \lambda \in \mathbb{R}\}$.

EXERCÍCIO 0:

REPRESENTAR GRAFICAMENTE AS RPOS GERADAS POR ESTES (a,b) 'S, E EM CADA UMA DELAS INDICAR OS PONTOS ASSOCIADOS A $\lambda=1$, $\lambda=2$, $\lambda=0$, $\lambda=-1$.

- a) $(a,b) = (1,1)$
- b) $(a,b) = (2,1)$
- c) $(a,b) = (2,2)$
- d) $(a,b) = (1,2)$
- e) $(a,b) = (0,2)$
- f) $(a,b) = (0,1)$
- g) $(a,b) = (0,0)$



FUNÇÕES HOMOGÊNEAS VÃO SER UMA GENERALIZAÇÃO PRA MAIS DIMENSÕES DE

- 1) FUNÇÕES LINEARES,
- 2) FUNÇÕES QUADRÁTICAS,
- 3) FUNÇÕES CONSTANTES...

EXEMPLOS (DE $\mathbb{R}$ EM $\mathbb{R}$):

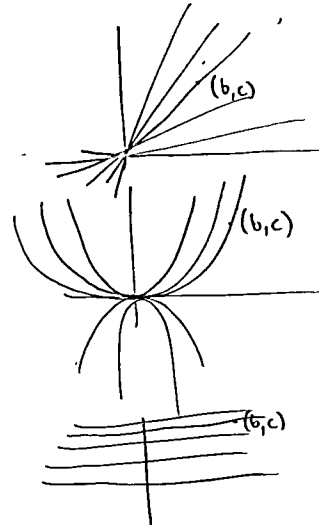
- 1) UMA FUNÇÃO LINEAR É UMA FUNÇÃO DA FORMA $f(x) = ax$,
- 2) UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA É UMA FUNÇÃO DA FORMA $f(x) = ax^2$,
- 3) UMA FUNÇÃO CONSTANTE É UMA FUNÇÃO DA FORMA $f(x) = ax^0$

CONTINUANDO...

1) Se $f(x) = ax$ e $f(b) = c$ ENTÃO $f(b) = ab$, $ab = c$, $a = \frac{c}{b}$, $f(1) = a = \frac{c}{b}$, $f(x) = ax = \frac{c}{b}x$.

2) Se $f(x) = ax^2$ e $f(b) = c$ ENTÃO $f(b) = ab^2$, $ab^2 = c$, $a = \frac{c}{b^2}$, $f(1) = a = \frac{c}{b^2}$, $f(x) = ax^2 = \frac{c}{b^2}x^2$.

3) Se $f(x) = ax^0$ e $f(b) = c$ ENTÃO $f(b) = ab^0$, $ab^0 = c$, $a = \frac{c}{b^0} = c$, $f(1) = a = c$, $f(x) = ax^0 = cx^0$.



AGORA VÊEM UMA OLHADA NO "PDF ANTIGO".

A FIGURA "QUE FALTA" NUNCA - PRA ELE FICAR MAIS FÁCIL DE ENTENDER - É ESSA AQUI.

UMA FUNÇÃO $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ É HOMOGÊNEA DE GRAU k SE ELA OBEDECE ISSO AQUI:

$$[H_k] = (F(\lambda x, \lambda y) = \lambda^k F(x, y)) \dots$$

A PROPRIEDADE $[H_k]$ DIZ QUE SE SABERMOS O VALOR DE $F(x,y)$ EM UM PONTO DE UMA RPO ENTÃO SABERMOS O VALOR DE $F(x,y)$ EM TODOS OS PONTOS DAQUELA RETA... COMO?

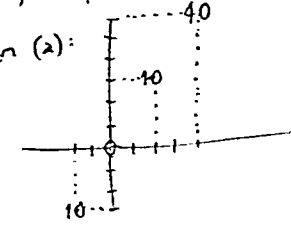
Se $F(a,b) = c$ ENTÃO $F(\lambda a, \lambda b) = \lambda^k F(a,b) = \lambda^k c$

EXERCÍCIO 1:

EM CADA UM DOS ITENS ABAIXO EU VOU DAR O GRUPO k , UM PONTO (a,b) E O VALOR DE $F(a,b)$, E VOU PEDIR PRA VOCÊS REPRESENTAREM O VALOR DE $F(\lambda a, \lambda b)$ PARA $\lambda=1$, $\lambda=2$, $\lambda=0$ E $\lambda=-1$ USANDO NÚMEROS REAIS.

- a) $k=2$, $F(2,3) = \frac{10}{c}$
- b) $k=1$, $F(2,3) = 10$
- c) $k=1$, $F(2,2) = 5$
- d) $k=3$, $F(2,1) = 4$
- e) $k=0$, $F(1,1) = 5$

ITEM (a):



DEPOIS FAÇA O EXERCÍCIO 2 DO PDF ANTIGO. USE O MÉTODO QUE VOCÊ QUISER - ACHO QUE AS DÚVIDAS QUE EU DEI NO PDF ANTIGO SÃO RUINS.

05/11/2022

INÍCIO: 14:01

OS TRUQUES QUE VOCÊ ACABOU DE APRENDER VÃO TE AJUDAR A DESENHAR - COM NÚMEROSINHOS - E VISUALIZAR FUNÇÕES HOMOGÊNEAS DE GRAU 2 DE $\mathbb{R}^2$ EM $\mathbb{R}$ BEM RÁPIDO, E AÍ VOCÊ VAI CONSEGUIR ENTENDER INTUITIVAMENTE ALGUMAS PROPRIEDADES DELAS...

NA "INTRODUÇÃO" DO PDF ANTIGO EU DISSE QUE UM POLINÔMIO DE GRAU 2 EM DUAS VARIÁVEIS PODE SER ESCRITO ASSIM:

$$F(x,y) = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2$$

LEMBRE QUE O GRAU DE UM MONÔMIO $a x^p y^q$ É $p+q$, E O GRAU DE UM POLINÔMIO É O MÁXIMO DOS GRAUS DOS SEUS MONÔMIOS...

UM POLINÔMIO HOMOGÊNEO DE GRAU k É UMA FUNÇÃO HOMOGÊNEA DE GRAU k .
(DEMONSTRAÇÃO: DEPOIS!)

