C2 30/mar/2022

Avisos:

① O curso tem uma página. Vá em http://angg.tuu.net/ - ou google por "Eduardo Ochs" - e aí clique em C2 na barra de navegação à esquerda. Vou atualizar a página de noite.

② O curso de C2 vai ter uma abordagem diferente da tradicional - o primeiro PDF explica isso.

③ Aqui nós vamos usar termos como "resultado" e "resposta" num significado parecido com o de Prog 1: a "resposta" de uma pergunta geralmente vai ser uma série de expressões com a sintaxe certa (como programas).

A OPERAÇÃO MAIS IMPORTANTE DO CURSO É A

$$[:=]$$

E ALGO COMO

$$(x \cdot 10)[x:=4] = 40$$

É UM ERRO TÃO GRAVE QUANTO

$$2+3=23$$

- E ANULA A QUESTÃO.

A OPERAÇÃO DE SUBSTITUIÇÃO $[:=]$ ESTÁ BEM EXPLICADA NO PRIMEIRO PDF.

MOTIVAÇÃO:

$$\sum_{i=2}^{5} i = 2+3+4+5$$

$$\sum_{k=2}^{5} k = 2+3+4+5$$

$$\sum_{k=2}^{5} (x+k^2) = (x+2^2) + (x+3^2) + (x+4^2) + (x+5^2)$$

$$\sum_{k=2}^{3} (x+k^4) = (x+k^4)[k:=2] + (x+k^4)[k:=3] = (x+2^4) + (x+3^4)$$

A PRONÚNCIA DE $(x+k^4)[k:=2] = (x+2^4)$ É: "O RESULTADO DE SUBSTITUIR A VARIÁVEL k POR 2 NA EXPRESSÃO $(x+k^4)$ É $(x+2^4)$".

IMPORTANTE: O "=" DEPOIS DE UMA SUBSTITUIÇÃO É ESPECIAL... PRA GENTE "SUBSTITUIÇÃO" E "SIMPLIFICAÇÃO" SÃO OPERAÇÕES COMPLETAMENTE SEPARADAS

$$(x \cdot 10)[x:=4] = (4 \cdot 10)$$

$$(x \cdot 10)[x:=4] = 40$$

EXERCÍCIO PRA AGORA: ACESSEM A PÁGINA DO CURSO, ABRAM O PDF "AULAS 4 E 5 - INTRODUÇÃO AO CURSO", LEIA PRINCIPALMENTE O SLIDE 9 DELE, E FAÇA O EXERCÍCIO 3 DA PÁGINA 13.

ESSE EXERCÍCIO TEM MUITAS PEGADINHAS - DISCUTAM COM OS SEUS VIZINHOS.

... E DEPOIS FAÇAM O EXERCÍCIO 1 DA PÁGINA 10 DO PDF - OBS: ELE É BEM GRANDE E TEM UM MONTE DE PEGADINHAS NOVAS.

C2 31/mar/2022

Avisos:

1. O curso tem uma página. Pra chegar nela procure no Google por "Eduardo Ochs" ou vá direto pra http://angg.twu.net/ e clique em C2 na barra de navegação à esquerda.

2. Esse curso vai ser estruturado de um jeito bem diferente dos cursos de C2 tradicionais, por motivos explicados nos PDF de hoje. Ele vai ser parecido com, sei lá, Prog 1, no sentido de que "respostas" e "resultados" são sempre sequências de expressões na sintaxe certa. Erros de sintaxe são considerados graves.

3. A operação que nós mais vamos usar no curso é a operação de substituição, que eu vou chamar de "$[:=]$".

Coisas como

$$(x\cdot 10)[x:=4] = 40$$

são erros tão graves quanto

$$2+3=23$$

e anulam a questão.

Motivação:

$$\sum_{i=2}^{5} i = 2+3+4+5 = 14$$

Mais importante

$$\sum_{i=2}^{5} i = 14$$

Difícil de entender, difícil de verificar de cabeça...

4. Um dos temas principais do curso é definir (não de um jeito 100% preciso, mas quase) o que é uma "igualdade que todo mundo entenda"

$$\begin{aligned}\sum_{i=2}^{5}(i^3+4) &= (i^3+4)[i:=2] \\ &\quad + (i^3+4)[i:=3] \\ &\quad + (i^3+4)[i:=4] \\ &\quad + (i^3+4)[i:=5] \\ &= (2^3+4) \\ &\quad + (3^3+4) \\ &\quad + (4^3+4) \\ &\quad + (5^3+4)\end{aligned}$$

A pronúncia de

$$(i^3+4)[i:=2] = (2^3+4)$$

é: o resultado de substituir cada ocorrência da variável i na expressão (i^3+4) por 2 é a expressão (2^3+4).

Obs: substituição e simplificação são operações completamente separadas.

Exercício pra agora: façam o exercício 3 da página 13 do PDF. Ele tem muitas pegadinhas. Tente descobrir como resolver cada uma delas meio sozinho e meio discutindo com os seus vizinhos.

Se precisar de dicas, p...

$$(2K-1)[n:=1] = (2K-1)$$

C2 31/MAR/2022
TURMA E1

NA AULA PASSADA NÓS VIMOS COMO USAR A OPERAÇÃO [:=] PRA SUBSTITUIR VARIÁVEIS...

MAS O [:=] TAMBÉM PODE SER USADO PRA SUBSTITUIR FUNÇÕES.

ALGO COMO

$$\left(f(\underbrace{g(200)}) + \underbrace{g(a)}\right)\left[g(x) := x+1\right]$$

QUER DIZER - ALIÁS, É PRONUNCIADO COMO:
"O RESULTADO DE SUBSTITUIR NA EXPRESSÃO $f(g(200)) + g(a)$ CADA SUBEXPRESSÃO DA FORMA $g(x)$ POR $x+1$"...

PRA AGORA:
FAÇAM O EXERCÍCIO 1 DO SLIDE 10.

VOCÊ JÁ VIRAM COMO SUBSTITUIR FUNÇÕES PELAS DEFINIÇÕES DELAS, MAS NUNCA VIRAM UMA DEFINIÇÃO FORMAL DAS REGRAS DISSO... VEJAM O SLIDE 8 PRA RELEMBRAR COMO SUBSTITUIÇÃO DE FUNÇÕES É FEITA NA PRÁTICA.

AVISO: ESSE EXERCÍCIO TEM MUITO MAIS PEGADINHAS QUE O DA AULA PASSADA! FAÇAM EM GRUPO! !!

UMA DAS APLICAÇÕES DO [:=] VAI SER RESOLVER EQUAÇÕES ("POR CHUTAR E TESTAR")

EXEMPLO (BÁSICO):

$x+2=5$

EM PORTUGUÊS:
ENCONTRE VALORES DE x QUE SÃO SOLUÇÕES DE $x+2=5$.

O QUE ISSO QUER DIZER?

VAMOS TESTAR ALGUNS VALORES DE x...

$$(x+2=5)[x:=1] = (1+2=5) = F$$

$$(x+2=5)[x:=2] = (2+2=5) = F$$

$$(x+2=5)[x:=3] = (3+2=5) = V$$

A PÁG~~INA 17 DO~~ PDF TEM UM MONTE DE "EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS" - EDOs - QUE VOCÊS VÃO TENTAR RESOLVER - OU: ENCONTRAR SOLUÇÕES PRA ELAS - POR CHUTAR E TESTAR...

EXEMPLO:

4) $f'(x) = x^4$ ⇐ EDO

CHUTE: $f(x) = x^3$

TESTE:

$$\left(f'(x) = x^4\right)\begin{bmatrix} f(x) := x^3 \\ f'(x) := 3x^2 \end{bmatrix} =$$

$f(x)$

6) $f''(x) + f'(x) = 6f(x)$

$$\left(f''(x) + f'(x) = 6f(x)\right)\begin{bmatrix} f(x) = x^3 \\ f'(x) = 3\ldots \\ f''(x) = 6\ldots \end{bmatrix}$$

$$= \left(6x + 3x^2 = 6 \cdot x^3\right)$$

C2 6/ABRIL/2022

PLANOS PRA HOJE:

1. TERMINAR OS EXERCÍCIOS DE ENCONTRAR SOLUÇÕES DE EDOs POR CHUTAR E TESTAR
2. VER UMA DEFINIÇÃO RECURSIVA DO $[:=]$
3. VER COMO CALCULAR (ALGUMAS) ANTIDERIVADAS POR CHUTAR-E-TESTAR

OS EXERCÍCIOS DE EDOs ESTÃO NO SLIDE 12 DO PRIMEIRO PDF DO SEMESTRE PASSADO. AS EDOs SÃO:

4) $f'(x)=x^4$
5) $f'(x)=2f(x)$
6) $f''(x)+f'(x)=6f(x)$
7) $f'(x)=-1/f(x)$
8) $f'(x)=-x/f(x)$

E OS CHUTES QUE EU SUGERI ERAM ESSES AQUI:

$f(x)=x^3$,
$f(x)=x^5$,
$f(x)=200x^5+42$,
$f(x)=e^x$,
$f(x)=e^{42x}$,
$f(x)=e^{2x}$,
$f(x)=e^{3x}$,
$f(x)=\sqrt{1-x^2}$,
$f(x)=\sqrt{4-x^2}$.

LEMBREM QUE A OPERAÇÃO $[:=]$ É A MAIS IMPORTANTE DO CURSO E QUE ERROS COMO $(x\cdot 10)[x:=4]=40$ SÃO CONSIDERADOS TÃO GRAVES QUANTO $2+3=23$.

2. DÁ PRA TRADUZIR SUBSTITUIÇÕES PRA DEFINIÇÕES RECURSIVAS. EXEMPLO:

$$\left(\frac{a\cdot b-a}{b+2}\right)\begin{bmatrix}a:=b+3\\ b:=a+4\end{bmatrix} = \left(\frac{(b+3)\cdot(a+4)-(b+3)}{(a+4)+2}\right)$$

SEJA $[S1]=\begin{bmatrix}a:=b+3\\ b:=a+4\end{bmatrix}$.

A TRADUÇÃO DE $[S1]$ É:

$(a)[S1]=(b+3)$
$(b)[S1]=(a+4)$
$(2)[S1]=(2)$
$(EXPR_1+EXPR_2)[S1]$
$=((EXPR_1)[S1]+(EXPR_2)[S1])$
$(EXPR_1-EXPR_2)[S1]$
$=((EXPR_1)[S1]-(EXPR_2)[S1])$
$\left(\frac{EXPR_1}{EXPR_2}\right)[S1]=\left(\frac{(EXPR_1)[S1]}{(EXPR_2)[S1]}\right)$
ETC...

@eduardoochs
A

3. RESOLVA AS EDOs ABAIXO. OBSERVAÇÃO IMPORTANTÍSSIMA: ELAS CORRESPONDEM AOS EXERCÍCIOS DAS PÁGINAS 185 E 186 DO LIVRO DO D. MIRANDA! DÊ UMA OLHADA!!!

1) $f'(x)=x$
2) $f'(x)=3x+1$
3) $f'(x)=x^n$
4) $f'(x)=x^2+x+1$
5) $f'(x)=\frac{1}{x^2}$
6) $f'(x)=x+\frac{1}{x^3}$
7) $f'(x)=\sqrt[3]{x}$
8) $f'(x)=3\cdot\sqrt[7]{x^2}+\cos x$
9) $f'(x)=e^{4x}$
10) $f'(x)=\cos 3x$

C2 7/ABRIL/2022

PLANOS PRA HOJE:

1. TERMINAR AQUELE EXERCÍCIO 1 DO PRIMEIRO PDF
2. FAZER OS EXERCÍCIOS DE "ENCONTRE SOLUÇÕES DESTAS EDOS POR CHUTAR-E-TESTAR" DA PENÚLTIMA PÁGINA DO PDF
3. FAZER UNS EXERCÍCIOS DE "ENCONTRE A ANTIDERIVADA" DO LIVRO DO DAVI MIRANDA QUE NA VERDADE SÃO EDOS DISFARÇADAS
4. VER COMO TRADUZIR SUBSTITUIÇÕES PRA DEFINIÇÕES RECURSIVAS

LEMBREM QUE:

A OPERAÇÃO $[:=]$ É A MAIS IMPORTANTE DO CURSO E ERROS COMO $(x\cdot 10)[x:=4] = 40$ SÃO TÃO GRAVES QUANTO $2+3=23$.

(2) (P.12 DO PDF)

EDOS:

4) $f'(x) = x^4$
5) $f'(x) = 2f(x)$
6) $f''(x) + f'(x) = 6f(x)$
7) $f'(x) = -1/f(x)$
8) $f'(x) = -x/f(x)$

CHUTES:

$f(x) = x^3$
$f(x) = x^5$
$f(x) = 200x^5+42$
$f(x) = e^x$
$f(x) = e^{42x}$
$f(x) = e^{2x}$
$f(x) = e^{3x}$
$f(x) = \sqrt{1-x^2}$
$f(x) = \sqrt{4-x^2}$

(3) NO LIVRO DO D. MIRANDA OS EXERCÍCIOS ~~DAS PÁGINAS~~ 185 E 186 SÃO ESCRITOS DESTE JEITO AQUI:

$\int x\,dx = x\ ?$

A TRADUÇÃO DELES PRA EDOS É:

1) $f'(x) = x$
2) $f'(x) = 3x+1$
3) $f'(x) = x^n$
4) $f'(x) = x^2+x+1$
5) $f'(x) = \frac{1}{x^2}$
6) $f'(x) = x + \frac{1}{x^3}$
7) $f'(x) = \sqrt[3]{x}$
8) $f'(x) = 3\sqrt[7]{x^2} + \cos x$
9) $f'(x) = e^{4x}$
10) $f'(x) = \cos 3x$

(4) EXEMPLO:

$$\left(\frac{a\cdot b + a}{b+2}\right)\begin{bmatrix} a := b+3 \\ b := a+4 \\ f(x) := g(x)+5 \\ g(x) := 6\cdot x \end{bmatrix} = \left(\frac{(b+3)\cdot(a+4)+(b+3)}{(a+4)+2}\right)$$

SEJA $[S1] = \begin{bmatrix} a := b+3 \\ b := a+4 \\ f(x) := g(x)+5 \\ g(x) := 6\cdot x \end{bmatrix}$.

TRADUÇÃO:

$(a)[S1] = b+3$
$(b)[S1] = a+4$
$(\mathrm{EXPR}_1 + \mathrm{EXPR}_2)[S1] = \mathrm{EXPR}_1[S1] + \mathrm{EXPR}_2[S1]$
$(\mathrm{EXPR}_1 \cdot \mathrm{EXPR}_2)[S1] = \mathrm{EXPR}_1[S1] \cdot \mathrm{EXPR}_2[S1]$
$\left(\frac{\mathrm{EXPR}_1}{\mathrm{EXPR}_2}\right)[S_1] = \frac{\mathrm{EXPR}_1[S1]}{\mathrm{EXPR}_2[S1]}$
$(f(\mathrm{EXPR}_1))[S_1] = (g(\mathrm{EXPR}_1)+5)[S1]$ (?)
$(g(\mathrm{EXPR}_1))[S_1] = (6\cdot \mathrm{EXPR}_1)[S_1]$ (?)

$$(\underbrace{a\cdot b}_{\mathrm{EXPR1}} + \underbrace{a}_{\mathrm{EXPR2}})[S1] = (a\cdot b)[S1] + a[S1]$$
$$= (a[S1]\cdot b[S1]) + a[S1]$$
$$= ((b+3)\cdot(a+4)) + (b+3)$$
$$= (b+3)\cdot(a+4) + (b+3)$$

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x)\right)$$

$$[S2] = \begin{bmatrix} f(x) := \operatorname{sen} x \\ f'(x) := \cos x \\ g(x) := 42x \\ g'(x) := 42 \end{bmatrix}$$

$$[RC][S2] = \left(\frac{d}{dx}\operatorname{sen}(42x) = \cos(42x)\cdot 42\right)$$

QUEREMOS QUE ISTO SEJA VERDADE:

$(f(g(x)))[S2] = (\operatorname{sen} 42x)$

REGRAS QUE PARECEM RAZOÁVEIS: (TEMOS QUE TESTÁ-LAS)

$f(\mathrm{EXPR1})[S2] = \operatorname{sen}(\mathrm{EXPR1})$
$f(\mathrm{EXPR2})[S2] = \operatorname{sen}(\mathrm{EXPR1}[S2])$

C2 7/ABRIL/2022

PRIMEIRO ASSUNTO DE HOJE: QUAIS SÃO AS REGRAS EXATAS DA OPERAÇÃO [:=]? NÓS VIMOS NO EXERCÍCIO 1 DO 1º PDF DO SEMESTRE PASSADO QUE A SUBSTITUIÇÃO DE FUNÇÕES TEM VÁRIAS PEGADINHAS COMPLICADAS... VAMOS VER COMO TRADUZIR UMA [:=] PARA ALGO QUE FUNCIONA COMO UM PROGRAMA RECURSIVO.

