

C2 31/MAR/2022

AVISOS:

① O CURSO TEM UMA PÁGINA. PRA CHEGAR NELA PROCURE NO GOOGLE POR "ESWARDO OCHS" OU VÁ DIRETO PRA <http://angg.twu.net/> - E CLIQUE EM C2 NA BARRA DE NAVEGAÇÃO À ESQUERDA.

② ESSE CURSO VAI SER ESTRUTURADO DE UM JEITO BEM DIFERENTE DOS CURSOS DE C2 TRADICIONAIS, POR MOTIVOS EXPLICADOS NOS PDF DE HOJE. ELE VAI SER PARECIDO COM, SEI LÁ, PROG 1, NO SENTIDO DE QUE "RESPOSTAS" E "RESULTADOS" SÃO SEMPRE SEQUÊNCIAS DE EXPRESSÕES NA SINTAXE CERTA. ERROS DE SINTAXE SÃO CONSIDERADOS GRAVES.

③ A OPERAÇÃO QUE NÓS MAIS VAMOS USAR NO CURSO É A OPERAÇÃO DE SUBSTITUIÇÃO, QUE EU VOU CHAMAR DE "[:=]". COISAS COMO  $(x-10)[x:=4] = 40$  SÃO ERROS TÃO GRAVES QUANTO  $2+3=23$  E ANULAM A QUESTÃO.

MOTIVAÇÃO:

$$\sum_{i=2}^5 i = 2+3+4+5 = 14$$

Mais importante  
 $\sum_{i=2}^5 i = 14$  ← DIFÍCIL DE ENTENDER, DIFÍCIL DE VERIFICAR DE CABEÇA ...

④ Um dos temas principais do curso é DEFINIR (NÃO DE UM JEITO 100% PRECISO, MAS QUASE) O QUE É UMA "IGUALDADE QUE TODO MUNDO ENTENDA"

$$\begin{aligned} \sum_{i=2}^5 (i^3+4) &= (2^3+4)[i:=2] \\ &+ (3^3+4)[i:=3] \\ &+ (4^3+4)[i:=4] \\ &+ (5^3+4)[i:=5] \\ &= (2^3+4) \\ &+ (3^3+4) \\ &+ (4^3+4) \\ &+ (5^3+4) \end{aligned}$$

A PRONÚNCIA DE  $(i^3+4)[i:=2] = (2^3+4)$  É: O RESULTADO DE SUBSTITUIR CADA OCORRÊNCIA DA VARIÁVEL  $i$  NA EXPRESSÃO  $(i^3+4)$  POR 2 É A EXPRESSÃO  $(2^3+4)$ . OBS: SUBSTITUIÇÃO E SIMPLIFICAÇÃO SÃO OPERAÇÕES COMPLETAMENTE SEPARADAS.

EXERCÍCIO PRA AGORA: FAÇAM O EXERCÍCIO 3 DA PÁGINA 13 DO PDF. ELE TEM MUITAS PEGADINHAS. TENTE DESCOBRIR COMO RESOLVER CADA UMA DELAS MEIO SOZINHO E MEIO DEBUTANDO COM OS SEUS VIZINHOS. SE PRECISAR DE DICAS, P...

$$(2K-1)[n:=1] = (2K-1)$$

C2 7/ABRIL/2022

PLANOS PRA HOJE:

- 1) TERMINAR AQUELE EXERCÍCIO 1 DO PRIMEIRO PDF
- 2) FAZER OS EXERCÍCIOS DE "ENCONTRE SOLUÇÕES DESTAS EDOs POR CHUTAR-E-TESTAR" DA PENÚLTIMA PÁGINA DO PDF
- 3) FAZER UNS EXERCÍCIOS DE "ENCONTRE A ANTIDERIVADA" DO LIVRO DO DAVI MIRANDA QUE NA VERDADE SÃO EDOs DISFARÇADAS
- 4) VER COMO TRANZIR SUBSTITUIÇÕES PRA DEFINIÇÕES RECURSIVAS

LEMBREM QUE:

A OPERAÇÃO  $[:=]$  É A MAIS IMPORTANTE DO CURSO E ERROS COMO  $(x-10)[x:=4] = 40$  SÃO TÃO GRAVES QUANTO  $2+3 = 23$ .