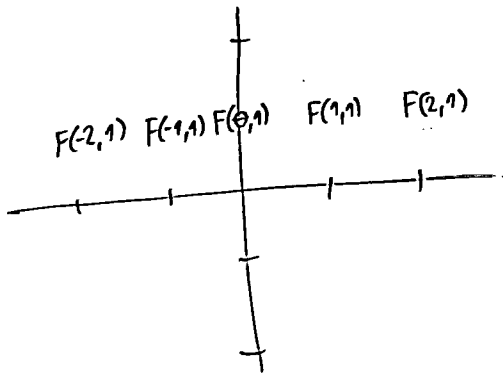
- ← PARTE HOMOGÊNEA DE GRAU 0
- ← PARTE HOMOGÊNEA DE GRAU 1
- ← PARTE HOMOGÊNEA DE GRAU 2

UM TRUQUE PARA VISUALIZAR POLINÔMIOS HOMOGÊNEOS DE GRAU 2 EM x E y - OU SEJA, POLINÔMIOS DA FORMA:

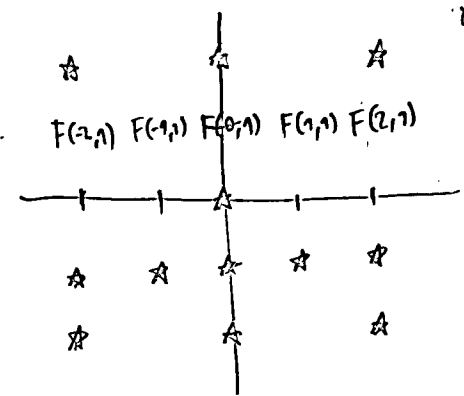
$$F(x,y) = dx^2 + exy + fy^2$$

O TRUQUE É QUE PARA FAZER O DIAGRAMA DE NÚMEROSINHOS DESSA F NOS PONTOS COM $x,y \in \{-2,-1,0,1,2\}$

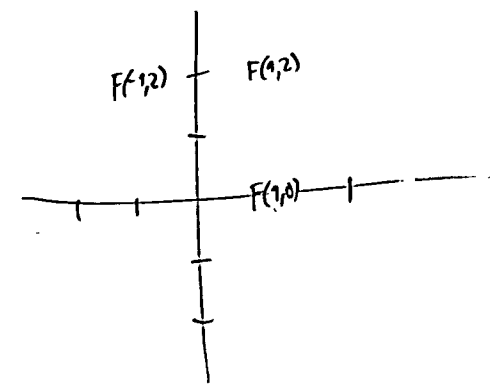
NÓS PODEMOS COMEÇAR CALCULANDO OS NÚMEROSINHOS COM $y=1$ - ESTES AQUI:



E A PARTIR DELES A GENTE VAI CONSEGUIR CALCULAR TODOS OS NÚMEROSINHOS DOS PONTOS COM "1"s:



E SE A GENTE CALCULAR ESSES OUTROS TRÊS NÚMEROSINHOS AQUI A GENTE CONSEGUE COMPLETAR O DIAGRAMA:



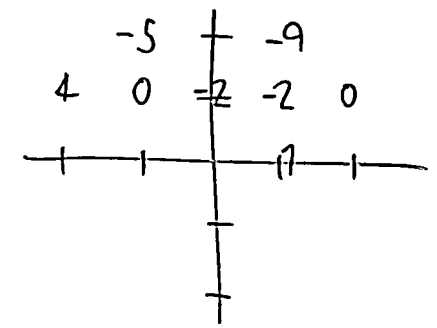
EXERCÍCIO 3

(OBS: VOU CHAMAR DE "EXERCÍCIO 2" O EXERCÍCIO 2 DO PDF ANTIGO)

a) DIGAMOS QUE O DIAGRAMA DE NÚMEROSINHOS DE UMA CERTA

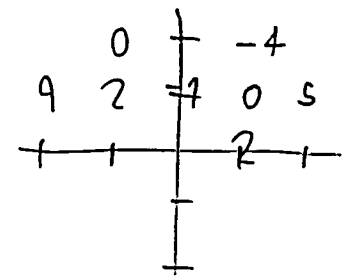
$$F(x,y) = dx^2 + exy + fy^2 -$$

OBS: NÃO VOU DIZER QUEM SÃO d, e, f POR ENQUANTO - TEM ESTES NÚMEROSINHOS AQUI:



COMPLETE O DIAGRAMA DE NÚMEROSINHOS DESSA (PARA $x,y \in \{-2,-1,0,1,2\}$).

b) FAÇA O MESMO PARA ESTE DIAGRAMA DE NÚMEROSINHOS INCOMPLETO DAQUI:



C3 9/05/2022

início:
14:05

HOJE: REGRA DA
CADEIA PARA FUNÇÕES
DE $\mathbb{R}^n$ EM $\mathbb{R}^m$. OI:
MATRIZ JACOBIANA!
ACCESSE O PDF DA
HOJE E SEM UM
OLHADA NA SEÇÃO
DO PORTOLOSSE SOBRE
REGRA DA CADEIA
EM $\mathbb{R}^n$.

BORTOLOSSI, p. 266:

$$D(h(p)) = D(g \circ f)(p) = Dg(f(p)) \cdot Df(p)$$

Em NOTACÃO DE FÍSICOS,

$$\text{Se } y = y(x) = f(x)$$

$$\text{e } z = z(y) = g(y)$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = \underbrace{z_y}_{\text{MATRIZ! TAMBÉM!}} \underbrace{y_x}$$

$$z_y = z_y(y)$$

$$= z(y(x))$$

$$y_x = y_x(x)$$

OBS: COMPARE COM:

$$z = z(y)$$

$$= z(y(x))$$

$$y = y(x)$$

O BORTOLOSSI TAMBÉM FAZ:

$$X = (x_1, \dots, x_n), \quad Y = (y_1, \dots, y_m)$$

E ELE USA DOLDFACE PARA ESSES
PONTOS $X \in \mathbb{R}^n$ E $Y \in \mathbb{R}^m$.