EXEMPLO 1:

$$\left(\frac{a\cdot b+a}{b+2}\right)\begin{bmatrix}a:=b+3\\ b:=a+4\end{bmatrix}$$

$$=\left(\frac{(b+3)\cdot(a+4)+(b+3)}{(a+4)+2}\right)$$

SEJA $[S1]=\begin{bmatrix}a:=b+3\\ b:=a+4\end{bmatrix}$

REGRAS:

R1: $(\text{EXPR1}+\text{EXPR2})[S1]=\text{EXPR1}[S1]+\text{EXPR2}[S1]$

R2: $(\text{EXPR1}\cdot\text{EXPR2})[S1]=\text{EXPR1}[S1]\cdot\text{EXPR2}[S1]$

R3: $\left(\frac{\text{EXPR1}}{\text{EXPR2}}\right)[S1]=\frac{\text{EXPR1}[S1]}{\text{EXPR2}[S1]}$

R4: $a[S1]=b+3$

R5: $b[S1]=a+4$

R6: $2[S1]=2$

EXEMPLO:

$$(\underbrace{a\cdot b}_{\text{EXPR1}}+\underbrace{a}_{\text{EXPR2}})[S1]=(a\cdot b)[S1]+a[S1]$$
$$=(a[S1]\cdot b[S1])+a[S1]$$
$$=((b+3)\cdot(a+4))+(b+3)$$

EXERCÍCIO 1:

CALCULE $\left(\frac{a\cdot b+a}{b+2}\right)[S1]$

USANDO AS REGRAS R1...R6.

OBS: OLHE AS DICAS DA PÁGINA 3 DO PDF.

ALGUMAS IDÉIAS NOVAS:

A EXPRESSÃO $a\cdot b+a$ "É DA FORMA" EXPR1 + EXPR2

PORQUE $(\text{EXPR1}+\text{EXPR2})\begin{bmatrix}\text{EXPR1}:=a\cdot b\\ \text{EXPR2}:=a\end{bmatrix}$

$=(a\cdot b+a)$.

O SLIDE 7 TEM UM EXEMPLO DE UMA SÉRIE DE IGUALDADES COM JUSTIFICATIVAS...

$(a\cdot b+a)[S1]=(a\cdot b)[S1]+a[S1]$ POR R1

OU

POR R1 COM EXPR1 = $a\cdot b$ E EXPR2 = a

$$R1\begin{bmatrix}\text{EXPR1}:=a\cdot b\\ \text{EXPR2}:=a\end{bmatrix}=\big((a\cdot b+a)[S1]=(a\cdot b)[S1]+a[S1]\big)$$

$\text{expr}_1=\text{expr}_2$
$=\text{expr}_3$
$=\text{expr}_4$

$(a\cdot b+a)[S1]=(a\cdot b)[S1]+a[S1]$ POR $(R1)\begin{bmatrix}\text{EXPR1}:=a\cdot b\\ \text{EXPR2}:=a\end{bmatrix}=$

SUBSTITUIÇÃO DE FUNÇÕES - ~~NOTAÇÃO~~

$$(RC)=\left(\frac{d}{dx}f(g(x))=f'(g(x))\,g'(x)\right)$$

$$(RC)\begin{bmatrix}f(x):=\operatorname{sen}x\\ f'(x):=\cos x\\ g(x):=42x\\ g'(x):=42\end{bmatrix}=\left(\frac{d}{dx}\operatorname{sen}(42x)=\cos(42x)\cdot 42\right)$$

EXERCÍCIO 2

CALCULE:

a) $(RC)\begin{bmatrix}f(x):=e^x\\ f'(x):=e^x\\ g(x):=x^2+x\\ g'(x):=2x+1\end{bmatrix}$

b) $(RC)\begin{bmatrix}f(x):=\sqrt{x}\\ f'(x):=\frac{1}{2}x^{-1/2}\\ g(x):=4-x^2\\ g'(x):=-2x\end{bmatrix}$

@eduardoochs

EXERCÍCIO 3

FAÇA OS EXERCÍCIOS ABAIXO DA P.89 DO LIVRO DO D. MIRANDA TRADUZINDO-OS PARA SUBSTITUIÇÕES NO (RC). O ENUNCIADO DO LIVRO É: "EX 3.17: CALCULE AS DERIVADAS DAS SEGUINTES FUNÇÕES".

1) $f(x)=(2x+10)^{12}$

2) $f(t)=(3t-2)^5$

3) $g(\theta)=(\operatorname{sen}\theta+\cos\theta)^3$

4) $h(t)=e^{3t^2+t-1}$

C2 8/ABRIL/2022

TURMA C1 - MANHÃ

HOJE: EXERCÍCIOS DO PDF NOVO, CHAMADO "AULAS 4 E 5 - MAIS EXERCÍCIOS DE SUBSTITUIÇÃO".

LEMBREM QUE A OPERAÇÃO "[:=]" É A OPERAÇÃO MAIS IMPORTANTE DO CURSO E QUE

$$(x \cdot 10)[x:=4] = 40$$

VAI SER CONSIDERADO UM ERRO TÃO GRAVE QUANTO

$$2 + 3 = 23.$$

DICAS PRO EXERCÍCIO 5:

DICA 1: CONSIDERE QUE O [S1] É UMA OPERAÇÃO ABSTRATA. A GENTE SÓ VAI VER QUE A OPERAÇÃO DEFINIDA PELAS REGRAS R1 ATÉ R6 CORRESPONDE À SUBSTITUIÇÃO QUE JÁ CONHECEMOS NA AULA QUE VEM.

DICA 2: CALCULE O RESULTADO DESTA SUBSTITUIÇÃO:

$$[R3]\begin{bmatrix} expr_1 := a \cdot b + a \\ expr_2 := b \cdot 2 \end{bmatrix}$$

DICA 3: REPRESENTE A EXPRESSÃO

$$\frac{a \cdot b + a}{b + 2}$$

COMO UMA ÁRVORE (COMO NO EXERCÍCIO 4).

DICA 4: OLHE PRO RESULTADO DA SUBSTITUIÇÃO DA DICA 3. À ESQUERDA DO "=" VOCÊ TEM UM "[S1]" APLICADO NUMA ÁRVORE GRANDE, E À DIREITA DO "=" VOCÊ TEM DOIS "[S1]"S APLICADOS EM ÁRVORES MENORES.

C2 13/abril/2022

Turma C1 ([illegible])

Lembrem que ficamos tentando entender direito todos os detalhes, como a substituição funciona — e a substituição de funções é complicada.

Hoje: vamos fazer todos os exercícios do PDF "Mais exercícios de substituição" e mais alguns que ainda não estão no PDF.

A versão atual do PDF tem um monte de fórmulas na página 7, e tem as regras R1 até R6, mas não tem texto... Eu vou mudar bastante essa página 7 daqui a pouco.

Nas páginas 7 e 8 a gente está definindo uma operação [S1] a partir das regras que ela obedece — as regras R1 até R6 — e a gente vai esquecer temporariamente que a operação [S1] tem que se comportar como a substituição

$$\begin{bmatrix} a := b+3 \\ b := a+4 \end{bmatrix}.$$

Exercício 6

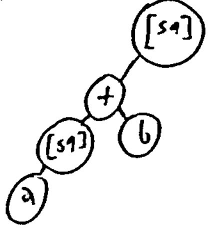
No exercício 5 do PDF vocês devem ter obtido algo desta forma aqui:

$$\begin{array}{rcll} \text{EXPR}_1 & = & \text{EXPR}_2 & (\text{por justificativa}_1) \\ & = & \text{EXPR}_3 & (\text{por justificativa}_2) \\ & = & \text{EXPR}_4 & \ldots \end{array}$$

Represente cada uma dessas expressões em forma de árvore. A operação [S1] vai virar uma operação unária, como o "-" do "-8"... por exemplo, a representação em árvore de

$$(a[S1]+b)[S1]$$

vai ser:



O objetivo do exercício 6 é fazer vocês entenderem que "as regras R1..R6 empurram os [S1]s na direção das folhas da árvore". Isso parece um slogan — queremos ver os detalhes do que isso quer dizer.

Exercício 7

No exercício 5 você conseguiu se livrar de todos os [S1]s... primeiro você empurrou eles pras folhas, depois você aplicou umas regras que fizeram os [S1]s das folhas sumirem.

Usando só as regras R1 até R6 a gente não consegue fazer algo parecido com a árvore do exercício 4... ou seja, se a gente tentar calcular isso aqui

$$(((5+z)/-8)\cdot 4^2)[S1]$$

a gente empaca em vários lugares.

Agora nós vamos definir uma operação [S2] de um jeito que deixa um monte de regras implícitas. As regras explícitas da [S2] são essas aqui:

R7: $8[S2] = 42$,

R8: $(-\text{EXPR}_1)[S2] = 200\cdot(\text{EXPR}_1[S2])$.

Em todos os outros casos as regras implícitas são como as regras R1 até R3 e R6: o [S2] é empurrado na direção das folhas — como nas regras R1 até R3 — ou desaparece — como na regra R6.

Tente entender essa definição informal, e calcule

$$(((5+Z)/-8)\cdot 4^2)[S2].$$

Faça isso bem passo a passo, e use tanto a notação "algébrica" do exercício 5 quanto a notação em árvore do exercício 6.

C2 14/ABRIL/2022

TURMA C1-MANHÃ

HOJE: EXERCÍCIOS 6 E 7 DO PDF! REGRAS IMPLÍCITAS!

A DEFINIÇÃO FORMAL, RECURSIVA, DE SUBSTITUIÇÃO É BEM TRABALHOSA... VAMOS VER SE VOCÊS CONSEGUEM ENTENDER AS "DEFINIÇÕES INFORMAIS" DO PDF! :)

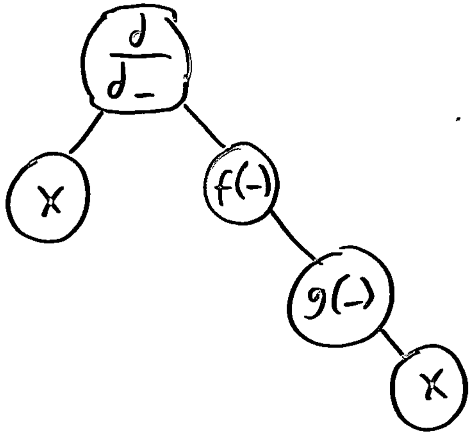
ALGUNS AVISOS SOBRE OS PRÓXIMOS EXERCÍCIOS...

NOS PRÓXIMOS EXERCÍCIOS EU VOU SUPOR QUE VOCÊS JÁ SABEM PENSAR EM TERMOS DE ÁRVORES MUITO BEM, MAS A GENTE VAI COMEÇAR A TRABALHAR COM EXPRESSÕES QUE VOCÊS VÃO TER QUE ESCOLHER UMA REPRESENTAÇÃO EM ÁRVORE PRA ELAS... POR EXEMPLO,

COMO A GENTE REPRESENTA ISSO AQUI EM ÁRVORE?

$$\frac{d}{dx} f(g(x))$$

UM JEITO (RUIM) É ESSE AQUI:



... E A GENTE VAI DEFINIR UMA SUBSTITUIÇÃO [S3] QUE TEM ESTAS REGRAS EXPLÍCITAS:

$$R9:\ f(expr_1)[S3] = \mathrm{sen}(expr_1[S3])$$

$$R10:\ g(expr_1)[S3] = 42 \cdot (expr_1[S3])$$

$$R11:\ x[S3] = t$$

$1[S2] = 1$

$2[S2] = 2$

$3[S2] = 3$

$\vdots$

$7[S2] = 7$

$8[S2] =$ OUTRA COISA

$9[S2] = 9$

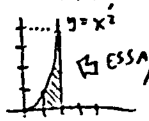
C2 20/abril/2022

Turma E1 - Tarde

O nosso próximo assunto vai ser como calcular áreas. Vou mostrar uma coisa sobre isso agora...

$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx$ é a "área sob a curva $y=f(x)$ entre $x=a$ e $x=b$". Por exemplo,

$\int_{x=1}^{x=2} x^2\,dx =$



⇦ essa área aqui.

Uma fórmula bem importante em C2 é essa aqui:

$$\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(b)-F(a) \quad \text{(TFC2)}.$$

Ela às vezes dá resultados errados.

Um exemplo em que ela dá um resultado certo:

$$\text{Área}\left(\;\right) = \int_{x=0}^{x=4} x\,dx$$

Seja $F(x)=\frac{x^2}{2}$.

Então $F'(x)=x$,

e: $(\text{TFC2})\left[\begin{array}{l} F(x)=x^2/2 \\ F'(x)=x \\ a=0 \\ b=4 \end{array}\right]$

$$= \left(\int_{x=0}^{x=4} x\,dx = \frac{4^2}{2}-\frac{0^2}{2}\right)$$

Exercício 1:

a) Calcule $\text{Área}\left(\;\right)$ pela fórmula da área do triângulo.

b) Continue esta série de igualdades até você obter um resultado numérico:

$$\int_{x=0}^{x=4} x\,dx = \frac{4^2}{2}-\frac{0^2}{2}$$
$$=$$
$$=$$

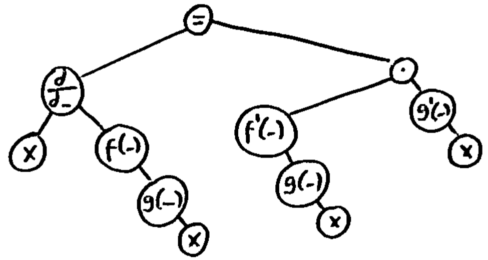
Voltando pro [:=]...

Confiram que vocês sabem fazer os exercícios 6 e 7 da aula passada (e do PDF).

Exercício 8

A representação em árvore da regra da cadeia é essa aqui: Eu ainda não tive tempo de fazer ela no computador...

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x)\right)$$



a) Digamos que a operação [S1] só tem esta regra explícita aqui:

R1: $f(expr_1)[S1] = sen(expr_1)$.

Calcule [RC][S1].

b) Digamos que a operação [S2] só tem estas regras explícitas:

R2: $x[S2] = t$

R3: $g'(expr_1)[S2] = expr_1$

Calcule [RC][S2].

c) A operação [S3] só tem estas regras explícitas:

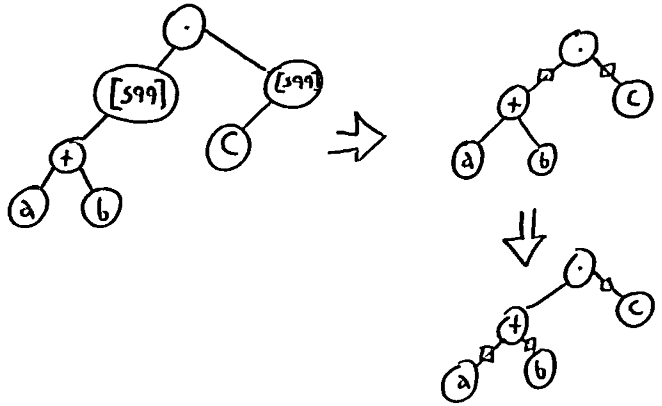
R4: $x[S3] = t$

R5: $f(expr_1)[S3] = sen(expr_1[S3])$

$f'(expr_1)[S3] = cos(expr_1)$

Calcule [RC][S3].

DICA: Quando você for fazer as árvores desenhe os "[S]"s bem pequenos e no meio dos fios. Por exemplo, $(a+b)[S99]\cdot c[S99]$



C2 27/abril/2022

Turma C1-Tarde

Hoje: Na aula passada eu pus um monte de exercícios no quadro que vocês não tiveram tempo de fazer... eles viraram o exercício 8.