2) (P. 12 DO PDF)

EDOs:

- 4)  $f'(x) = x +$
- 5)  $f'(x) = 2f(x)$
- 6)  $f''(x) + f'(x) = 6f(x)$
- 7)  $f'(x) = -1/f(x)$
- 8)  $f'(x) = -x/f(x)$

CHUTES:

- $f(x) = x^3$
- $f(x) = x^5$
- $f(x) = 200x^3 + 42$
- $f(x) = e^x$
- $f(x) = e^{42x}$
- $f(x) = e^{2x}$
- $f(x) = e^{3x}$

$f(x) = \sqrt{1-x^2}$   
 $f(x) = \sqrt{4-x^2}$

3) NO LIVRO DO D. MIRANDA OS EXERCÍCIOS ~~DE~~ 185 E 186 SÃO ESCRITOS DESTA JEITO AQUI:

$\int x dx = x^2/2$

A TRADUÇÃO DELES PRA EDOs É:

- 1)  $f'(x) = x$
- 2)  $f'(x) = 3x + 1$
- 3)  $f'(x) = x^n$
- 4)  $f'(x) = x^2 + x + 1$
- 5)  $f'(x) = \frac{1}{x^2}$
- 6)  $f'(x) = x + \frac{1}{x^3}$
- 7)  $f'(x) = \sqrt[3]{x}$
- 8)  $f'(x) = 3\sqrt[3]{x^2} + \cos x$
- 9)  $f'(x) = e^{4x}$
- 10)  $f'(x) = \cos 3x$

4) Exemplo:

$$\frac{(a \cdot b + a)}{b+2} \left[ \begin{array}{l} a := b+3 \\ b := a+4 \\ f(x) := g(x)+5 \\ g(x) := 6 \cdot x \end{array} \right]$$

$$= \frac{(b+3) \cdot (a+4) + (b+3)}{(a+4)+2}$$

SEJA  $[S1] = \left[ \begin{array}{l} a := b+3 \\ b := a+4 \\ f(x) := g(x)+5 \\ g(x) := 6 \cdot x \end{array} \right]$

TRADUÇÃO:

- (a)[S1] = b+3
- (b)[S1] = a+4
- (EXPR<sub>1</sub> + EXPR<sub>2</sub>)[S1] = EXPR<sub>1</sub>[S1] + EXPR<sub>2</sub>[S1]
- (EXPR<sub>1</sub> · EXPR<sub>2</sub>)[S1] = EXPR<sub>1</sub>[S1] · EXPR<sub>2</sub>[S1]
- $\left(\frac{\text{EXPR}_1}{\text{EXPR}_2}\right)[S1] = \frac{\text{EXPR}_1[S1]}{\text{EXPR}_2[S1]}$
- $(f(\text{EXPR}_1))[S1] = (g(\text{EXPR}_1)+5)[S1]$  (?)
- $(g(\text{EXPR}_1))[S1] = (6 \cdot \text{EXPR}_1)[S1]$  (?)

$$\frac{(a \cdot b + a)}{\text{EXPR}_1 \text{ EXPR}_2} [S1] = (a \cdot b)[S1] + a[S1] = (a[S1] \cdot b[S1]) + a[S1] = ((b+3) \cdot (a+4)) + (b+3) = (b+3) \cdot (a+4) + (b+3)$$

$[RC] = \left( \frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x)) g'(x) \right)$

$[S2] = \left[ \begin{array}{l} f(x) := \sin x \\ f'(x) := \cos x \\ g(x) := 42x \\ g'(x) := 42 \end{array} \right]$