ACCESSE UM PDF ANTIGO MEU
SOBRE MATRIZ JACOBIANA.
VAMOS FAZER O SEGUINTE:
 $z = x + iy$ $w = a + ib$
 $z = (x, y)$ $w = (a, b)$

AGORA DEIXA EU
TENTAR ADAPTAR
ESSE "COMPARE COM"
PM FÓRMULA DO
BORTOLOSSI...

$$\underbrace{\frac{dz}{dx}}_{\frac{dz}{dx}} = \underbrace{D(g \circ f)(p)}_X = \underbrace{Dg(f(p))}_{g'(y)} \cdot \underbrace{Df(p)}_{f'(x)}$$

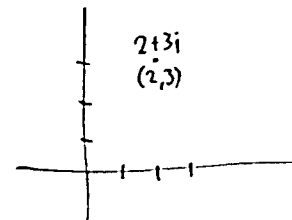
$$(2+3i)(4+5i) = ?$$

$$i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} (2+3i)(4+5i) &= 2 \cdot (4+5i) + 3i(4+5i) \\ &= 8 + 10i + 12i + 15i^2 \\ &= 8 + 22i + 15i^2 \\ &= 8 + 22i + 15 \cdot (-1) \\ &= 8 + 22i - 15 \\ &= (8-15) + 22i \\ &= -7 + 22i \end{aligned}$$

COMO REPRESENTAR
NÚMEROS COMPLEXOS

em $\mathbb{R}^2$: "VIVA" $(2, 3)$



EXERCÍCIO 0

$$(2+3i)^2 = ?$$

$$(a+bi)^2 = ?$$

EXERCÍCIO 1

FAZAM O EXERCÍCIO 1
DO PDF SOBRE
MATRIZ JACOBIANA.

DICA: COMECE
ORGANIZANDO OS
SEUS RESULTADOS
DESSE JEITO AQUI:

$$\begin{array}{ccc} (2+3i)^2 & (1+2i)^2 & (2+2i)^2 \\ = & = & = \\ (0+1i)^2 & (1+1i)^2 & (2+1i)^2 \\ = & = & = 3+4i \\ (0+0i)^2 & (1+0i)^2 & (2+0i)^2 \\ = 0+0i & = 1 & = 4 \end{array}$$

DEPOIS TENTAR ENTENDER AS
CONTAS DA PÁGINA 3 DO PDF
SOBRE A MATRIZ JACOBIANA
USANDO A NOTACÃO DE FÍSICOS.

LEMBRA QUE EM NOTACÃO
DE FÍSICOS NOS PODEMOS
FAZER $w = u(z) = z^2$,
E EM NOTACÃO DE MATEMÁTICOS
NÃO PODEMOS FAZER ISSO DE
JEITO NENHUM... EM NOTACÃO
DE MATEMÁTICOS O CONJUNTO
DOS NOMES DE VARIÁVEIS
TEM QUE SER DISJUNTO DO
CONJUNTO DOS NOMES DE
FUNÇÕES...
... E AÍ DESCUBRA QUEM SÃO
AS FUNÇÕES $a(x, y)$ E $b(x, y)$.

C3 16/NOV/2022

INICIO: 14:08

HOJE NÓS VAMOS
INVERTER A ORDEM
QUE EU PROGRAMEI
PROS ASSUNTOS DO
CURSO. NÓS VAMOS
TRABALHAR O PDF
DAS AULAS 25 E 26 -
ABERTOS E FECHADOS
EM $\mathbb{R}^2$ - ANTES DO
PDF SOBRE FUNÇÕES
DIFERENCIÁVEIS.

LEMBRE QUE EM $\mathbb{R}$

$[2,3]$ É UM INTERVALO
FECHADO E UM
CONJUNTO
FECHADO,

$(3,4)$ É UM INTERVALO
ABERTO E UM
CONJUNTO
ABERTO,

$[2,4)$ NÃO É NEM
ABERTO NEM
FECHADO, E
É ABERTO E
FECHADO.

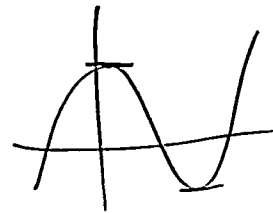
$\mathbb{R}$

INTRODUÇÃO

O DOUTOR
EXPLICA BEM
PORQUE É QUE
ISSO AQUI

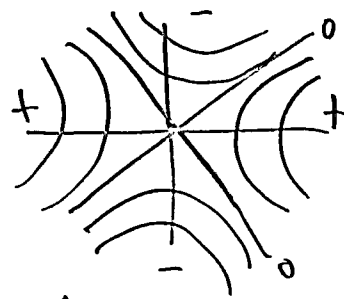
É IMPORTANTE...
UM DOS MOTIVOS
VAI SER PRA GENTE
APRENDER A
MAXIMIZAR E
MINIMIZAR
FUNÇÕES DE
 $\mathbb{R}^2$ EM $\mathbb{R}$...

EM CÁLCULO 1
A GENTE
ENCONTRA
MÁXIMOS E
MÍNIMOS
RESOLVENDO $f'(x) = 0$
E OLHANDO PRA
 $f''(x)$...



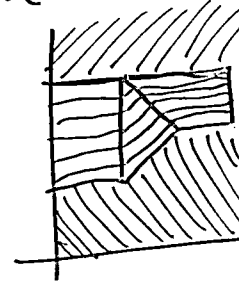
EM CÁLCULO 3
A GENTE VAI
FAZER ALGO
PARECIDO...

NA PROVA:

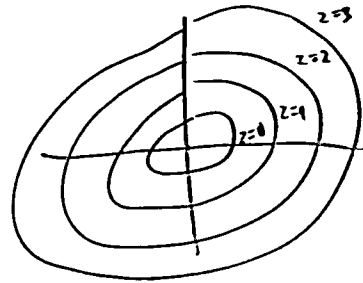


QUESTÃO 2

QUESTÃO 1.



$z=6$
 $z=5$
 $z=4$
 $z=3$
 $z=2$
 $z=1$
 $z=0$

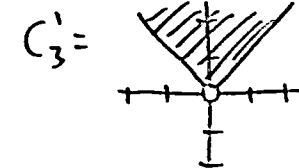


VAMOS COMEÇAR
FAZENDO OS EXERCÍCIOS
DA PÁGINA 4 DO
PDF DE HOJE.