Façam o exercício 8 - que está nas folhas que eu distribuí

$\boxed{\text{Exercício 9}}$

Na página da "introdução ao exercício 8" tem essa figura aqui:

$$\left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)\right) \begin{bmatrix} f(x) := \text{sen}\, x \\ f'(x) := \cos x \\ g(x) := 42 \cdot x \\ g'(x) := 42 \\ x := t \end{bmatrix}$$

$$= \left(\frac{d}{dt} \text{sen}(42t) = \cos(42t) \cdot 42\right).$$

No exercício 9 você vai ter que encontrar uma substituição "do segundo tipo" que obedeça isto aqui:

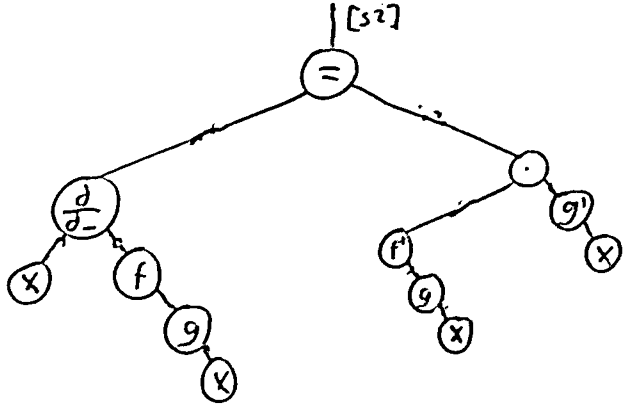
$$\left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)\right) [S99]$$

$$= \left(\frac{d}{dt} \text{sen}(42t) = \cos(42t) \cdot 42\right)$$

Encontre a [S99] <u>por chutar e testar</u>, no seguinte sentido: pra cada um dos seus chutes dê a definição dele - por exemplo, "seja [S4] a operação que só tem estas regras explícitas: ..." e depois teste o seu chute calculando [RC][S4].

Se não der o resultado que você queria, <u>NÃO APAGUE</u> e <u>NÃO JOGUE FORA</u>.

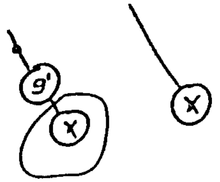
A "resposta" do exercício 9 deve ser uma série de chutes e testes que termina com uma substituição que dá o resultado "certo".



2 + 3 = 5

2 + 3 = 23

$g'(\text{expr}_1)[S2] = \text{expr}_1$



EXPR 1

R2: $x[S2] = t$

R3: $g'(\text{expr}_1)[S2] = \text{expr}_1$

$$\left(g'(\text{expr}_1)[S2] = \text{expr}_1\right)[\text{expr}_1 := x]$$

$$= \left(g'(x)[S2] = x\right)$$

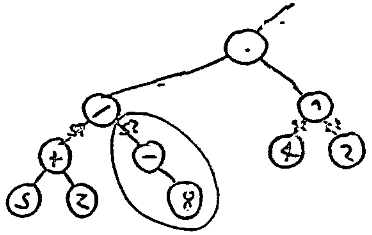
$$\frac{d}{d(x[S1])}$$

$$\frac{d}{dx}[S1]\, \text{sen}(g(x[S1]))$$

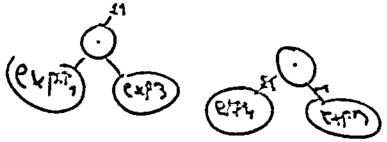
$\boxed{\text{C2 28/ABRIL/2022}}$

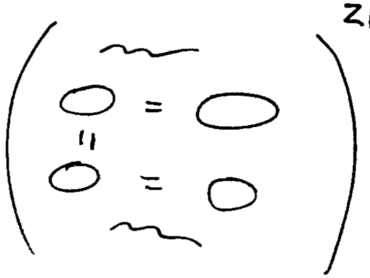
TURMA C1-MANHÃ

HOJE: DESENHO ANIMADO SOBRE COMO AS SUBSTITUIÇÕES RECURSIVAS FUNCIONAM;
EXERCÍCIO 9 ← TODOS ANTES DELE.

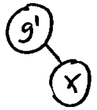


$R1 \begin{bmatrix} expr_1 := c+d \\ expr_2 := e+f \end{bmatrix} = \big(((c+d)+(e+f))[S1] =$





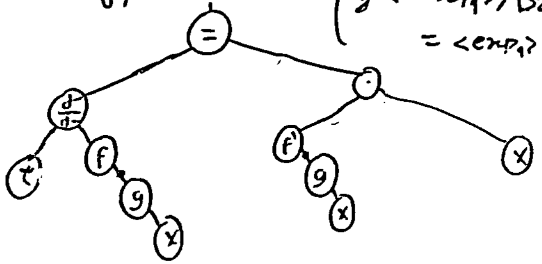
$Z[S2] = 2$



$x[S2] = t$

$\begin{pmatrix} g'(\langle expr_1 \rangle)[S2] \\ = \langle expr_1 \rangle \end{pmatrix} = R3$

b)



$4 \cdot 5 = 20$

É DA FORMA ...

A EXPRESSÃO $4 + \text{sen } 99$

É DA FORMA $expr_1 + \text{sen } expr_2$

SE

[S2]

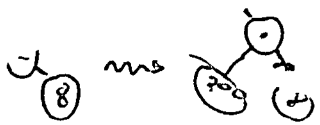
$4\,[S2] = 4$

$(expr_1 \cdot expr_2)[S2] =$
$expr_1[S2] \cdot expr_2[S2]$

$R3\,[expr_1 := a+b]$
$= \big(\, g'(a+b)\,[S2] = a+b \,\big)$

$R3\,[expr_1 := x]$
$= \big(\, g'(x)\,[S2] = x \,\big)$

200



C2 - 28/ABRIL/2022

TURMA E1 - TARDE

HOJE: VAMOS TERMINAR OS EXERCÍCIOS 8 E 9 E SE DER TEMPO NÓS VAMOS COMEÇAR A VER COMO VISUALIZAR SOMATÓRIOS.

EU DISTRIBUÍ CÓPIAS EM PAPEL DO EXERCÍCIO 8 E O 9 TÁ NO SITE.

DICA PRO EXERCÍCIO 9:
TENTEM CONSEGUIR REGRAS COM ESTA CARA:

$$f(expr_1)[S23] = \ldots$$
$$f'(expr_1)[S23] = \ldots$$
$$g(expr_1)[S23] = \ldots$$
$$g'(expr_1)[S23] = \ldots$$
$$x[S23] = \ldots$$

$\boxed{\text{C2 29/ABRIL/2022}}$

TURMA C1 - MANHÃ

HOJE:

(1) TERMINAR O EXERCÍCIO 9 (E OS ANTERIORES)

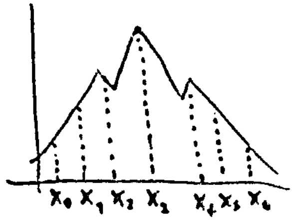
(2) COMEÇAR A VER COMO VISUALIZAR SOMATÓRIOS

C2 4/maio/2022

Turma E1-tarde

Hoje nós vamos fazer alguns exercícios baseados em exercícios de dois PDFs do semestre passado - o "Integrais como somas de retângulos" e o "Integrais como somas de retângulos (2)".

(1) Façam várias cópias desta figura aqui numa folha de papel:



Cada item vai precisar de uma cópia dela.

Desenhe os seguintes somatórios, cada um sobre uma cópia: ⇐ como retângulos!

a) $\sum_{i=1}^{6} f(x_i)(x_i - x_{i-1})$

b) $\sum_{i=1}^{6} f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})$

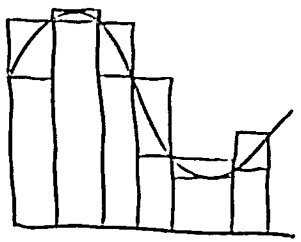
c) $\sum_{i=1}^{6} \max(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$

d) $\sum_{i=1}^{6} \min(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$

e) $\sum_{i=1}^{6} f\left(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}\right)(x_i - x_{i-1})$

f) $\sum_{i=1}^{6} \frac{f(x_{i-1})+f(x_i)}{2}(x_i - x_{i-1})$

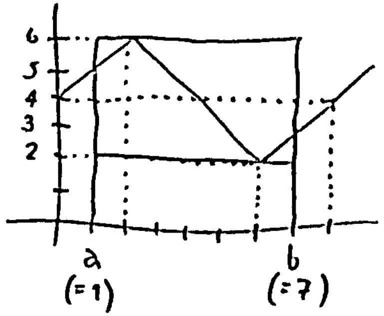
O slide 3 do "Integrais como somas de retângulos" tem uma figura como esta aqui:



Que mostra a "melhor aproximação por cima por retângulos" e a "melhor aproximação por baixo por retângulos".

A definição formal disso vai nos tomar muitas aulas. Vou "definir informalmente" as operações supi(f([a,b])) e infi(f([a,b]))...

Exemplo:

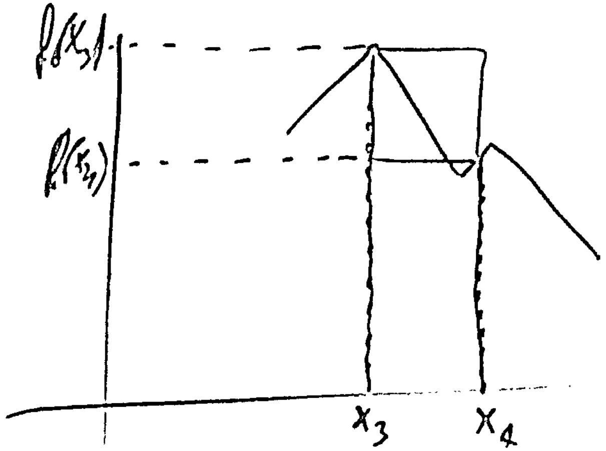


$[a,b] = [1,7]$

$f([a,b]) = [2,6]$

$\mathrm{supi}(f([a,b])) = 6$

$\mathrm{infi}(f([a,b])) = 2$



$\max(f(x_3), f(x_4))(x_4 - x_3)$

$f(x_3) \,/\, (x_4$

C2 5/maio/2022

Turma C1 - manhã

Exercício 1

(Obs: ele tá no PDF novo!)

Represente como retângulos cada uma das somas abaixo:

(a) $\sum_{i=1}^{8} f(x_i)(x_i - x_{i-1})$

(b) $\sum_{i=1}^{8} f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})$

(c) $\sum_{i=1}^{8} \max(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$

(d) $\sum_{i=1}^{8} \min(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$

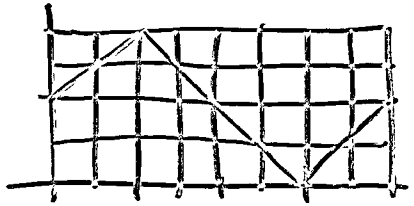
(e) $\sum_{i=1}^{8} f\left(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}\right)(x_i - x_{i-1})$

(f) $\sum_{i=1}^{8} \frac{f(x_{i-1})+f(x_i)}{2}(x_i - x_{i-1})$

Aviso:
As aulas das sextas vão passar a ser na sala 2, que só tem 16 (?) cadeiras, exceto nos dias em que for ter provas ou testes.

Exercício 2

Seja $f(x)$ esta função:

$f(x) =$ 

Calcule estas imagens de intervalos:

a) $f([0,1])$
b) $f([1,2])$
c) $f([0,2])$
d) $f([2,3])$
⋮

$\boxed{\text{C2 5/MAIO/2022}}$

TURMA E1-TARDE

HOJE: CONTINUAÇÃO DO EXERCÍCIO DE ONTEM! IMAGENS DE INTERVALOS! SUPS E INFS INFORMAIS! ⇐ PRÓXIMA AULA!

$\boxed{\text{EXERCÍCIO 1}}$

a) $\sum_{i=1}^{2} f(x_i)(x_i - x_{i-1})$

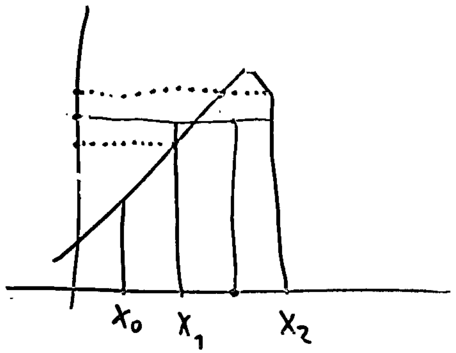
b) $\sum_{i=1}^{2} f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})$

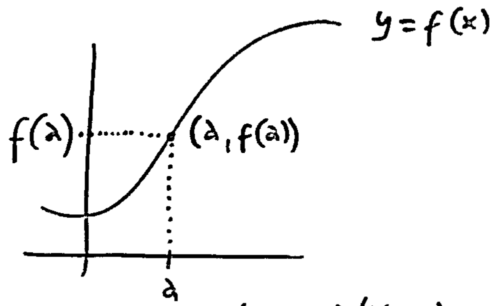
c) $\sum_{i=1}^{2} \max(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$

d) $\sum_{i=1}^{2} \min(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$

e) $\sum_{i=1}^{2} f\left(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}\right)(x_i - x_{i-1})$

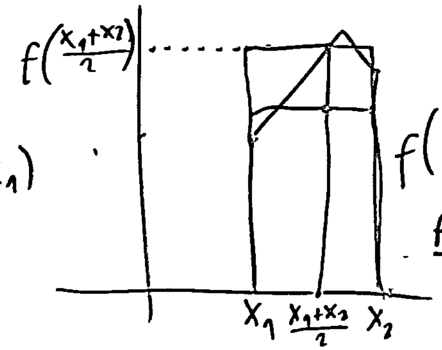
f) $\sum_{i=1}^{2} \frac{f(x_{i-1})+f(x_i)}{2}(x_i - x_{i-1})$





$$\alpha = f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)(x_2 - x_1)$$

$$\beta = \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}(x_2 - x_1)$$



$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)(x_2 - x_1)$

$\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}(x_2 - x_1)$

$\left(f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})\right)[i:=1]$

$= f(x_{1-1})(x_1 - x_{1-1})$

$f(x_0)(x_1 - x_0)$

C2 6/maio/2022

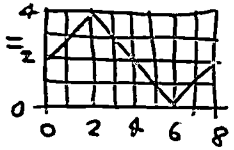
TURMA C1 - MANHÃ

HOJE: SUP INFORMAL E INF INFORMAL!

MAS ANTES: IMAGENS DE CONJUNTOS EM CASOS SIMPLES!

EXERCÍCIO 2:

SEJA $f(x)$ ESTA FUNÇÃO:

$f(x) =$ 

CALCULE ESTAS IMAGENS DE INTERVALOS:

a) $f([0,1])$
b) $f([1,2])$
c) $f([0,2])$
d) $f([2,3])$
e) $f([1,3])$
f) $f([0,3])$
g) $f([0,4])$
h) $f([4,8])$
i) $f([0,8])$
j) $f([1,7])$

SUP INFORMAL

EXEMPLOS:

$\mathrm{supi}([2,4]) = 4$

$\mathrm{supi}([-3,-1]) = -1$

O SUP INFORMAL RECEBE CONJUNTOS E RETORNA NÚMEROS, MAS ELE É ALGO MEIO QUEBRADO QUE A GENTE VAI TROCAR POR UMA VERSÃO CONSERTADA DEPOIS.

$\mathrm{supi}([a,b]) = b$

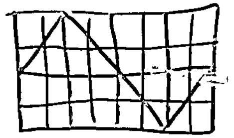
E SE C É UM CONJUNTO QUE NÃO É UM INTERVALO FECHADO, $\sup(C)$ DÁ ERRO.

O INFI É PARECIDO MAS ELE RETORNA A "EXTREMIDADE INFERIOR" DO INTERVALO.