$[RC][S2] = \left( \frac{d}{dx} \sin(42x) = \cos(42x) \cdot 42 \right)$

QUEREMOS QUE ISTO SEJA VERDADE:

$(f(g(x)))[S2] = (\sin 42x)$

REGRAS QUE PARECEM RAZOÁVEIS: (TEMOS QUE TESTÁ-LE)

$f(\text{EXPR}_1)[S2] = \sin(\text{EXPR}_1)$

$f(\text{EXPR}_2)[S2] = \sin(\text{EXPR}_1[S2])$

C2 8/ABRIL/2022

TURMA C1 - MANHÃ

HOJE: EXERCÍCIOS DO PDF NOVO, CHAMADO "AULAS 4 e 5 - MAIS EXERCÍCIOS DE SUBSTITUIÇÃO".

LEMBREM QUE A OPERAÇÃO "[:=]" É A OPERAÇÃO MAIS IMPORTANTE DO CURSO E QUE

$(x \cdot 10)[x := 4] = 40$   
VAI SER CONSIDERADO UM ERRO TÃO GRAVE QUANTO

$$2 + 3 = 23.$$

DICAS PRO EXERCÍCIO 5:

DICA 1: CONSIDERE QUE O [S1] É UMA OPERAÇÃO ABSTRATA. A GENTE SÓ VAI VER QUE A OPERAÇÃO DEFINIDA PELAS REGRAS R1 ATÉ R6 CORRESPONDE À SUBSTITUIÇÃO QUE JÁ CONHECEMOS NA AULA QUE VEM.

DICA 2: CALCULE O RESULTADO DESTA SUBSTITUIÇÃO:

$$[R3] \left[ \begin{array}{l} \text{expr}_1 := a \cdot b + a \\ \text{expr}_2 := b \cdot 2 \end{array} \right]$$

DICA 3: REPRESENTA A EXPRESSÃO

$$\frac{a \cdot b + a}{b + 2}$$

COMO UMA ÁRVORE (COMO NO EXERCÍCIO 4).

DICA 4: OLHE PRO RESULTADO DA SUBSTITUIÇÃO DA DICA 3. À ESQUERDA DO "=" VOCÊ TEM UM "[S1]" APLICADO NUMA ÁRVORE GRANDE, E À DIREITA DO "=" VOCÊ TEM DOIS "[S1]"S APLICADOS EM ÁRVORES MENORES.

© C2 14/ABRIL/2022

TURMA C1-MANHÃ

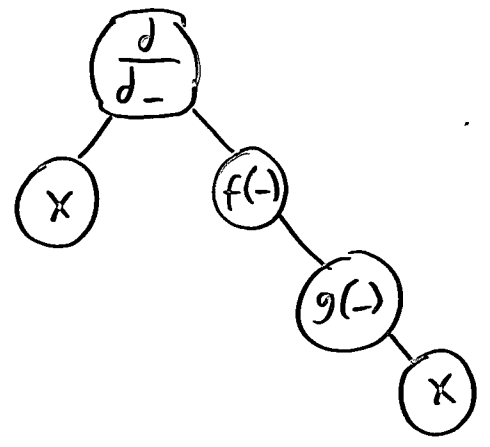
HOJE: EXERCÍCIOS 6 e 7  
DO PDF! REGRAS IMPLÍCITAS!

↪ COMO A GENTE  
REPRESENTA ISSO  
AQUI EM ÁRVORE?

A DEFINIÇÃO FORMAL,  
RECURSIVA, DE SUBSTITUIÇÃO  
É BEM TRABALHOSA...  
VAMOS VER SE VOCÊS  
CONSEGUEM ENTENDER  
AS "DEFINIÇÕES INFORMAIS"  
DO PDF! 😊

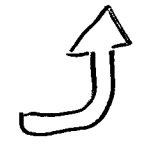
$\frac{d}{dx} f(g(x))$

UM JEITO (RUIM)  
É ESSE AQUI:



ALGUNS AVISOS SOBRE OS  
PRÓXIMOS EXERCÍCIOS...