DEIXA EU COMPLETAR
O ENUNCIADO DELE:

- REPRESENTE GRAFICAMENTE OS CONJUNTOS C_1 ATÉ C_6 ,
- ENCONTRE REPRESENTAÇÕES EM NOTAÇÃO DE CONJUNTOS PRAOS CONJUNTOS C_7 ATÉ C_9
- USE O JOGO DO LINK "COMO DEBUGAR REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS" DA PÁGINA DE LINKS DO PDF DE HOJE.

$$C_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid d((x,y), (1,2)) \leq 1\}$$



$(1,5) \in C_3$
 $(1,5) \in C_3?$



C3 16/NOV/2022

INICIO: 14:08

HOJE NÓS VAMOS
INVERTER A ORDEM
QUE EU PROGRAMEI
PROS ASSUNTOS DO
CURSO. NÓS VAMOS
TRABALHAR O PDF
DAS AULAS 25 E 26 -
ABERTOS E FECHADOS
EM $\mathbb{R}^2$ - ANTES DO
PDF SOBRE FUNÇÕES
DIFERENCIÁVEIS.

Lembre que em $\mathbb{R}$

$[2,3]$ É UM INTERVALO
FECHADO E UM
CONJUNTO
FECHADO,

$(3,4)$ É UM INTERVALO
ABERTO E UM
CONJUNTO
ABERTO,

$[2,4)$ NÃO É NEM
ABERTO NEM
FECHADO, E
É ABERTO E
FECHADO.

$\mathbb{R}$

INTRODUÇÃO

O DOUTOR LUIZ
EXPLICA BEM
PORQUE É QUE

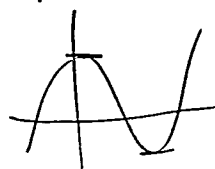
ISSO AQUI

É IMPORTANTE...

UM DOS MOTIVOS
VAI SER POR QUE
APRENDE A
MAXIMIZAR E
MINIMIZAR
FUNÇÕES DE
 $\mathbb{R}^2$ EM $\mathbb{R}$...

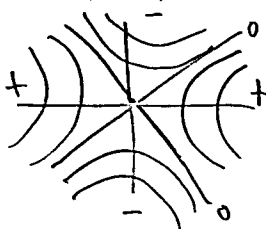
EM CÁLCULO 1

A GENTE
ENCONTRA
MÁXIMOS E
MÍNIMOS
RESOLVENDO $f'(x)=0$
E OLHANDO PRA
 $f''(x)$...



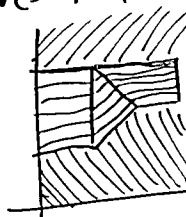
EM CÁLCULO 3
A GENTE VAI
FAZER MUITO
PARECIDO...

NA PROVA:

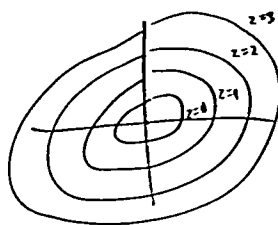


QUESTÃO 2

QUESTÃO 1.



$z=6$
 $z=5$
 $z=4$
 $z=3$
 $z=2$
 $z=1$
 $z=0$



VAMOS COMEÇAR
FAZENDO OS EXERCÍCIOS
DA PÁGINA 4 DO
PDF DE HOJE.

DEIXA EU COMPLETAR
O ENUNCIADO DELE.

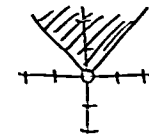
REPRESENTE GRÁFICA-
MENTE OS CONJUNTOS
 C_1 ATÉ C_6 ,

ENCONTRE REPRESENTA-
ÇÕES EM NOTAÇÃO
DE CONJUNTOS
PROS CONJUNTOS
 C_7 ATÉ C_9

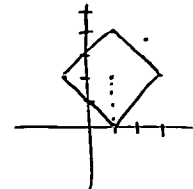
USE O JOGO DO
LWIK "COMO
DEBUTAR REPRE-
SENTAÇÕES GRÁFICAS"
NA PÁGINA DO
LINK DO PDF
DE HOJE.

$$C_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid d((x,y), (1,2)) \leq 2\}$$

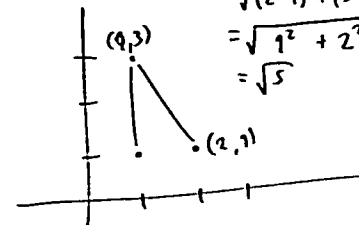
$$C_3' =$$



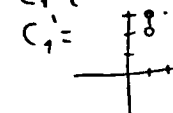
$(1,5) \in C_3'$
 $(1,5) \in C_3?$



$$\sqrt{(2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

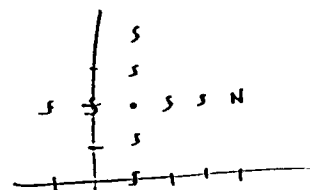
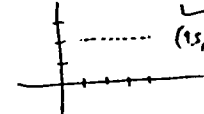


$$C_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2 < y \leq 3\}$$



$(2,3) \in C_1?$ não
 $(2,3) \in C_1?$ sim

$$C_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \underbrace{2 < y \leq 3}_F \text{ e } \underbrace{1 \leq x < 4}_V\}$$



for $y \in \mathbb{R}$
for $x \in \mathbb{R}$
if $2 < y \leq 3$ print (x,y) ;
end
end

C3 14/03/2022

INÍCIO: 14:11

DÊ UM OLHADA NA PÁGINA DO CURSO... EU PU, UM PDF NOVULA, CHAMADO DICAS PRA P2!

HOJE A GENTE VAI CONTINUAR OS EXERCÍCIOS DA AULA PASSADA, DE DESENHAR REGIÕES E ENTENDER O QUE SÃO CONJUNTOS ABERTOS, FECHADOS, LIMITADOS E COMPACTOS... ESSES EXERCÍCIOS ESTÃO NO PDF SOBRE ABERTOS E FECHADOS EM $\mathbb{R}^2$.

AVISO: NA 2ª EU VOU DAR UMA AULA DE REFORÇO DE C2... VOCÊS PODER APARECER, E AÍ ELA VIRA UMA AULA DE REFORÇO DE C2 E C3!