$\mathrm{infi}([a,b]) = a.$

EXERCÍCIO 3

PRA CADA UM DOS ITENS DO EXERCÍCIO 2, FAÇA UMA CÓPIA DESSE DESENHO



E DESENHE SOBRE ELE OS RETÂNGULOS

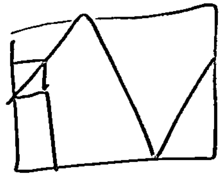
$\mathrm{supi}(f([a,b]))(b-a)$

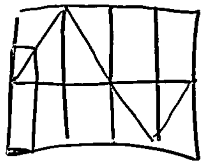
E $\mathrm{infi}(f([a,b]))(b-a)$

EXEMPLO:

a) $f([\underset{a}{0},\underset{b}{1}])$

$$\underbrace{\mathrm{supi}(f([\underbrace{a}_{0},\underbrace{b}_{1}]))}_{\underbrace{[2,3]}_{3}}(\underbrace{b}_{1}-\underbrace{a}_{0})$$



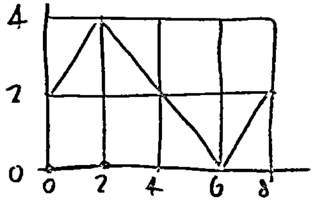


EXERCÍCIO 4

CONSIDERE ESTES DOIS EXERCÍCIOS EXTRAS PRO EXERCÍCIO 1 E FAÇA ELES:

g) $\sum_{i=1}^{8} \mathrm{supi}(f([x_{i-1},x_i]))(x_i - x_{i-1})$

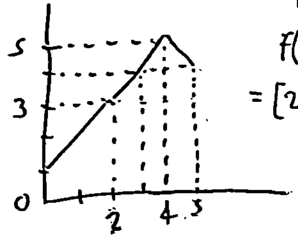
h) $\sum_{i=1}^{8} \mathrm{infi}(f([x_{i-1},x_i]))(x_i - x_{i-1})$



$f([0,2]) = [2,4]$

$f([0,2])(2-0)$

$= [2,4]\cdot(2,0)$



$f([2,5]) = [3,5]$

$\mathrm{infi}([3,5])$

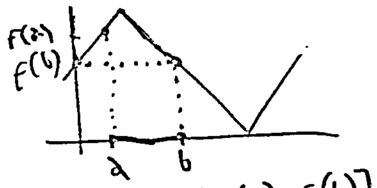
$3\cdot(5-2)$

C2 11/maio/2022

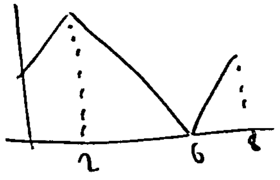
TODO O MATERIAL QUE A GENTE VAI USAR HOJE ESTÁ NO PDF "SOMAS DE RETÂNGULOS". O NOME NO RODAPÉ DELE É ...-SOMAS-3. EU SÓ TROUXE CÓPIAS EM PAPEL DE UMA FOLHA QUE TEM UM MONTE DE GRÁFICOS - PRO RESTO VOCÊS VÃO TER QUE CONSULTAR O PDF NA PÁGINA DO CURSO

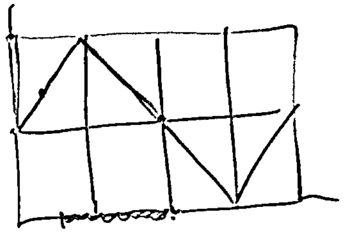
MUITO IMPORTANTE:

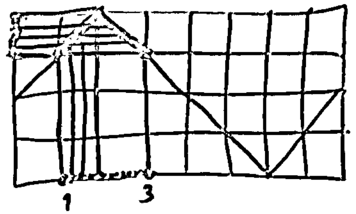
AS PÁGINAS 5 E 6 MOSTRAM COMO "CALCULAR VISUALMENTE" IMAGENS DE INTERVALOS...

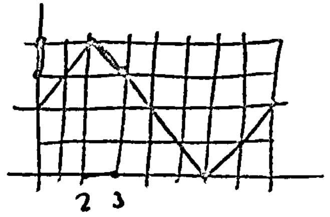


$$f([a,b]) = [f(a), f(b)]$$

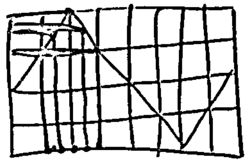


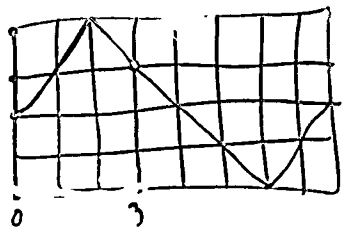


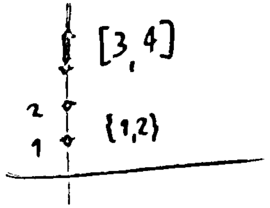




$\{2,3\} \neq [2,3]$







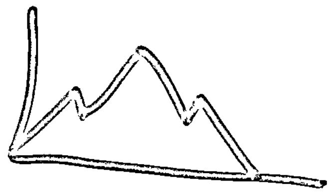
$\boxed{\text{C2 12/maio/2022}}$

Hoje: Somas de Riemann!

O material de hoje está todo no PDF "Somas de retângulos"... Reparem que o rodapé dele diz "...-somas-3".

Alguns exercícios dele apontam pro "Somas 1".

Eu só trouxe uma cópia impressa do "Somas 3" - que eu vou usar - e um monte de cópias da folha com as montanhas - $f(x) =$



$\boxed{\text{C2 12/maio/2022}}$

TODO O MATERIAL DE HOJE ESTÁ NO PDF "SOMAS DE RETÂNGULOS". REPAREM QUE O RODAPÉ DELE DIZ "...somas-3"; ALGUNS EXERCÍCIOS DELE TÊM LINKS PRO "SOMAS 1" E PRO "SOMAS 2".

HOJE VAMOS TENTAR CHEGAR ATÉ SOMAS DE RIEMANN.

PRA CASA: TENTEM TERMINAR TODOS OS EXERCÍCIOS ATÉ O 7 (INCLUSIVE).

DÁ PRA DEFINIR A INTEGRAL DE VÁRIOS JEITOS DIFERENTES, MAS EQUIVALENTES.

NA AULA QUE VEM A GENTE VAI ENTENDER ISSO AQUI:

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx = \lim_{\substack{k\to\infty \\ P=[a,b]_{2^k}}} [\sup] = \lim_{\substack{k\to\infty \\ P=[a,b]_{2^k}}} \sum_{i=1}^{N} \sup(f([a_i,b_i]))[b_i-a_i]$$

[C2 [illegible]/2022]

[illegible]

No final da aula passada eu pedi pra vocês terminarem o exercício 7 em casa. Hoje nós vamos tirar todas as dúvidas de tudo até o 7 — dúvidas antigas são sempre bem vindas! — e fazer o 8, e se der a gente começa a matriz de infs e sups

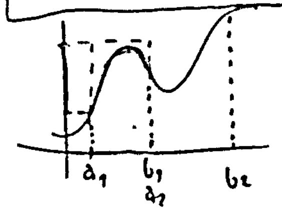
$[0,1] \cup [1,4] \cup [4,5]$

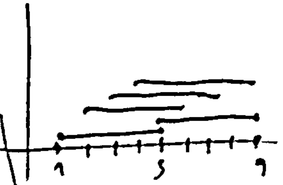
$P = \{0, 1, 4, 5\}$

i	a_i	b_i
1	0	1
2	1	4
3	4	5

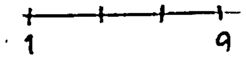
$$[L] = \sum_{i=1}^{N} f(a_i)(b_i - a_i)$$
$$= \sum_{i=1}^{3} f(a_i)(b_i - a_i)$$
$$f(a_1)(b_1 - a_1) + f(a_2)(b_2 - a_2) + f(a_3)(b_3 - a_3)$$
$$f(0)(1-0) + f(1)(4-1) + f(4)(5-4)$$

$$\boxed{[supi] = \sum_{i=1}^{N} supi\big(f([a_i, b_i])\big)(b_i - a_i)}$$





$$[supi] = \sum_{i=1}^{2} supi\big(f([a_i, b_i])\big)(b_i - a_i)$$
$$= supi\big(f([a_1, b_1])\big)(b_1 - a_1) + \ldots$$



$[1,5] \cup [5,9]$

$$[1,9]_{2} = \overset{a,b}{[1,9]_2} = \{1, 5, 9\}$$

i	a_i	b_i
1	1	5
2	5	9

$[a_1, b_1] = [1,5]$

$[a_2, b_2] = [5,9]$

$f([1,9])(9-1)$

$[L] =$

$\{1, 10\}$ $(1, 10)$ $[1, 10]$

$\{3, 5, 7, \ldots, 13\} = \{3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

$\{3, 5, 7, \ldots, 11\} =$

$\{3, 5, 7, \ldots, 9\} =$

$\{3, 5, 7, \ldots, 7\} = \{3, 5, 7\}$

$\{3, 5, 7, \ldots, 5\} = \{3, 5\}$

C2 19/maio/2022

Turma C1-manhã

Hoje vocês vão ser cobaias do exercício 1 do PDF sobre infs e sups! Ele é uma versão reorganizada do material sobre como visualizar proposições do semestre passado.

Lembrem que se

$B=\{2,3,4\}$,

$C=\{(2,f(2)),(3,f(3)),(4,f(4))\}$ e

$D=\{f(2),f(3),f(4)\}$

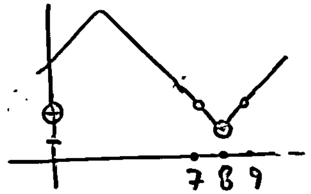
Vocês já sabem que faz mais sentido desenhar o A no eixo x, o C em $\mathbb{R}^2$, e o D no eixo y...

Nos próximos exercícios nós vamos usar indicações como

$$\underbrace{3}_{\text{em } x}$$

em subexpressões de expressões maiores, e vocês vão ter que seguir essas indicações pra representar tudo graficamente...

Exemplo (veja o PDF!):

$P(2) =$ 

Item extra pro Exercício 1:

o) $P(1.5)$

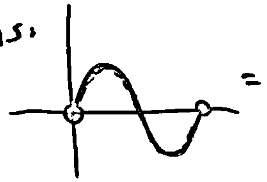
Exercício 2

Represente graficamente os seguintes conjuntos:

$A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x\in[1,2),\ y\in[1,2)\}$

$B=\{(x,2x) \mid x\in[1,2)\}$

$C=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0\le x \ \land\ x+y<2\}$

Dicas:  $=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x\in(0,2\pi],\ y=\operatorname{sen} x\}$

Exercício 3:

Aqui as definições são as mesmas do exercício 1, mas você só vai representar o resultado de cada $P(\alpha)$ em $(0,\alpha)$...

Não desenhe as coisas que ficavam sobre o eixo x ou sobre o gráfico da f.

a) Represente graficamente $\underbrace{P(y)}_{\text{em } (0,y)}$ para $y=0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, \ldots, 4$.

b) Represente graficamente $\underbrace{P(y)}_{\text{em } (0,y)}$ para $y\in[0,4]$.

c) Represente graficamente $\{y\in[0,4] \mid P(y)\}$.

$\boxed{\text{C2 19/maio/2022}}$

TURMA E1 – TARDE

HOJE: ATÉ AS 14:45, TERMINAR O EXERCÍCIOS DE SUPS E INFS;
A PARTIR DAS 14:45 A GENTE COMEÇA A VER SUPS E INFS "DE VERDADE" NO PDF SOBRE SUPS E INFS.

$V = 1 = 0$

$F = 0 = 0$

$\wedge$ &&

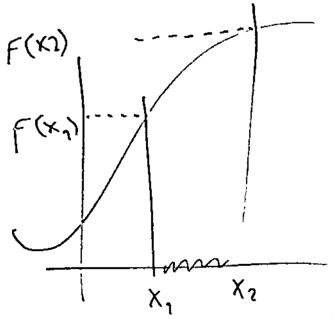
$\vee$ ||

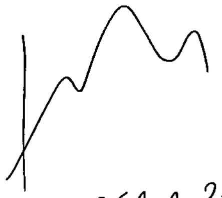
$1 \;||\; 1 \;||\; 0$

$\underbrace{\underbrace{V \vee V}_{V} \vee F}_{V}$

$F \wedge F = F$
$F \wedge V = F$
$V \wedge F = F$
$V \wedge V = V$

$F \vee F = F$
$F \vee V = V$
$V \vee F = V$
$V \vee V = V$





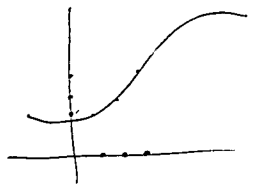
$\underbrace{2 \le 1}_{F} \wedge \underbrace{2 \le 2}_{V} \wedge \underbrace{2 \le 3}_{V} \wedge \ldots$

$\forall x \in \{7,8,9\}. (4 \le f(x)) = 4 \le f(7) \wedge$
$4 \le f(8) \wedge$
$4 \le f(9)$

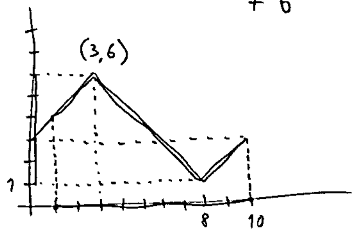
$A = \{2,3,4\}$

$B = \{(2,f(2)),(3,f(3)),(4,f(4))\}$

$C = \{f(2), f(3), f(4)\}$



$\sum_{i=3}^{6} k^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$



a) $[\mathrm{supi}]_{\{1,10\}} = \sum_{i=1}^{1} \mathrm{supi}(f([a_i,b_i]))(b_i - a_i)$
$= \mathrm{supi}(\underbrace{f([1,10])}_{[1,6]})(10-1)$

$\underbrace{\qquad}_{6}$

$\sum_{i=3}^{6} k^2 = k^2[k:=3] + k^2[k:=4] + k^2[k:=5] + k^2[k:=6]$
$= 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$

$\forall k \in \{2,3,4\}. P(k) = P(2) \wedge P(3) \wedge P(4)$

$P(0)$

$\sum_{k=2}^{4} f(k) = f(2) + f(3) + f(4)$

$[1,9]_{2^1} = [1,9]_2 = \{1,5,9\}$

$[\mathrm{supi}]_{[1,9]_{2^1}} = [\mathrm{supi}]_{\{1,5,9\}}$

$\forall \underbrace{\quad}_{\text{VAR}} \in \underbrace{\quad}_{\text{CONJ}} . \underbrace{\qquad}_{\text{PROP}}$

$\forall \underbrace{x}_{\text{VAR}} \in \underbrace{\{7,8,9\}}_{\text{CONJ}} . \underbrace{2 \le x}_{\text{PROP}}$

$\sum_{\underbrace{x}_{\text{VAR}} = \underbrace{2}_{\text{NUM}}}^{\underbrace{9}_{\text{NUM}}} \underbrace{x^2}_{\text{EXPR}}$

C2 20/maio/2022

Turma C1-manhã

Hoje vamos fazer mais exercícios do PDF sobre infs e ...

Exercício 2

Represente graficamente os seguintes conjuntos:

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [1,2], y \in [1,2]\}$

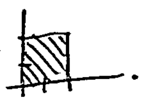
$B = \{(x,2x) \mid x \in [1,2]\}$

$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \wedge x+y < 2\}$

Dica pro exercício 2

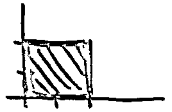
ou: Como debugar representações gráficas!

Em casos simples nós podemos definir conjuntos por desenhos.

Seja $A' =$ 

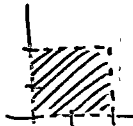
Pergunta: $(2,2) \in A'$?

Resposta: não dá pra saber, porque a pessoa que desenhou o A' não desenhou o A' nem como



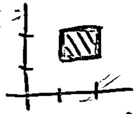
- usando linhas grossas na fronteira

nem como



usando linhas tracejadas...

Então "$(2,2) \in A'$" "dá erro" e $A \neq A'$.

Agora seja $A'' =$ 

Temos $(2,2) \in A''$, e $(2,2) \notin A$... então $A \neq A''$.

$(1,3) \in B$?
$(1,3) \in B'$?

$(2,-1) \in C$?
$(2,-1) \in C''$?

$(1.5, 2 \cdot 1.5) \in B$: sim
$(1.5, 2 \cdot 1.5) \in B'$?

$(3,-1) \in C$?
$(3,-1) \in C'''$?

$(1.5,0) \in C$?
$(1.5,0) \in C''$?

$(0,-1) \in C$?
$(0,-1) \in C'$?

$A = \{2,3,4\}$
$B = \{(2,f(2)),(3,f(3)),(4,f(4))\}$
$C = \{f(2),f(3),f(4)\}$

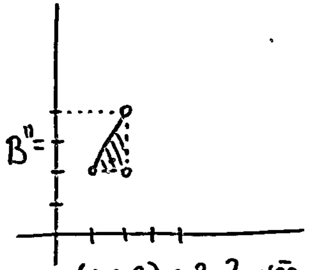
$(0,-1) \in C$? sim
$(0,-1) \in C'$?

$$\underbrace{\underbrace{0 \leq \underbrace{x}_{0}}_{V} \wedge \underbrace{\underbrace{\underbrace{x}_{0}+\underbrace{y}_{-1}}_{-1} < 2}_{V}}_{V}$$

$(2,2) \in C$?
$(2,2) \in C'$?