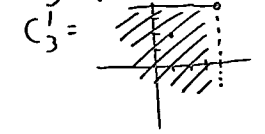
$B_2(p)$ É A BOLA ABERTA DE RAIO 2 CENTRADA EM P

$$B_2((1,2)) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid d((x,y), (1,2)) < 2\}$$

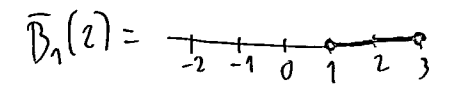
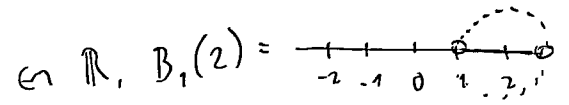
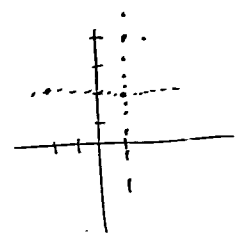
$\bar{B}_2(p)$ É A BOLA FECHADA DE RAIO 2 CENTRADA EM P

$$\bar{B}_2((1,2)) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid d((x,y), (1,2)) \leq 2\}$$

$$C_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid d((x,y), (1,2)) \leq 2\}$$



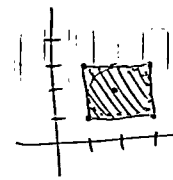
$(1,-1) \in C_3$? SIM
 $(1,-1) \in C_3$? NÃO

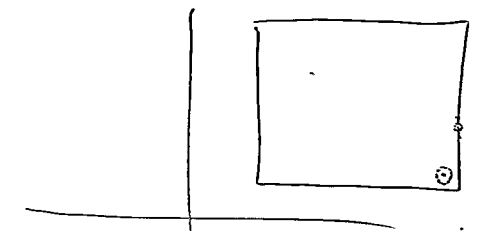


INTERIOR

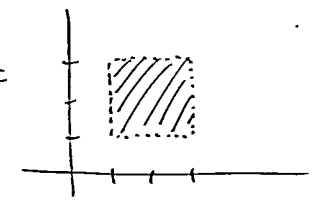
Se $A \subset \mathbb{R}^2$,

$$\text{Int}(A) = \{p \in A \mid \exists \epsilon > 0. B_\epsilon(p) \subset A\}$$

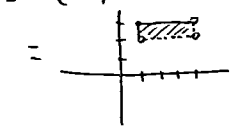
Se $A =$  ENTÃO $B_1((2,2)) \subset A$



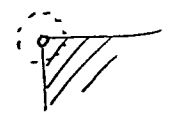
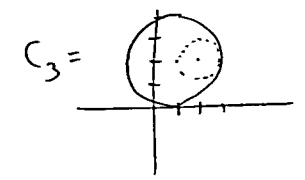
... ENTÃO $\text{Int}(A) =$



$$C_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2 \leq y \leq 3 \text{ e } 1 \leq x \leq 4\}$$



$B_{0.1}((1,3)) \subset C_2$ NÃO
 $B_{0.1}((2.5, 2.5)) \subset C_2$ SIM



C2/C3:

AULA DE REFORÇO
21/NOV/2022

VE

$$1_f) Q(t) = (0,4) + t \overrightarrow{(1,1)}$$

$$(x(t), y(t)) = Q(t)$$

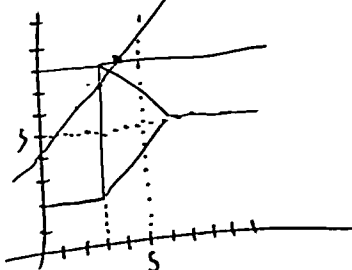
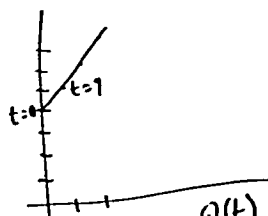
$$h(t) = F(x(t), y(t))$$

$$Q(0) = (0,4)$$

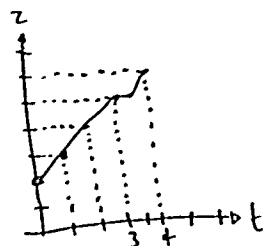
$$Q(1) = (1,5)$$

$$Q(2) = (2,6)$$

$$Q(3) =$$



$$\left(\frac{x(0)}{0}, \frac{y(0)}{4} \right) = Q(0) = (0,4)$$



$$t = 3,5$$

$$Q(3,5) = (3,5, 7,5)$$

$$(x(3,5), y(3,5)) = (3,5, 7,5)$$

perceber
as regiões
 $C \in E$

$$F_C(x,y) = 1 - x + y$$

$$F_E(x,y) = -10 + 2y$$

$$F_C(3,5, 7,5) = \frac{1 - 3,5 + 7,5}{-2,5} = 5$$

$$F_E(3,5, 7,5) = -10 + 2 \cdot 7,5 = 5$$

$$F(x,y)$$

$$\frac{d}{dt} F(x(t), y(t)) = F_x x_t + F_y y_t$$

$$x_t \frac{\partial F}{\partial x}(x(t), y(t)) \frac{dx}{dt}(t) + y_t \frac{\partial F}{\partial y}(x(t), y(t)) \frac{dy}{dt}(t)$$