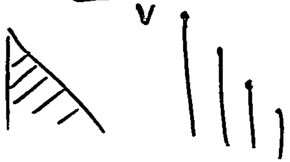
$(0.5,0) \in C$? sim
$(0.5,0) \in C'$? não

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{x}_{0.5}+\underbrace{y}_{0}}_{0.5} < 2}_{V}$$

$B'' =$ 

$(1.5,2) \in B$? não
$(1.5,2) \in B'$? sim

$(1.5,2.1) \in B$? não
$(1.5,2.1) \in B''$?



$A = \{1,2,3,4\}$
$P : A \to \{F,V\}$
$a \mapsto a \leq 2$

$B = \{a \in A \mid P(a)\} = \{1,2\}$

$P = \{(1,P(1)), (2,P(2)), (3,P(3)), (4,P(4))\} = \{(1,V),(2,V),(3,F),(4,F)\}$

C2 24/maio/2022

~~Turma~~ C1 - Tarde

Acessem o PDF sobre infs e sups — a principal coisa que a gente vai fazer hoje é o exercício 2 dele.

Amanhã vamos ver os exercícios 3 e 4, que acho que dependem do 2.

Se vocês forem ajudar as pessoas que foram no enfermo por favor não dêem as respostas como figuras... ao invés disso façam o papel do "O".

$$C = \{(\underbrace{x}_{1}, \underbrace{y}_{-1}) \in \mathbb{R}^2 \mid \underbrace{\underbrace{0 \leq \underbrace{x}_{1}}_{V} \land \underbrace{\underbrace{\underbrace{x}_{1} + \underbrace{y}_{-1}}_{0} < 2}_{V}}_{V}\}$$

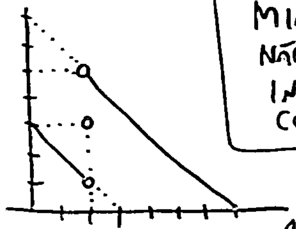
$(1,-1) \in C$? sim

C2 26/maio/2022

TURMA C1 - MANHÃ

① Acessem o PDF sobre infs e sups - eu consegui escrever direito as regras do jogo de encontrar as representações gráficas certas - e terminem o exercício 2. Depois façam isso aqui:

Exercício 1

a) Sejam $f(x) =$  e $B=[1,3]$. Encontre as representações gráficas dos conjuntos C, D, D', L, U da página 3 do PDF.

b) (Obs: faça este primeiro se você achar o item a difícil demais) Idem, mas com $f(x)=x+2$ e $B=[1,2]$.

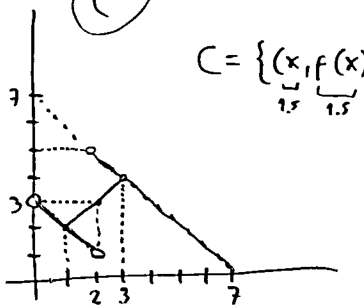
Obs: vejam se vocês já conseguem fazer tanto o papel do "p" quanto o do "o".

AVISO SEM NADA A VER:

Eu vou fazer uma oficina sobre Emacs, Emacs Lisp e eev em algum momento desse fim de semana (incluindo segunda e terça).

Mínimo: uma pessoa. Não tem pré-requisitos. Interessados falem comigo.

C''

$C''=$ 

$(0.5, 2.5) \in C''$? sim

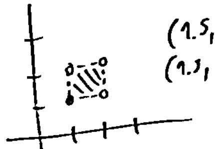
$(0.5, 2.5) \in C$? não !!

$C = \{(\underbrace{x}_{1.5}, \underbrace{f(x)}_{1.5}) \mid \underbrace{x}_{1.5} \in \underbrace{B}_{[1,3]}\}$

$[1,3]$

P.C.

$\{2,3\} \times \{4,5\} = \{(2,4), (2,5), (3,4), (3,5)\}$

$A' =$ 

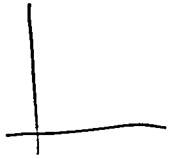
$(1.5, 1) \in A'$? não

$(1.5, 1) \in A$? sim

$A = \{(\underbrace{x}_{1.5}, \underbrace{y}_{1}) \in \mathbb{R}^2 \mid \underbrace{\underbrace{\underbrace{x \in [1,2)}_{1.5}}_{V} \land \underbrace{\underbrace{y \in [1,2)}_{1}}_{V}}_{V}\}$

$1 \in L''$? não

$1 \in L$?

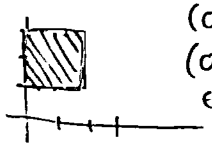
$C''=$ 

$(1.5, 2.5) \in C''$? sim

$(1.5, 2.5) \in C$? não

$C = \{(x, f(x)) \mid x \in B\}$

$B = [1,3]$

$J =$ 

$(0,1) \in J$? sim

$(0,1) \in C$? não

então $J \not\subseteq C$

$2.5 \in P$? sim

$2.5 \in \Pi$?

$\forall \underbrace{\;}_{\text{var}} \in \underbrace{\;}_{\text{conj}} . \underbrace{\;}_{\text{prop}}$

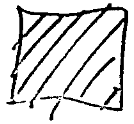
$\sum_{i=2}^{4} k^i = (k^i)[i:=2] + (k^i)[i:=3] + (k^i)[i:=4] = k^2+k^3+k^4$

$\forall x \in \{7,8,9\}. P(x) = P(7) \land P(8) \land P(9)$

$P(0) = (\forall x \in \{7,8,9\}. 0 \leq f(x))$

$(1.5, 2) \in C'$? sim

$(1.5, 2) \in C$?



$(0,0) \in J$?

C2 26/MAIO/2022

TURMA E1 - TARDE

HOJE:

- TIRAR TODAS AS DUVIDAS DO EXERCÍCIO 2
- FAZER UM EXERCÍCIO GIGANTE COM ENUNCIADO PEQUENO QUE EU TOU DIGITANDO AGORA (E QUE A OUTRA TURMA FEZ A PARTIR DO QUADRO)

$C = \{(x$

C2 27/maio/2022

TURMA C1-MANHÃ

HOJE: VAMOS TERMINAR TODOS OS EXERCÍCIOS QUE JÁ ESTÃO NO PDF SOBRE INFS E SUPS (E FAZER MAIS ALGUNS QUE EU VOU DIGITAR DURANTE A AULA...)

EXERCÍCIO 1

SEJA $D=(1,2)$ (UM INTERVALO ABERTO). USE AS DEFINIÇÕES DO SLIDE 3 PRA CALCULAR L E U A PARTIR DESSE D (SEM O B!) E DESCUBRA O VALOR DE CADA UMA DESTAS EXPRESSÕES:

a) $\inf D = 0$ d) $\sup D = 1$

b) $\inf D = 1$ e) $\sup D = 2$

c) $\inf D = 2$ f) $\sup D = 3$

EXERCÍCIO 2: USE O QUE VOCÊ APRENDEU ACIMA – E OLHÔMETRO – PRA CALCULAR $\inf D$ E $\sup D$ QUANDO $D=(1,2)$.

DÁ PRA PROVAR QUE $\forall D \subset \mathbb{R}$ (OU $\forall D \subset \overline{\mathbb{R}}$) $\exists! \alpha.\ \inf D = \alpha$. SÓ QUE EU VOU PEDIR QUE VOCÊS ACREDITEM QUE ISSO É VERDADE...

$$(\inf(f(B)) = \alpha) = (\ \dots\ )$$

$$(\inf D = \alpha) = (\ \dots\ )$$

TRUQUE: $\inf D$ VAI SER DEFINIDO COMO O ÚNICO $\alpha \in \overline{\mathbb{R}}$ TAL QUE $\inf D = \alpha$.

EXERCÍCIO 3: SEJA $D=\mathbb{R}$. CALCULE L, U, $\inf D$, $\sup D$.

EXERCÍCIO 4: IDEM, MAS COM $D=\emptyset$

~~$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x \wedge x+y \le 0\}$~~

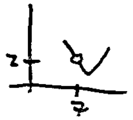
$C = \{(x, f(x)) \mid x \in B\}$

$$P(\alpha) = \forall x \in B.\ \alpha \le f(x)$$

$$P(4) = \forall x \in B.\ 4 \le f(x)$$

$$= \underbrace{\underbrace{4 \le \underbrace{f(7)}_{2}}_{F} \wedge \underbrace{4 \le \underbrace{f(8)}_{1}}_{F} \wedge \underbrace{4 \le \underbrace{f(9)}_{2}}_{F}}_{F}$$

$$\underbrace{\alpha \le f(x)}_{\text{em } (x, f(x))} \qquad \underbrace{\underbrace{4 \le \underbrace{f(7)}_{2}}_{F}}_{\text{em } (\underset{7}{7}, \underset{2}{f(7)})}$$



$D = \emptyset$

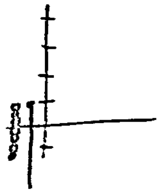
$L = \overline{\mathbb{R}} = [-\infty, +\infty]$

$$(\inf \underset{\emptyset}{D} = \underset{-\infty}{\alpha}) = \underbrace{\underset{-\infty}{\alpha} \in \underset{\overline{\mathbb{R}}}{L}}_{V} \wedge \forall \ell \in \underset{\overline{\mathbb{R}}}{L}.\ \ell \le \underset{-\infty}{\alpha}$$

$4 \le -\infty$

$U = [2, +\infty]$ $L = [-\infty, 1]$

$$\underbrace{(\inf \underset{[1,2]}{D} = \underset{0}{\alpha})}_{?} = \underbrace{\underbrace{\underset{0}{\alpha} \in \underset{[-\infty,1]}{L}}_{V} \wedge \forall \ell \in L.\ \underset{\text{em } (9,0)}{\ell \le \alpha}}_{F}$$



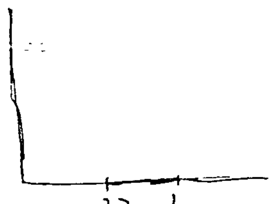
C2 - 1º/Junho/2022

Turma E1 - Tarde

Eu imaginei que muitas pessoas da turma faltariam na semana passada por causa do enfermo, então as aulas da semana passada seriam mais ou menos opcionais e a gente faria uma revisão delas nessa semana...

Hoje:

Terminar o exercício 2 do PDF de infs e sups, e fazer os exercícios 3, 4, 5, 6.

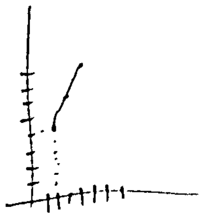


$\{(x,2x) \mid x \in \{2,3,4\}\}$

$\| $

$\{(x,f(x)) \mid x \in [1,3]\}$ $\quad \{(2,2\cdot 2),(3,2\cdot 3),(4,2\cdot 4)\}$

$= \{(2,4),(3,6),(4,8)\}$



$P(\alpha) = \forall \underbrace{x}_{\text{em } (x,0)} \in B.\ \underbrace{\underbrace{\underbrace{\alpha}_{\text{em } (0,\alpha)} \le f(\underbrace{x}_{(x,0)})}_{(x,f(x))}}_{(0,\alpha)}$

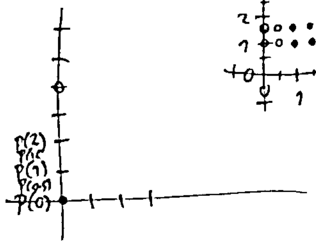
$P(\alpha) = \underbrace{(\alpha \le f(x))[x:=7]}_{\text{em } (x,f(x))} \wedge \underbrace{(\alpha \le f(x))[x:=8]}_{\text{em } (x,f(x))} \wedge \dots$

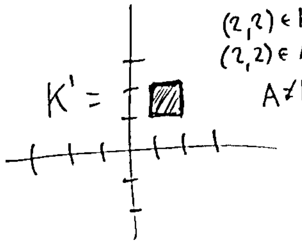
$\underbrace{\underbrace{(\alpha \le f(7))}_{F}}_{\text{em } (7,\underbrace{f(7)}_{2})}$

Exercício 3.

$P(\alpha) = \underbrace{\forall x \in B.\ \alpha \le f(x)}_{\text{em } (0,\alpha)}$

$P(0), P(0.5), P(1) \dots$

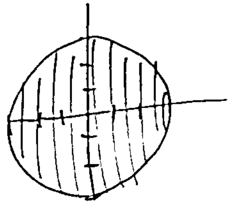


$K' =$ 

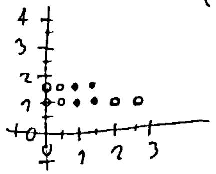
$(2,2) \in K'$? sim

$(2,2) \in A$? não

$A \neq K'$

$A' =$ 

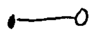
$(1,2) \in A$?



$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [1,2) \wedge y \in [1,2)\}$

$[1,2) = \{\underset{2}{x} \in \mathbb{R} \mid \underbrace{\underbrace{1 \le \underset{2}{x}}_{V} \wedge \underbrace{\underset{2}{x} < 2}_{F}}_{F}\}$

$2 \notin [1,2)$



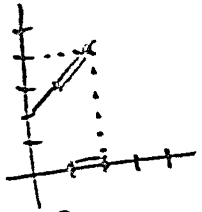
$\boxed{\text{C2 2/Junho/2022}}$

Turma C1 - Manhã

Hoje: vamos continuar tirando todas as dúvidas do PDF sobre infs e sups, e quem já tiver feito todos os exercícios pode dar uma olhada no link que eu mandei pelo Telegram. Vou digitar um exercício sobre isso agora!

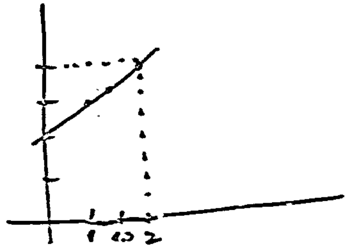
6) $B = [1,2]$

$f(x) = x+2 =$



$C = \{(x, f(x)) \mid x \in B\}$

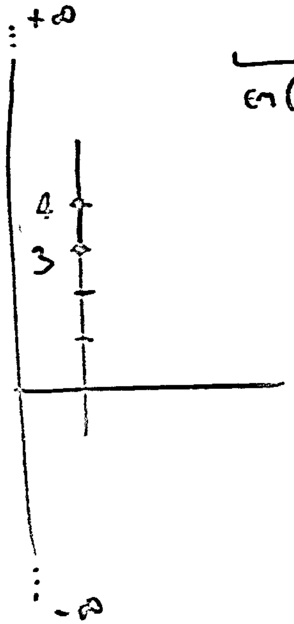
6') $B = \{1, 1.5, 2\}$

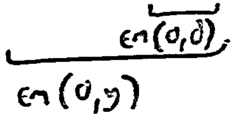


6'') $B = \{1, 1.25, 1.5, 1.75, 2\}$

$D = [3,4]$

$L = \{y \in \overline{\mathbb{R}} \mid \forall d \in D.\ y \leq d\}$



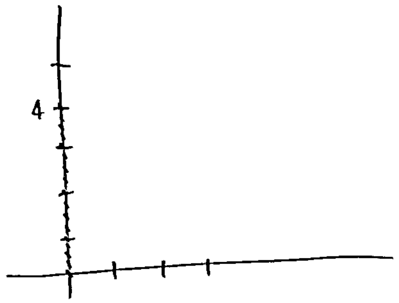


$\boxed{\text{C2 2/junho/2022}}$

TURMA E1-TARDE

HOJE: VAMOS CONTINUAR FAZENDO OS EXERCÍCIOS E TIRANDO AS DÚVIDAS DELES... <u>ALGUMAS</u> PESSOAS DA OUTRA TURMA JÁ COMEÇARAM A FAZER O EXERCÍCIO 7.