$$(x-a)(x-b) = 0$$

$$x^2 - (a+b)x + ab$$

$$x^2 + 13x + 28 = 0$$

$$(x-a)(x-b)$$

$$D(\lambda x \cdot e^{ax}) = (\lambda x \cdot a e^{ax})$$

$$D(e^{ax}) = a e^{ax}$$

$$(D-a)(e^{ax}) = D(e^{ax}) - a e^{ax}$$

$$0$$

$$(D-10) \underline{f}$$

$$\frac{(D+2)(D-10) \cdot e^{10x}}{0}$$

$$f_1 = 2+x \quad Df_1 = 1$$

$$f_2 = 3+x \quad Df_2 = 1$$

$$f_1(x)$$

$$f(1)$$

$$(D-10)(2+x) =$$

$$D(2+x) - 10(2+x) =$$

$$1 - 20 - 10x = -10x - 19$$

$$(D+2)(f) = Df + 2 = f' + 2$$

$$= f'(x) + 2$$

$$(D+2)(-10x-19) = D(-10x-19)$$

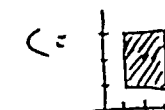
$$+ 2(-10x-19)$$

$$= -10$$

$$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 3\}$$

$$+ -20x - 38$$

$$= -20x - 48$$



$$\ln(C) = C?$$

$$p = (2,1)$$

$$B_1((2,2)) \subset C? \text{ sim}$$

$$B_2((2,2)) \subset C? \text{ não}$$

$$B_3((1,1)) \subset C? \text{ não}$$

$$B_{0,1}((1,1)) \subset C? \text{ não}$$

$$B_{\infty,1}((1,1)) \subset C? \text{ não}$$

$$(\exists \epsilon > 0. B_\epsilon((1,1)) \subset C)? \text{ não}$$

$$(\exists \epsilon > 0. B_\epsilon((2,2)) \subset C)? \text{ sim}$$

C3 23/Nov/2022

Início: 14:08

HOJE A GENTE VAI
TERMINAR DE VER

ABERTOS, FECHADOS,
LIMITADOS E
COMPACTOS, E AÍ

A GENTE VAI PULAR
UM PEDACÃO DO

PDF E A GENTE

VAI PRA PÁGINA

18 DELE, PRA VER

UM TRUQUE QUE

VAI NOS PERMITIR

ENTENDER VÁRIAS

IDÉIAS QUE O

BORTOLOSSI APRE-

SENTA EM 3D

USANDO SÓ CURVAS

DE NÍVEL.

ABERTOS: P. 9

FECHADOS: P. 13

DEPOIS QUE VOCÊ

ENTENDER ABERTOS

E FECHADOS PODE

DIRETO PRA

PÁGINA 18.

C3 23/NOV/2022

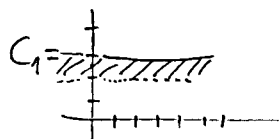
INÍCIO: 17:00

HOJE A GENTE VAI
TERMINAR DE VER
ABERTOS, FECHADOS,
LIMITADOS E
COMPACTOS, E AÍ
A GENTE VAI PULAR
UM PEDACINHO DO
PDF E A GENTE
VAI PRA PÁGINA
18 DELE, TRÁ VER
UM TRUQUE QUE
VAI NOS PERMITIR
ENTENDER VÁRIAS
IDEIAS QUE O
BORTOLOSSI APRE-
SENTA EM 3D
USANDO SÓ CURVAS
DE NÍVEL.

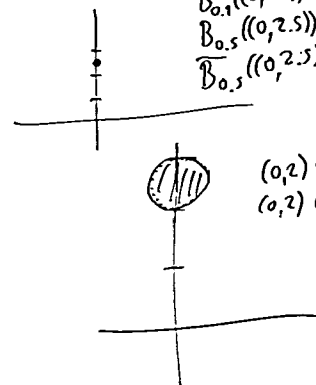
ABERTOS: p.9

FECHADOS: p.13

DEPOIS QUE VOCE
ENTENDER ABERTOS
E FECHADOS PUE
DIRETO PRA
PÁGINA 18.



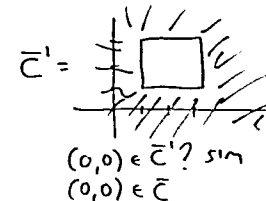
$B_{0.1}((0,2.5)) \subset C_1$? sim
 $B_{0.5}((0,2.5)) \subset C_1$? sim
 $\overline{B_{0.5}}((0,2.5)) \subset C_1$?



$(0,2) \in \overline{B_{0.5}}((0,2.5))$? sim
 $(0,2) \in C_1$? não

$(1,1) \in \text{Int}(C)$?
 $\exists \epsilon > 0. B_\epsilon((1,1)) \subset C$? não
 $B_1((1,1)) \subset C$? não
 $B_{0.5}((1,1)) \subset C$? não
 $B_{0.1}((1,1)) \subset C$? não

$B_{1000000}((1,1)) \subset C$? não
 $B_{1000000}((1,1)) \supset C$? sim
 $B_{0.0000001}((1,1)) \subset C$? não



$(0,0) \in \overline{C'}$? sim
 $(0,0) \in \overline{C}$

$\overline{C} = \{p \in \mathbb{R}^2 \mid \forall \epsilon > 0. B_\epsilon(p) \cap C \neq \emptyset\}$
 $(0,0) \in \overline{C}$? $\forall \epsilon > 0. B_\epsilon((0,0)) \cap C \neq \emptyset$

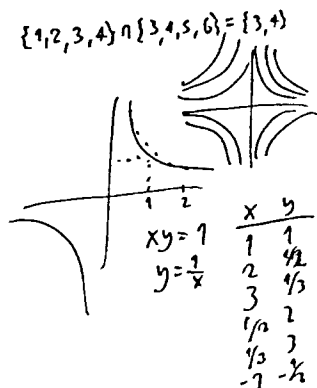
$\exists x \in \{1,2,3,4\}. x^2 > 10$? sim
 $\exists x \in \mathbb{R}. x^2 > 10$?
 $\exists x > 0. x^2 > 10$? sim
 $\exists \epsilon > 0. \epsilon^2 > 10$? sim

$\exists \epsilon > 0. B_\epsilon((2,2)) \subset C$? sim

$C \subseteq$



$H^{-1}(0)$
 $H^{-1}(1)$
 $H^{-1}(2)$
 $H^{-1}(\frac{1}{n})$



x	y
1	1
2	1/2
3	1/3
1/n	1/n
1/3	3
-1	-1

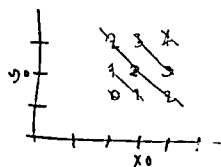
C3 1NOV2022

INÍCIO: 14:08

PF AVOR ACESEM
O PDF DE HOJE,
SOBRE MÁXIMOS E
MÍNIMOS EM $\mathbb{R}^2$,
OU: "EXTREMOS
RELATIVOS"...
A GENTE VAI
VER PRINCIPAL-
MENTE HOJE
UM MÉTODO
MEGA-RÁPIDO
DE ENTENDER
30 PÁGINAS
DO DORTOLDOSSI.