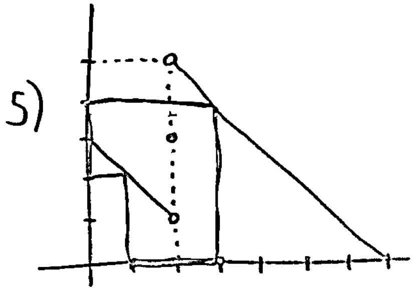
AVISO SEM NADA A VER: SE ALGUÉM ESTIVER INTERESSADO EM LISP, ORG, EMACS E NO SISTEMA QUE EU USO PRA CONTROLAR TUDO A PARTIR DO EMACS, FALE COMIGO! ELE FICOU MUITO FÁCIL DE INSTALAR NO WINDOWS NOS ÚLTIMOS DIAS (OFICINA NO SÁBADO + SESSÃO DE DEBUGAMENTO COM UMA PESSOA QUE USA WINDOWS ONTEM).



$$P(\alpha) = \underbrace{\forall \underbrace{x \in B}_{\text{em }(x,0)} .\ \underbrace{\underbrace{\alpha}_{\text{em }(0,\alpha)} \leq f(x)}_{\text{em }(x,f(x))}}_{\text{em }(0,\alpha)}$$

$$\underbrace{P(\alpha)}_{\text{em }(0,\alpha)}$$

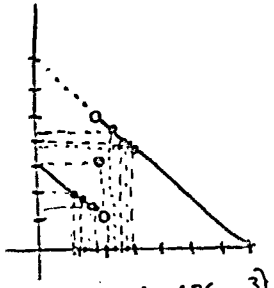
5)



$B = [1,3]$

$C = \{(x, f(x)) \mid x \in B\}$

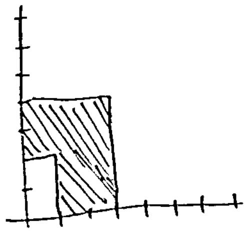
5')



$B = \{1, 1.25, 1.5, 1.75, \ldots, 3\}$

$C = \{(x, f(x)) \mid x \in B\}$

$C' =$



C2 3/JUN/2022

EU ACRESCENTEI ALGUMAS COISAS NO PDF... MELHOREI O EXERCÍCIO 1 E PUS DUAS PÁGINAS DE DICAS PRA ELE, PUS UM "EXERCÍCIO 8" LOGO DEPOIS DAS DEFINIÇÕES DOS "$\overline{\underline{\int}}$ S",

QUE SÃO AS DIFERENÇAS ENTRE UMA APROXIMAÇÃO POR CIMA E UMA POR BAIXO, E AGORA TOU FAZENDO UMAS FIGURAS QUE FINGEM TER INFINITAS BOLINHAS.

VOCÊS AINDA ESTÃO BEM MAIS ADIANTADOS NA MATÉRIA QUE A OUTRA TURMA, ENTÃO APROVEITEM PRA TIRAR DÚVIDAS DE TODOS OS EXERCÍCIOS MAIS IMPORTANTES — QUE SÃO TODOS MENOS O 4 :)

C2 15/junho/2022

Hoje: duas propriedades da integral; alguns exercícios de calcular integrais no olhômetro.

$$\frac{d}{dx}\left(k\, f(x)\right) = k\,\frac{d}{dx} f(x)$$

$$\int_{x=a}^{x=b} k\, f(x)\,dx = k \int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx$$

Exemplos: Área( ) = $\frac{2}{3}$ Área( )

$= \frac{2}{3}\cdot 16 = 32/3$

$f(x) = 4x - x^2$

$\int_{x=0}^{x=4} f(x)\,dx = 32/3$

$k = \frac{1}{2} \Rightarrow \underbrace{\int_{x=0}^{x=4} \frac{1}{2} f(x)\,dx}_{\text{Área}(\ )} = \frac{1}{2} \underbrace{\int_{x=0}^{x=4} f(x)\,dx}_{\text{Área}(\ )}$

... isso também vale pra $k<0$!

$k=-1 \Rightarrow \underbrace{\int_{x=0}^{x=4} -1\, f(x)\,dx}_{\text{Área}(\ )} = -1 \underbrace{\int_{x=0}^{x=4} f(x)\,dx}_{\text{Área}(\ )}$

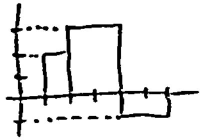
Truque pra interpretar integrais com "limites de integração na ordem errada"...

$$\int_{x=\alpha}^{x=\beta} f(x)\,dx = -\int_{x=\beta}^{x=\alpha} f(x)\,dx$$

Mais uma propriedade:

Se $\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx$ "é um retângulo" então $\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx$ é a área desse retângulo (com sinal).

Exemplos:

Se $f(x) =$ 

então: $\int_{x=1}^{x=2} f(x)\,dx = 2\cdot(2-1)$,

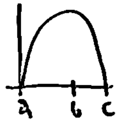
$\int_{x=3}^{x=4} f(x)\,dx = 3\cdot(4-3)$,

$\int_{x=4}^{x=6} f(x)\,dx = -1\cdot(6-4)$.

2ª propriedade:

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx + \int_{x=b}^{x=c} f(x)\,dx = \int_{x=a}^{x=c} f(x)\,dx \qquad (\star)$$

Exemplo simples:



Área( ) + Área( ) = Área( )

Exemplo estranho:

$(\star)\begin{bmatrix} a:=0 \\ b:=4 \\ c:=3 \end{bmatrix} = \left(\int_{x=0}^{x=4} f(x)\,dx + \int_{x=4}^{x=3} f(x)\,dx = \int_{x=0}^{x=3} f(x)\,dx\right) = \left(\int_{x=0}^{x=4} f(x)\,dx - \int_{x=3}^{x=4} f(x)\,dx = \int_{x=0}^{x=3} f(x)\,dx\right)$

?

Exercício 1

Seja $f(x)$ a função acima. Calcule:

a) $\int_{x=1.5}^{x=2} f(x)\,dx$

b) $\int_{x=2}^{x=4} f(x)\,dx$

c) $\int_{x=1.5}^{x=4} f(x)\,dx$

d) $\int_{x=1.5}^{x=6} f(x)\,dx$.

Exercício 2

Seja $f(x)$ a função acima, e seja:

$$F(p) = \int_{x=2}^{x=p} f(x)\,dx.$$

Calcule $F(2), F(2.5), F(3), F(3.5), \ldots, F(6), F(1.5), F(1), F(0.5), F(0)$.

Este exercício é parecido com o MT3 do semestre passado. Veja o Telegram!

C2 15/JUNHO/2022

EXERCÍCIO 3

NO EXERCÍCIO 2 VOCÊ OBTEVE ALGUNS VALORES DA FUNÇÃO $F(x)$, MAS NÃO TODOS...

POR EXEMPLO, VOCÊ AINDA NÃO CALCULOU $F(2.1)$.

FAÇA UM GRÁFICO COM OS PONTOS $(x, F(x))$ QUE VOCÊ JÁ CALCULOU, E DISCUTA COM OS SEUS COLEGAS PRA TENTAR DESCOBRIR O JEITO CERTO DE LIGÁ-LOS.

EXERCÍCIO 4

FAÇA O GRÁFICO DA FUNÇÃO $\frac{d}{dx} G(x)$, ONDE ESSA $G(x)$ É A FUNÇÃO DO MT3.

OBS: ELA NÃO É DERIVÁVEL EM TODO PONTO!

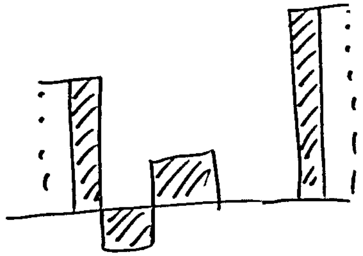
C2 22/JUNHO/2022

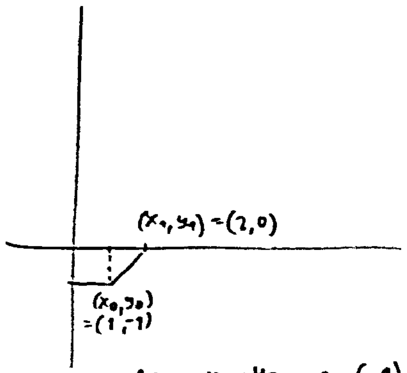
TURMA E1 - TARDE

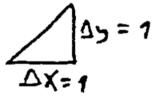
HOJE: PREPARAÇÃO PRO MINI-TESTE!

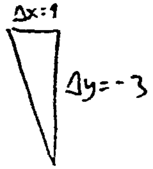
$$G(x) = \int_{t=3.5}^{t=x} f(t)\,dt$$

$$G(8.5) = \int_{t=3.5}^{t=8.5} f(t)\,dt$$









$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{0-(-1)}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$$

$(2, F(2))$

$(x, F(x))$ $[x := 2]$

$= (2, F(2)) = (2,0)$

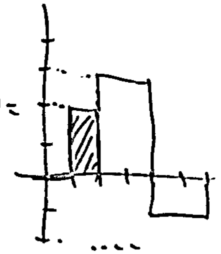
DICA: $C = \{(0,F(0)), (0.5, F(0.5)), \ldots, (6, F(6))\}$

$F(0) = -2$

$$F(\beta) = \int_{x=2}^{x=\beta} f(x)\,dx$$

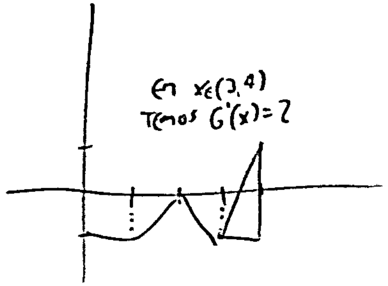
$$F(0) = \int_{x=2}^{x=0} f(x)\,dx$$

$$= -\int_{x=0}^{x=2} f(x)\,dx = -2$$

$f(x) =$ 

$$F(4) = \int_{x=2}^{x=4} f(x)\,dx = 6$$

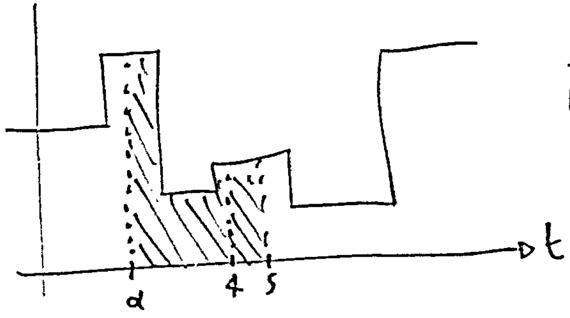
$$\int_{x=2}^{x=6} f(x)\,dx = \underbrace{\int_{x=2}^{x=4} f(x)\,dx}_{6} + \underbrace{\int_{x=4}^{x=6} f(x)\,dx}_{-2} = 4$$



$\boxed{\text{C2 23/junho/2022}}$

HOJE: PREPARAÇÃO PRO MINI-TESTE DE AMANHÃ, QUE VAI SER PARECIDO COM O MT3 DO SEMESTRE PASSADO! TUDO QUE A GENTE VAI FAZER HOJE ESTÁ NO PDF SOBRE O TFC1!

$f(t) =$

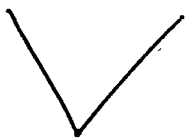


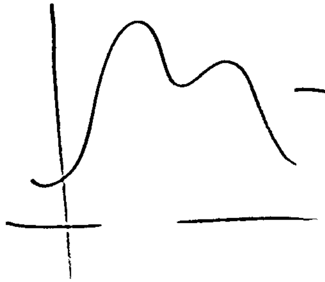
$$F(x) = \int_{t=\alpha}^{t=x} f(t)\,dt \quad (*)$$

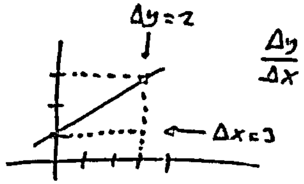
$(*)\,[x := 4]$:

$$F(4) = \int_{t=\alpha}^{t=4} f(t)\,dt$$

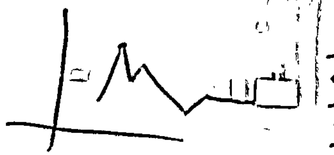
$F(5)$



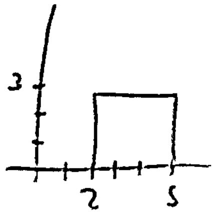




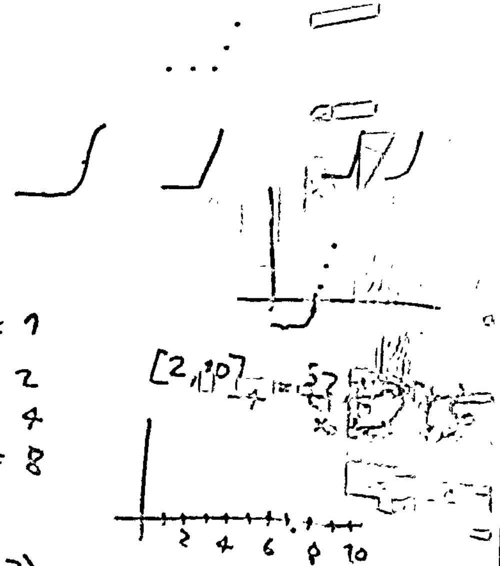
$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{3}$



$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$



$3\cdot(5-2)$
$3\cdot(2-5)$



$[2,10]$

$\boxed{\text{C2 23/Junho/2022}}$

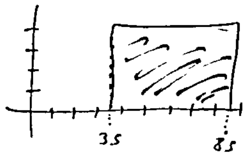
TURMA E1

Hoje:

Até às 15:30: exercícios e dúvidas

15:30 - 15:50: mini-teste.

$$G(8.5) = \cancel{\int_{t=3.5}^{t=8.5} f(t)\,dt} = \int_{t=3.5}^{t=8.5} 4\,dt$$

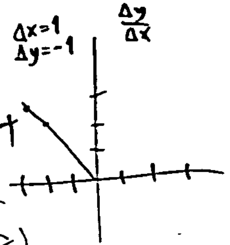
$=$ 

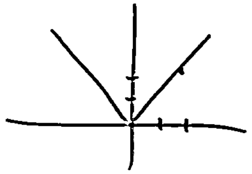
No MTB:

$$G(x) = \int_{t=3.5}^{t=x} f(t)\,dt \qquad (*)$$

$$(*)[x:=8.5]: \quad G(8.5) = \int_{t=3.5}^{t=8.5} f(t)\,dx$$

$$G(8.5) = \underbrace{\underbrace{\underbrace{\int_{t=3.5}^{t=4} f(t)\,dt}_{2(4-3.5)}}_{2\cdot 0.5=1} + \underbrace{\underbrace{\int_{t=4}^{t=5} f(t)\,dt}_{-1(5-4)}}_{-1} + \underbrace{\int_{t=5}^{t=6} f(t)\,dt}_{1} + \underbrace{\int_{t=6}^{t=8} f(t)\,dt}_{0} + \underbrace{\underbrace{\int_{t=8}^{t=8.5} f(t)\,dt}_{4(8.5-8)}}_{4\cdot 0.5=2}}_{3}$$





$f(x) = |x|$

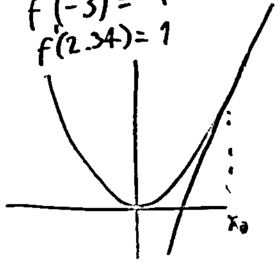
$f'(2) = 1$

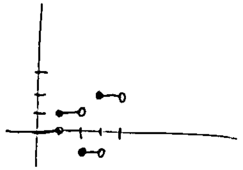
$f'(-3) = -1$

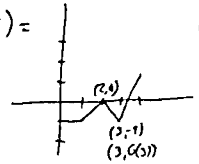
$f'(2.34) = 1$

$f'(-99) = -1$

$f'(0)$ não existe



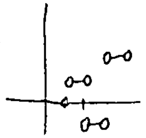
$f(x) =$ 

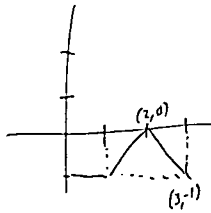
$G(x) =$ 

$G'(2)$

$\lim_{x\to 0^+} h(x) \neq \lim_{x\to 0^-} h(x)$

$\lim_{x\to 0} h(x)$ não existe

$G'(x) =$ 



$\Delta x = 1$

$\Delta y = -1$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -1$

$\boxed{\text{C2 24/junho/2022}}$

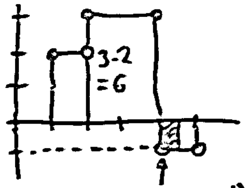
TURMA C1

12:30 - 12:50:
MINI-TESTE 1!
ATÉ LÁ: DÚVIDAS!

NA AULA QUE VEM
A GENTE VAI COMEÇAR
A VER COMO ESCREVER
CONTAS E DEMONSTRAÇÕES
PASSO A PASSO - MAS
HOJE O MODO DE
ESCREVER NÃO É IMPORTANTE.

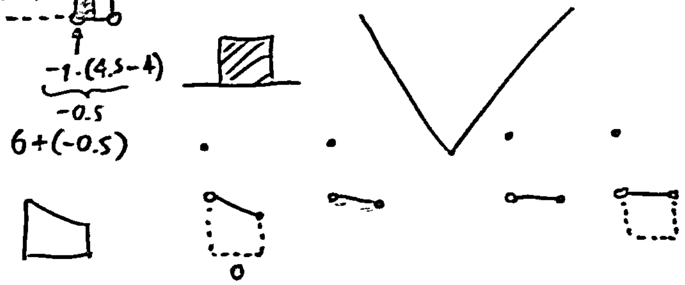
UMA DAS COISAS QUE A
GENTE VAI VER NA AULA
QUE VEM É UM JOGO
PARECIDO COM O DOS
REPRESENTAÇÕES DE
CONJUNTOS, MAS PRA
DEDICAR O EXERCÍCIO
DO MINI-TESTE.

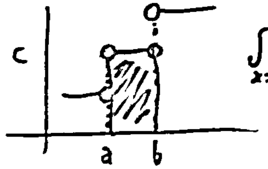
$f(4)=3$



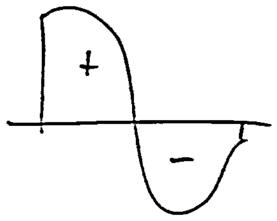
$\underbrace{-1\cdot(4.5-4)}_{-0.5}$

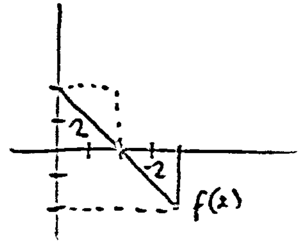
$6+(-0.5)$





$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx = c\cdot(b-a)$





$\int_{x=0}^{x=4} f(x)\,dx = 2+(-2)=0$

C2 29/Junho/2022

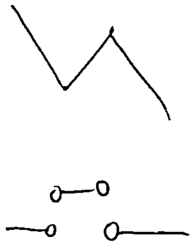
Turma E1

Hoje: como debugar exercícios parecidos com o do mini teste usando um jogo parecido com o jogo das representações gráficas de conjuntos 2D!

Aqui o oponente (o jogador 0) vai dizer coisas tipo "verifica F(3)"

$\underbrace{f(1.234562)}$

$f(10)$ não exista, ou: não está definida



$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$

$F(\underbrace{-1}_{x}) = \begin{cases} \underbrace{\underbrace{\alpha}_{4} + \underbrace{\int_{t=\underbrace{\beta}_{-1}}^{t=\underbrace{x}_{-1}} f(t)\,dt}_{0}}_{4} \\ \\ \end{cases}$

Jogador 0:

"Confere F(2.5)"

· confere F(0.1) F(0.5)

· confere F(-0.1) F(-0.5)

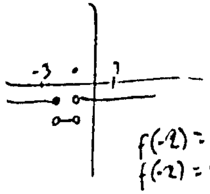
F(0.001)

F(-0.001)

F

$\int_{t=1}^{t=3} f(t)\,dt = \underbrace{\int_{t=1}^{t=2} f(t)\,dt}_{2} + \int_{t=2}^{t=3} f(t)\,dt$

$4 - \overbrace{\int_{t=-5}^{t=-1} f(t)\,dt}$



$f(-1) = -2$

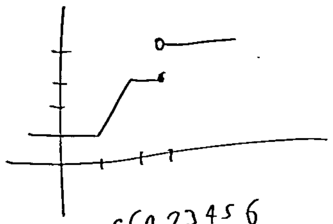
$f(-2) = -1$

$\boxed{\text{C2 30/JUN/2022}}$

TURMA C1

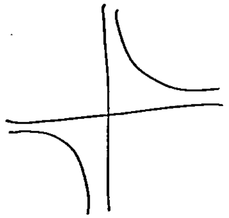
OS EXERCÍCIOS QUE EU ACABEI DE DISTRIBUIR VÃO SERVIR PRA VÁRIAS COISAS:

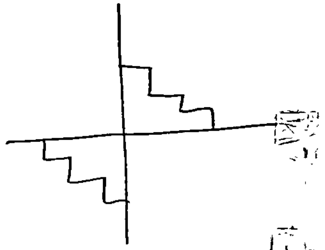
- COMO PREPARASÃO PRA GENTE ENTENDER ANTIDERIVADAS (OU "PRIMITIVAS")
- PRA GENTE ENTENDER PORQUE E COMO A FÓRMULA $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$ ESTÁ ERRADA
- PRA GENTE APRENDER A DEBUGAR REPRESENTASÕES GRÁFICAS DE FUNSÕES — E ISSO VAI SER PREPARASÃO PRA GENTE APRENDER A DEBUGAR DEMONSTRASÕES



f(1.2 3 4 5 6

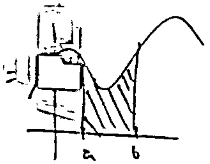
$f(x) = \frac{1}{x} =$





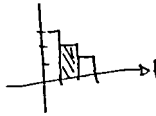
$F(x) = \int_{x=\dots}^{x=\dots} \frac{1}{x}\,dx$

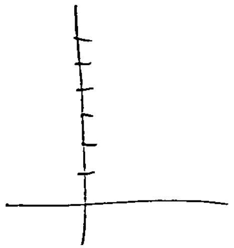
$f(x) =$



$\int_{x=2}^{x=6} f(x)\,dx$

$F(2) = \begin{cases} \dots \\ 3 + \underbrace{\int_{t=1}^{t=2} f(t)\,dt} \end{cases}$





$F(2)$, $F(3)$

$F(0.5)$

$F(0.0001)$

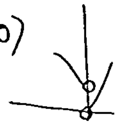
$F(1)$

$F(2)$

$F(-0.5)$

ou $F(-0.0001)$

$F(0)$



C2 30/JUN/2022

TURMA E1

HOJE: DÊEM UMA OLHADA NO PDF SOBRE A DERIVADA DA FUNÇÃO INVERSA! VAMOS PASSAR BOA PARTE DA AULA TRABALHANDO NA "DEMONSTRAÇÃO COMPLICADA" DA PÁGINA 4 DELE.

ATÉ 15:15:

FAÇAM OS ITENS a e b DO EXERCÍCIO 1 DO PDF NOVO!

DEPOIS: UM JOGO SOBRE A "DEMONSTRAÇÃO COMPLICADA"!

O: PORQUE $\overset{(2)}{=}$?

P: PELA [DFI]

O: QUAL CASO PARTICULAR DA [DFI]?

P: $[DFI]\begin{bmatrix} f(x) := e^x \\ f'(x) := e^x \\ g(x) := \ln x \\ g'(x) := \ln' x \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \text{SE} & e^{\ln x} = x \\ \text{ENTÃO} & \vdots \\ & \ln' x = \frac{1}{e^{\ln x}} \end{pmatrix}$

O: PORQUE $\overset{(4)}{=}$?

P: POR $\exp(\ln(x)) = x$, PORTANTO $1/\exp(\ln(x)) = 1/x$

EXERCÍCIOS:

a) JUSTIFIQUE ~~A IGUALDADE~~ $\overset{(1)}{=}$.

OBS: AQUI VOCÊ PODE RESPONDER COM O NOME DE UMA FÓRMULA BEM CONHECIDA.

b) JUSTIFIQUE $\overset{(6)}{=}$.

c) JUSTIFIQUE $\overset{(7)}{=}$.

d) JUSTIFIQUE $\overset{(12)}{=}$.

$f(y) := y^2$

$(\text{sqrt}(x))^2$

$[S1] = \begin{bmatrix} f(x) := e^x \\ f'(x) := e^x \\ g(x) := \ln x \\ g'(x) := \ln' x \end{bmatrix}$

$\begin{pmatrix} \text{SE} & f(g(x)) = x \\ \text{ENTÃO} & \dots \end{pmatrix}[S1] =$

$(f(g(x)))[S1] =$

$e^{\ln x}$

$\begin{pmatrix} \text{SE} & e^{\ln x} = x \\ \text{ENTÃO} & \dots \end{pmatrix}$

C2 1º/julho/2022

Turma C1

Leiam o PDF sobre derivada da função inversa!

Recomendação: Façam só os itens a e b do exercício 1 — pule os outros itens dele.

$F(x) =$

$F(x) = \int f(x)\,dx$

$F(0.5)$

$[DFI]\left[\;\; \begin{matrix} \cdots \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix} \;\;\right] = (\ldots)$

$[S1] = \begin{bmatrix} f(x) := e^x \\ f'(x) := e^x \\ g(x) := \ln x \\ g'(x) := \ln' x \end{bmatrix}$

$(f(g(x)))[S1] = e^{\ln x}$

$(\text{Se } f(g(x)) = x)[S1] = (\text{Se } e^{\ln x} = x)$

$x\,[S1] = x$

$[DFI]\left[\;BLA\;\right] = (S21)$

$(S21) = BLA\ 2$

$[DFI]\left[\;BLA\;\right]$

$[DFI] = BLA\ 2$

$2 \cdot 3 = (S21)$

$(S21) = 6$

$2 = 6$

$(2 + x = y)[x := 10] = (12 = y)$

$\text{Se } \frac{d}{dx} \ln(-x) \overset{(16)}{=} \ln'(-x) \cdot -1$

$\text{Então } \frac{d}{dx} \ln(-x) \overset{(17)}{=} 1/(-x) \cdot (-1)$

O: Porque $\overset{(17)}{=}$?

P: Por $\ln'(x) = 1/x$.

O: Qual caso particular disso?

P: $(\ln'(x) = 1/x)[\quad] = \ldots$

$\frac{d}{dx} f(g(x)) = \frac{d}{dx}(f \circ g)(x) = (f \circ g)'(x)$

$f'(g(x))$

$f(g'(x))$

$[DFI]\underbrace{\begin{bmatrix} f(y) := e^y \\ f'(y) := e^y \\ g(x) := \ln x \\ g'(x) := \ln' x \end{bmatrix}}_{[S1]}$

$f(g(x))\,[S1] = e^{\ln x}$

[C3 6/jun/2022]

Hoje vamos usar um pdf chamado "Algumas Técnicas de Integração" que eu vou apresentar aos poucos.

Comecem olhando as fórmulas da página 9 e façam o exercício 1 da página 5.

Abreviações:

[ATIs]: "Algumas técnicas de integração"

[TFCs]: "Os dois TFCs".

O exercício 1 do [ATIs] pede pra vocês calcularem os exercícios 1(?) e 3 do [TFCs]. Nós fizemos o 2.

Eu sugiro que façam isso assim:

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$[TFC2]\begin{bmatrix} F(x) := 2x^2 - \frac{x^3}{3} \\ F'(x) := 4x - x^2 \\ a := 0 \\ b := 2 \end{bmatrix} = ?$$

Depois que vocês terminarem o exercício 1 do [ATIs] passem pras páginas do [ATIs] que agora são as páginas 15 até 18: "Um exemplo de mudança de variável"

$$[TFC2]\begin{bmatrix} F(x) := \\ F'(x) := \cos x \\ a := 0 \\ b := \pi/2 \end{bmatrix} = \left(\int_{x=0}^{x=\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx = (\operatorname{sen} x)\Big|_{x=0}^{x=\frac{\pi}{2}} \right)$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{Se } f(g(x)) = x \\ \text{então } g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \end{array} \right) \begin{bmatrix} f(x) := \\ f'(x) := \\ g(x) := \\ g'(x) := \end{bmatrix} =$$

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x) \right)$$

$$[RC]\begin{bmatrix} f(x) := \\ f'(x) := \\ g(x) := \\ g'(x) := \end{bmatrix} =$$

$$(\quad)[\quad] = (\quad)$$

5 · 213

5(2+1)

213 =

Hipótese 2:

$$[RM] = \left(\frac{d}{dx} \begin{cases} f(x) & \text{quando } P(x) \\ g(x) & \text{quando } Q(x) \end{cases} = \right)$$

$$[RM]\begin{bmatrix} f(x) := x^2 \\ f'(x) := 2x \end{bmatrix} = (\quad .\quad)$$

C2 7/julho/2022

Turma C1

Hoje: acessem o PDF "Algumas técnicas de integração" e comecem fazendo os primeiros exercícios dele...

Resumo: várias técnicas de integração importantes são consequência de uma gambiarra difícil de formalizar, que a "mudança de variáveis". Metade das pessoas que fazem Cálculo 2 acham ela óbvia e metade não entende de jeito nenhum, então a gente vai ver como entender ela direito.

Obs: eu fiz C2 com professores que achavam ela óbvia mas eu só fui entender ela 10 anos depois...

Dica pra quem quiser começar vendo pra que isso vai servir:

Siga o link da página 13 e veja a comparação da página 14.

Encontre $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ que obedece $f'(x) = \cos 2x$

$f(x) = \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2x$

ou $f(x) = 99 + \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2x$

ou $f(x)$ $300 + \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2x$

Faça esta substituição:

$[MV_3]\ \left[\cancel{f(x) := f'(x)} \right]\ \left[F(x) := f(x) \right]$

$\int \tan(2x)\cdot 2\,dx$

$\leadsto \int \tan(u)\,du$

$[TFC2]\begin{bmatrix} F(x) := x^{42} \\ F'(x) := 42x^{41} \\ a := 3 \\ b := 200 \end{bmatrix}$ c) $2\Big|_{x=4}^{x=5}$

$= \left(\int_{x=3}^{x=200} 42x^{41}\,dx = x^{42}\Big|_{x=3}^{x=200} \right)$

$\int \cos x\,dx$

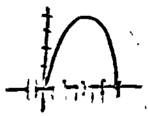
$\int_{x=2}^{x=3} \cos x\,dx$

$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$

$[TFC2]\begin{bmatrix} F(x) := 2x^2 - \frac{x^3}{3} \\ F'(x) := 4x - x^2 \\ a := 0 \\ b := 4 \end{bmatrix} = \left(\int_{x=0}^{x=4} 4x - x^2\,dx = \left(2x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_{x=0}^{x=4} \right)$

$\left(t^2\Big|_{t=4}^{t=5} \right)[t := x] = \left(x^2\Big|_{x=4}^{x=5} \right)$

$[DefDif] = \left(F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a) \right)\begin{bmatrix} F(u) = u^2 \\ a := 4 \\ b := 5 \\ x := t \end{bmatrix}$



$\int_{x=1}^{x=2} x^2\,dx =$

$\int_{u=1}^{u=2} u^2\,dx =$

$2\,[x := 4] = 2$

$x^2\,[t := 99] = x^2$

$\boxed{u = x/2}$

$x = 200$

$u = 100$

$f(x) = 4x - x^2$

$I \cdot (4 - 0)$ $\int_{x=0}^{x=4} 4x - x^2\,dx =$

$\int_{x=0}^{x=\pi} \operatorname{sen} x\,dx =$

$\int_{u=0}^{u=\pi/2} 2\operatorname{sen} 2u\,dx$

$\int$

C2 7/JULHO/2021

TURMA E1

$\mathrm{expr}_1 = \mathrm{expr}_2$

$= \mathrm{expr}_3$

$= \mathrm{expr}_4$

$\mathrm{expr}_1 = \mathrm{expr}_5$

$\mathrm{expr}_2 = \mathrm{expr}_1$

$\mathrm{expr}_4 = \mathrm{expr}_5$

$[MV_1]\begin{bmatrix} f(x) := F(x) \\ f'(x) := f(x) \end{bmatrix}$

ENCONTRE $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

TAL QUE $f'(x) = 3x^2$

SOLUÇÃO: $f(x) = x^3$

$f(x) = x^3 + 200$

SPOILER:

FAÇAM ISSO AQUI

PRA SE PREPAREM

PRO MINI-TESTE:

ABRAM O MIRANDA

NA PÁGINA 190,

E TENTEM JUSTIFICAR

O PRIMEIRO PASSO

DO EXEMPLO 2 —

USANDO [MV1], QUE USA

INTEGRAL DEFINIDA, E COM

LIMITES

DE INTEGRAÇÃO

$\int_{x=2}^{x=6} \ldots\, dx$.