EXERCÍCIO:

SIGAM O ÚLTIMO
LINK DA PÁGINA 3
DO PDF DE HOJE -
O QUE DIZ
"FAÇA OS EXERCÍCIOS
DAI PÁGINAS 8 ATÉ 13
DAQUI", E FAÇA O
EXERCÍCIO DA
PÁGINA 11 DO PDF
PRO QUAL ELE APONTA.



$$z = z(x, y)$$

$$(x_0, y_0) = (3, 2)$$

$$x = x_0 + \Delta x$$

$$y = y_0 + \Delta y$$

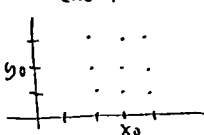
$$\Delta x = x - x_0$$

$$\Delta y = y - y_0$$

1º exemplo:
 $z = 2 + \Delta x + \Delta y$

$$z(x, y) = 2 + (x - x_0) + (y - y_0)$$

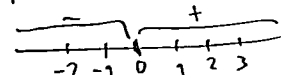
2º exemplo:



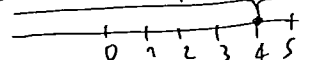
$$z = 2 + \Delta x^2 + \Delta y^2$$

"ESTUDO DE SINAL"

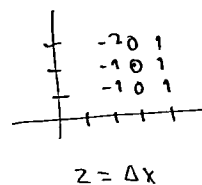
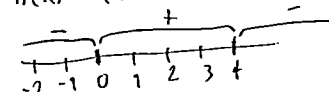
$$f(x) = x$$



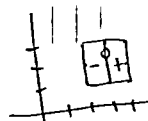
$$g(x) = 4 - x$$



$$h(x) = x(4 - x)$$

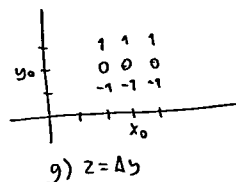
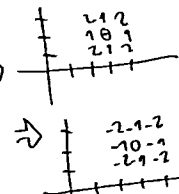


$$z = \Delta x$$

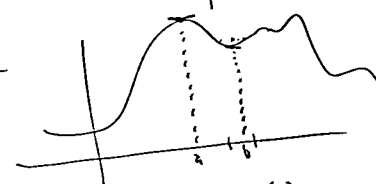


$$z = \Delta x^2 + \Delta y^2 \Rightarrow$$

$$z = -\Delta x^2 - \Delta y^2 \Rightarrow$$



$$g) z = \Delta y$$



$$\forall x \in \mathbb{R}. f(x) \leq a$$

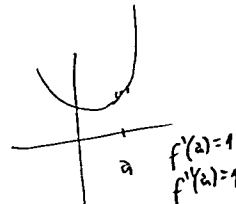
$$\exists \epsilon > 0. \forall x \in [b - \epsilon, b + \epsilon]. f(x) \geq f(b)$$

$$f'(a) = 0$$

$$f''(a) < 0$$

$$f'(b) = 0$$

$$f''(b) > 0$$



$$f'(a) = 1$$

$$f''(a) = 1$$

$$z = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2$$

$$z = x^2 + y^2 \Rightarrow$$

$$z = -x^2 - y^2 \Rightarrow$$

$$z = 4 + x^2 + y^2 \Rightarrow$$

$$z = dx^2 + exy + fy^2$$

$$z = x^2 - y^2$$

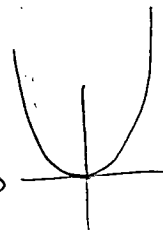
$$g(x) = x^4 \Rightarrow$$

$$g'(0) = 0$$

$$g''(0) = 0$$

$$g'''(0) = 0$$

$$g^{(4)}(0) = 24$$



C3 / NOV 2022

INÍCIO: 14:00
 FAVOR ACESEM
 O PDF DE HOJE,
 SOBRE MÁXIMOS E
 MÍNIMOS EM $\mathbb{R}^2$,
 OS "EXTREMOS
 RELATIVOS"...
 A GENTE VAI
 VER PRINCIPAL-
 MENTE HOJE
 UM MÉTODO
 MEGA-RÁPIDO
 DE ENTENDER
 30 PÁGINAS
 DO DORTOLDS!

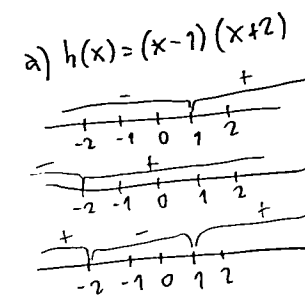
$Z = dx^2 + exy + fy^2$
 ISSO É UMA FUNÇÃO
 HOMOGÊNEA DE GRAU 2!
 PÁGINA 6 DE HOJE,
 EXERCÍCIO 2...

a) $h(x) = (x-1)(x+2) = x^2 + x - 2$
 $z(x,y) = dx^2 + exy + fy^2$
 $h(x) = z(x,1)$
 ONTEM SÃO d, e, f?

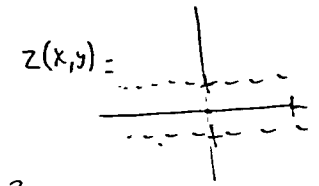
COMECEM RECONSTRUINDO
 AS FUNÇÕES $z(x,y)$
 ASSOCIADAS AOS " $h(x)$ "
 DOS ÍTEMS a, b, c, d, e, f.