$f'(x) = \tan x$

OU USE [MV3]

AO INVÉS DE [MV1]!

$[MV_1]\,[\ ?\ ] = ?$

$[MV_1]\left[\frac{(3x+2)^7}{7}\right] =$

$[MV_1]\begin{bmatrix} f(x) := x^6 \\ f'(x) := 42 \\ g(x) := 99 \\ g'(x) := 200 \end{bmatrix}$

$[RM] = \left(\frac{d}{dx} \begin{cases} f(x) & \text{QUANDO } P(x) \\ g(x) & \text{QUANDO } Q(x) \end{cases} = ? \right)$

HIPÓTESE 1:

$[RM] = \left(\frac{d}{dx} \begin{cases} f(x) & \text{QUANDO } P(x) \\ g(x) & \text{QUANDO } Q(x) \end{cases} = 42 \right)$

$[RM]\begin{bmatrix} f(x) = \operatorname{sen} x \\ g(x) = e^x \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx} \begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{quando } P(x) \\ e^x & \text{quando } Q(x) \end{cases} = 42 \right)$

$\left(f'(u)\right)\begin{bmatrix} f'(x) := x^6 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \\ u := g(x) \end{bmatrix} = (3x+1)^6$

$\begin{bmatrix} f(g(x)) := \ldots \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} f(x) := \ldots \\ g(x) := \ldots \end{bmatrix}$

C2 8/JULHO/2022

TURMA C1

HOJE: MINI-TESTE!

O MELHOR MODO DE SE PREPARAR PRA ELE É SEGUINDO O [illegible] P. 11 DO PDF "ALGUMAS TÉCNICAS DE INTEGRAÇÃO" - QUE VAI PRA P. 190 DO MIRANDA - E TENTANDO JUSTIFICAR O PRIMEIRO PASSO DO EXEMPLO 1... ESSE "JUSTIFICAR" É COMO NO JOGO DAS DEMONSTRAÇÕES - O PRIMEIRO PASSO É

$u = 3x+1 \quad du = 3dx$

$\int (3x+1)^6 \cdot 3\,dx = \int u^6 du$

DICA: USE ESTES LIMITES DE INTEGRAÇÃO: $\int_{x=a}^{x=b} \_\_ \, dx$

USANDO $[MV_1]$ OU $[MV_3]$

$[MV_1][\ ?\ ] = (\ ?\ )$

$F'(u) = \frac{f(u)}{\tan(u)}$

ENCONTRE $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ TAL QUE:

$f'(x) = 2x$

SOL 1: $f(x) = x^2$

$f(x) = x^2 + 200$

$F'(x) = \frac{f(x)}{2x}$

$F(x) = x^2$

OU $F(x) = x^2 + 200$

$\int x\,dx$!!

$x\,dx$!!

$[S4] \begin{bmatrix} F'(u) := 3du \\ u := 3x+1 \\ g(x) := (3x+1)^6 \\ f(g(x)) := f(u)du \end{bmatrix}$

$(\text{SE } F'(u) = f(u) \text{ ENTÃO})[S4]$

$= (\text{SE } 3du = 3x+1 \text{ ENTÃO})$

$[S5] = \begin{bmatrix} u := u^6 \\ [illegible] \\ [illegible] := 3 \end{bmatrix}$

$(\text{SE } F'(u) = f(u) \text{ ENTÃO})[S5]$

$= ($

$[S1] \begin{bmatrix} F(x) := \frac{x^7}{7} \\ f(x) := x^6 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \\ u := g(x) \end{bmatrix}$

$(\text{SE } F'(u) = f(u) \text{ ENTÃO})[S1]$

$= (\text{SE } F'(u) = u^6 \text{ ENTÃO})$

$(F(u))[S1] = \frac{(u[S1])^7}{7} = \frac{g(x)^7}{7}$

$[MV_1] \begin{bmatrix} f(x) := F(x) \\ f'(x) := f(x) \end{bmatrix} = ?$

$[S2] = \begin{bmatrix} F(x) := x^6 \\ F'(x) := 6x^5 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \end{bmatrix}$

$(\text{SE } F'(u) = f(u) \text{ ENTÃO})[S2]$

$= (\text{SE } 6u^5 = f(u) \text{ ENTÃO})$

$\int$

$f(x) := x^7/7x$

$\frac{x^7}{7}x$

$\frac{x^7}{7x} = \frac{x^6}{7}$

$f(x) = \frac{x^6}{7}$

$f'(x) =$

C2 ... 2022

TURMA C?

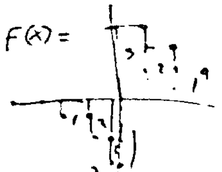
O QUE EU SEI SOBRE A P2:

VAI CAIR MUITO O "JUSTIFIQUE ESSE PASSO" E VAI CAIR UM POUCO DE ENCONTRAR PRIMITIVAS DE FUNÇÕES ESCADA.

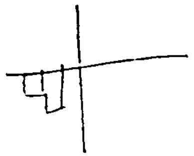
O QUE VAI CAIR NA P2:

ALGUMAS COISAS SIMPLES QUE A GENTE VAI VER HOJE..

$F(x) =$



$\int_{x=-1}^{x=3} f(x)\,dx = 3 \quad \int_{t=-1}^{t=x} f(t)\,dt$



$$[MV_2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(g(x))g'(x)\,dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u)\,du \right)$$

$$[S2] = \begin{bmatrix} f(\theta) := f(\theta) \\ f'(\theta) := \theta^5 \\ g(\theta) := \operatorname{sen}(4\theta) \\ g'(\theta) := \cos(4\theta) \end{bmatrix}$$

$$[MV_2][S2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} (\operatorname{sen} 4x)^5 \cdot \cos 4x\,dx = \right.$$

$$\int f'(x)g(x)\,dx \overset{(1)}{=} f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)\,dx$$

$$\int (\tfrac{d}{dx}e^x)\, x\,dx \overset{(2)}{=} e^x \cdot x - \int e^x \cdot (\tfrac{d}{dx}x)\,dx$$

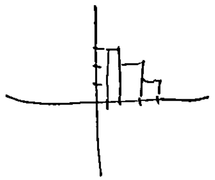
$$\overset{(3)}{=} e^x \cdot x - \int e^x\,dx$$

$$\overset{(4)}{=} e^x \cdot x - e^x$$

$$\int x e^x\,dx \overset{(5)}{=} x e^x - e^x$$

$[IP] = ($

$[IP][\quad] =$



$$[S'] = \begin{bmatrix} f'(x) := u^6 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \end{bmatrix}$$

$f'(u) = u^6$

$$[MV_2][S'] = \left(\int_{x=a}^{x=b} u^6 \cdot 3\,dx = \int_{u=3a+1}^{u=3b+1} u^6\,du \right)$$

$[J] = \begin{bmatrix} f'(u) := u^7 \\ \end{bmatrix}$

$[DG]\ [S1]$

$(f(g(x)))[S1] =$

GOSTARÍAMOS DE TER ISTO AQUI:

$(f(g(x)))[S1] = (\tan x)^2$

$[MV_2][S1] = \left(\int \quad d = \int \quad d \right)$ TEMOS

$(f(g(x)))[S1] =$

$\int_{x=1}^{x=2} f(x)\,dx = 2$

$\int_{x=1}^{x=3} f(x)\,dx = 3$

$\int_{x=1}^{x=4} f(x)\,dx = 3$

$\int_{x=1}^{x=1} f(x)\,dx = 0$

$$\int_{x=1}^{x=0.5} f(x)\,dx = -\int_{x=0.5}^{x=1} f(x)\,dx = -\underbrace{\underbrace{(3\ \underbrace{(1-0.5)}_{0.5})}_{1.5}}_{-1.5}$$

$F(0.5) = -1.5 \quad F(1) = 0$

F

$(a)[a := 2a]$

$2a$

$2 \cdot 2a$

$2 \cdot 2 \cdot 2a$

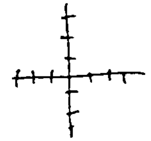
QUEREMOS ENCONTRAR SOLUÇÕES DE:

$x+2 = 5$

VAMOS CHUTAR $x=4$:

$(x+2=5)[x:=4] = (4+2=5)$

$F(x) =$



C2 13/julho/2022

Turma C1

O QUE EU SEI SOBRE A P1:

VAI CAIR MUITO O "JUSTIFIQUE ESSE PASSO," E VAI CAIR UM POUCO DE ENCONTRAR PRIMITIVAS DE FUNÇÕES ESCADA.

O QUE VAI CAIR NA P2:

ALGUMAS COISAS SIMPLES QUE A GENTE VAI VER HOJE..

$$[MV_2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(g(x))g'(x)\,dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u)\,du \right)$$

$$[S2] = \begin{bmatrix} f(\theta) := f(\theta) \\ f'(\theta) := \theta^5 \\ g(\theta) := \operatorname{sen}(4\theta) \\ g'(\theta) := \cos(4\theta) \end{bmatrix}$$

$$[S'] = \begin{bmatrix} f'(x) := u^6 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \end{bmatrix}$$

$$f'(4?) = u^5$$

$$[MV_2][S'] = \left(\int_{x=a}^{x=b} u^6 \cdot 3 \cdot dx = \int_{x=3 \cdot a+1}^{u=3 \cdot b+1} u^6 \cdot du \right)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} f'(u) := u^6 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \\ dx := \frac{du}{3} \end{bmatrix}$$

$[DG]$ $[S1]$

QUEREMOS ENCONTRAR SOLUÇÕES DE:

$$x+2=5$$

VAMOS CHUTAR $x=4$:

$$(x+2=5)[x:=4] = (4+2=5)$$

$F(x) =$

$$\int_{x=-1}^{x=3} f(x)\,dx = 3 \qquad \int_{t=-1}^{t=x} f(t)\,dt$$

$$\int f'(x)g(x)\,dx \overset{(1)}{=} f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)\,dx$$

$$\int \left(\tfrac{d}{dx}e^x\right) x\,dx \overset{(2)}{=} e^x \cdot x - \int e^x \cdot \left(\tfrac{d}{dx}x\right) dx$$

$$\overset{(3)}{=} e^x \cdot x - \int e^x\,dx$$

$$\overset{(4)}{=} e^x \cdot x - e^x$$

$$\int x e^x\,dx \overset{(5)}{=} x e^x - e^x$$

$[IP] = ($

$[IP][\quad] =$

}]

$$\int \underbrace{\underbrace{(3x+1)}_{u}{}^6}_{f'(g(x))} \cdot \underbrace{3}_{g'(x)}\,dx = \int \underbrace{u^6}_{f'(u)}\,du$$

$u = 3x+1$

$\frac{du}{dx} = 3$

$du = 3x$

$u = u(x) = g(x)$

$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} g(x) = g'(x)$

2 3 200

$$[S9] = \begin{bmatrix} f'(u) := u^6 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \end{bmatrix}$$

$$[MV_2][S9] = \left(\int_{x=a}^{x=b} (3x+1)^6\, 3\,dx = \int_{u=3a+1}^{u=3b+1} u^6\,du \right)$$

$(f'(g(x)))[S9] =$

$(g(x)^6)[S9] =$

$((g(x))[S9]\ ^6) =$

$(3x+1)^6$

GOSTARÍAMOS DE TER ISTO AQUI:

$$(f(g(x))[S1] = (\tan x)^2$$

ENTÃO

$$(f(g(x))[S1] =$$

$F(0.5) = -1.5 \quad F(1) = 0$

F

$(a)[a := 2a]$

$2a$

$2 \cdot 2a$

$2 \cdot 2 \cdot 2a$

$F(x) =$

$$F(0) = \int_{x=3}^{x=0} f(x)\,dx = \int_{x=3}^{x=2} f(x)\,dx + \int_{x=2}^{x=1} f(x)\,dx + \int_{x=1}^{x=0} f(x)\,dx$$

$$\underbrace{-\underbrace{\int_{x=2}^{x=3} f(x)\,dx}_{-1}}_{1}$$

$\boxed{\text{C2 14/JULHO/2022}}$

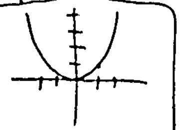
HOJE: ÚLTIMA AULA COM MATÉRIA!

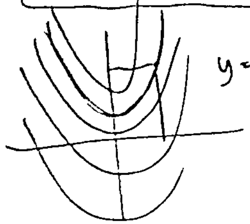
$f'(x) = \frac{x}{f(x)} \Rightarrow \underbrace{\frac{dy}{dx}} = \frac{x}{y}$

$y = y(x) = f(x)$

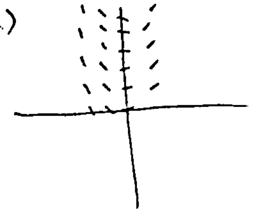
EXEMPLO:

$y = x^2 \Rightarrow$





$y = y(x)$



No MINITESTE 2 EU PEDI PRA VOCÊS JUSTIFICAREM ISTO AQUI:

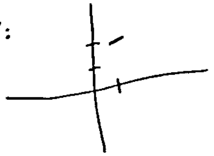
$[MT2] = \left(\int (\operatorname{sen} 4x)^5 \cos 4x \, dx = \frac{1}{4}\int u^5 \, du\right)$

EDO: $f'(x) = \frac{x}{f(x)}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$

No ponto $(x,y) = (1,2)$ isso dá:

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$



$(g(100))[S1] =$

$\operatorname{sen}(4 \cdot 100)$

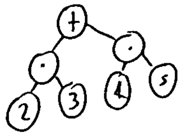
$[MV_2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(g(x))g'(x)\,dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f(u)\,du\right)$

$\int (\operatorname{sen} 4x)^5 \cos 4x \, dx = \frac{1}{4}\int u^5 \, du$

$[MV2]\begin{bmatrix} f(u) := u^5 \\ g(x) := \operatorname{sen} 4x \\ g'(x) := 4\cos 4x \end{bmatrix} = \left(\int_{x=a}^{x=b} (\operatorname{sen} 4x)^5 (4\cos 4x)\,dx = \int_{u=\operatorname{sen} 4a}^{u=\operatorname{sen} 4b} u^5 \, du\right)$

$J = \begin{bmatrix} f(x) := u^5 \\ g(x) := \operatorname{sen} 4x \\ g'(x) := 4\cos 4x \end{bmatrix} \left(\int_{x=a}^{x=b} (\operatorname{sen} 4x)^5 \cdot \cos 4x \, dx = \frac{1}{4}\int_{u=\operatorname{sen} 4a}^{u=\operatorname{sen} 4b} u^5 \, du\right)$

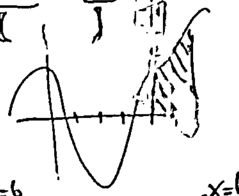
$2 \cdot 3 + 4 \cdot 5$



$\operatorname{sen}(10x)$

$4 \operatorname{sen}(10x)$

$\underbrace{\int_{x=2}^{x=3}}_{(\,)} \underbrace{f(x)\,dx}_{)} = \underbrace{\int_{u=4}^{u=6}}_{[\,]} \underbrace{g(u)\,du}_{]}$



$[\quad]$

$[MV1][S1]$

$[MV2][S1] =$

$\int_{x=a}^{x=b} k f(x)\,dx = k\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx$

$\int k f(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$

$\int 2e^x dx = 2\int e^x dx$

$[f(g(x))]\begin{bmatrix} f(x) := \operatorname{sen} x \\ g(x) := 42x \end{bmatrix} = [\operatorname{sen}(g(x))]$

$\frac{1}{4}\int u^6 du = \int \frac{1}{4} u^6 du$

$x+2=10$

$(x+2=10)[x:=5] = (5+2=10)$

$(5+2=10) = F$

$[MV_2][S1] =$

$g(x) = u$

$\frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx} u = 0$

$\boxed{\text{C2 14/JUL/2022}}$

TURMA E1

A PROVA ESTÁ COM UNS ERROS DE DIGITAÇÃO E SEM ALGUMAS FÓRMULAS! VOU PÔR NO QUADRO.

A PONTUAÇÃO CERTA DAS QUESTÕES 1 E 2 É:

1) a) 2.0
   b) 3.0

2) a) 2.0

3) TOTAL 3.0

$$[MV_2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(g(x))\,g'(x)\,dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u)\,du \right)$$

$$[RC] = \left(\frac{\partial}{\partial x} f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x) \right)$$

$g(x) := 3 +)$

[MV2][S1] =