$h(x,y) =$
 $h(x) =$

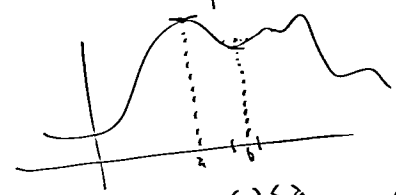
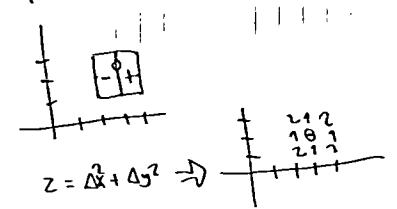
$h(x)$	$z(x,y)$
a) $(x-1)(x+2) = x^2 + x - 2$	$x^2 + xy - 2y^2$
b) $2(x-1)(x+2) = 2x^2 + 2x - 4$	$2x^2 + 2xy - 4y^2$
c) $-3(x-1)(x+2) = -3x^2 - 3x + 6$	$-3x^2 - 3xy + 6y^2$
d) $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$	$x^2 - 2xy + y^2$
e) $2(x-1)^2 = 2x^2 - 4x + 2$	$2x^2 - 4xy + 2y^2$
f) $-3(x-1)^2 = -3x^2 + 6x - 3$	$-3x^2 + 6xy - 3y^2$



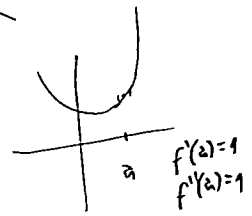
E OS ÍTEMS COM RAÍZES COMPLEXAS?
 g) $h(x) = (x - (2+i))(x - (2-i))$
 $= x^2 - ((2+i) + (2-i))x + (2-i)(2+i)$
 $= x^2 - 4x + 5$
 $z(x,y) = x^2 - 4xy + 5y^2$



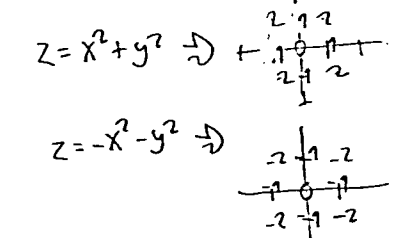
$h(x) = 2x - 4$
 $h'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 4 = 0$
 $\Rightarrow 2x = 4$
 $x = 2$
 $h(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 5$
 $= 4 - 8 + 5$
 $= 1$



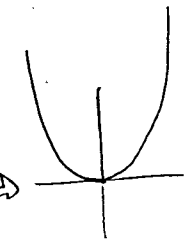
$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq a$
 $\exists \epsilon > 0, \forall x \in [b-\epsilon, b+\epsilon], f(x) \geq f(b)$
 $f'(a) = 0$
 $f''(a) < 0$
 $f'(b) = 0$
 $f''(b) > 0$



$z = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2$



$z = 4 + x^2 + y^2 \Rightarrow$
 $z = dx^2 + exy + fy^2$
 $z = x^2 - y^2$



$g(x) = x^4 \Rightarrow$
 $g'(0) = 0$
 $g''(0) = 0$
 $g'''(0) = 0$
 $g^{(4)}(0) = 24$

CS 2010/2011
 (Lição 10/11)

Na última aula
 Nós vimos como
 entender o
 "comportamento"
 de funções na
 forma

$$Z = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2$$

Em termos de
 máximos e mínimos...
 Por exemplo,

$$Z = x^2 + y^2$$

Tem um mínimo
 local e global
 em (0,0),

$$Z = x^2 - y^2$$

É um ponto de
 sela, e nem o
 ponto (0,0) não
 é nem mínimo
 nem máximo, e em

$$Z = x^2$$

O ponto (0,0) pode
 virar um mínimo

Local se
 nós acrescentarmos
 termos de ordem
 mais alta...

Em

$$Z = x^2 + y^4$$

O ponto (0,0)
 é um mínimo
 local, mas em

$$Z = x^2 - y^4$$

O ponto (0,0)
 não é nem
 máximo nem
 mínimo.

VEJA O PORTAL
 PARA DETALHES.

EXERCÍCIO:
 FAZAM OS DIAGRAMAS
 DE NUMEROLINKS

DE:

$$Z = x^2 + y^4$$

$$Z = x^2 - y^4$$

em $x, y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

ONÇA GENTE VAI FAZER HOJE

Nós vamos estudar
 as ideias da
 aula passada de
 vários jeitos:

- 1) NA AULA
 PASSADA NÓS
 VIMOS QUE
 O "COMPORTA-
 MENTO" DE

$$Z(x, y) = dx^2 + exy + fy^2$$

PODE SER DETERMI-
 NADO A PARTIR DO
 DE

$$h(x) = Z(x, 1)$$

QUAL É A RELAÇÃO
 ENTRE ESSA $h(x)$ E

$$v(y) = Z(1, y)?$$

- 2) COMO A GENTE
 TRANSPORTA ESSAS
 IDEIAS PARA FUNÇÕES
 "CENTRADAS EM OUTROS
 LUGARES DO PLANO",
 OU SEJA, CENTRADAS
 EM POR EXEMPLO
 $(x_0, y_0) = (3, 2)?$

Como a gente
 adapta essas
 ideias pra funções
 que não são polinô-
 mios de 2º grau?

Como é que a
 gente pode pegar
 uma função

$$w(x, y)$$

"qualquer",

obter uma aproxi-
 mação de TAYLOR
 de 2ª ordem

delas, e TRABALHAR
 COM

$$w, w_x, w_y, w_{xx}, w_{xy}, w_{yy}$$

AO LARGO DE COM

$$a, b, c, d, e, f?$$

VOLTANDO AOS
 ASSUNTO DA
 AULA PASSADA...

Acessar o PDF

~~Sobre o assunto~~

E mínimos e

TENTEM FAZER
 OS EXERCÍCIOS
 DA PÁGINA 6
 DELE...

MAS COMEÇEM
 POR ALGO MAIS
 BÁSICO:

- a) DIGAMOS QUE

$$Z(x, y) = 20x^2 + 42xy + 99y^2$$

CALCULE - ISTO É,
 SIMPLIFIQUE -

$$h(x) = Z(x, 1)$$

- b) DIGAMOS QUE

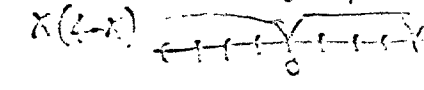
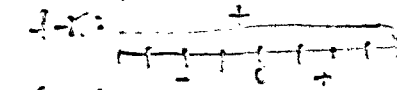
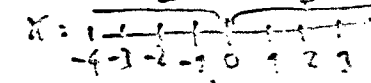
$$Z(x, y) = dx^2 + exy + fy^2$$

$$E h(x) = Z(x, 1)$$

$$= 3x^2 + \frac{4}{3}x + 5$$

DESCUBRA d, e e f .

DIAGRAMAS DE SINAL



$$h(x) = (x-1)^2$$