NOS PRÓXIMOS EXERCÍCIOS  
EU VOU SUPOR QUE VOCÊS  
JÁ SABEM PENSAR EM  
TERMOS DE ÁRVORES AUTO  
BEM, MAS A GENTE VAI  
COMESAR A TRABALHAR COM  
EXPRESSIONES QUE VOCÊS VÃO  
TER QUE ESCOLHER UMA  
REPRESENTAÇÃO EM ÁRVORE  
PARA ELAS... POR EXEMPLO,



... E A GENTE VAI  
DEFINIR UMA SUBSTITUIÇÃO [S3]  
QUE TEM ESTAS REGRAS  
EXPLÍCITAS:

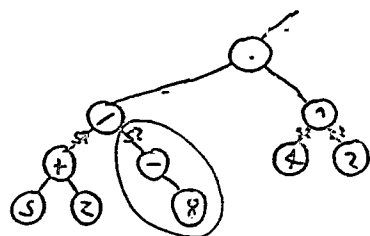
- R9:  $f(expr_1)[S3] = \text{sen}(expr_1[S3])$
- R10:  $g(expr_1)[S3] = 42 \cdot (expr_1[S3])$
- R11:  $x[S3] = t$

- 1 [S2] = 1
- 2 [S2] = 2
- 3 [S2] = 3
- ⋮
- 7 [S2] = 7
- 8 [S2] = OUTRA COISA
- 9 [S2] = 9

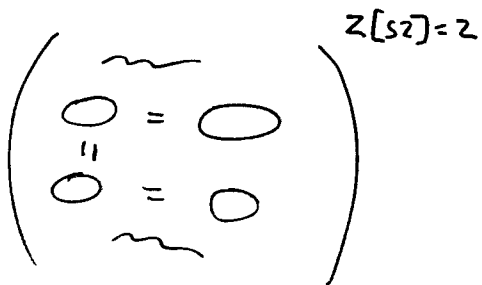
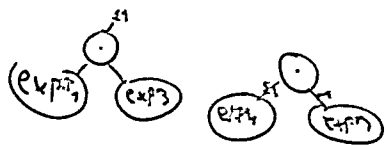
C2 28/ABRIL/2022

TURMA C1-MANHÃ

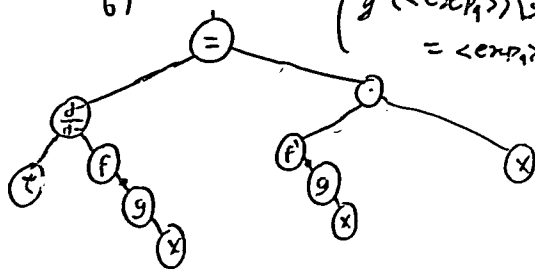
HOJE: DESENHO ANIMADO SOBRE COMO AS SUBSTITUIÇÕES RECURSIVAS FUNCIONAM; EXERCÍCIO 9 E TODOS ANTES DELE.



$$R1 [ \begin{matrix} expr_1 := c+d \\ expr_2 := e+f \end{matrix} ] = ((c+d) + (e+f)) [s1] =$$



b)



$$x[s2] = t$$

$$(g'(\langle expr_1 \rangle [s2])) = R3$$

$$= \langle expr_1 \rangle$$

É DA FORMA ...

A EXPRESSÃO  $4 + sen 99$

É DA FORMA  $expr_1 + sen expr_2$

SE

$$4 \cdot 5 = 20$$

$$4 [s2] = 4$$

$$(expr_1 \cdot expr_2) [s2] =$$

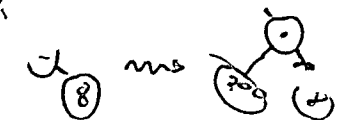
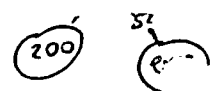
$$expr_1 [s2] \cdot expr_2 [s2]$$

$$R3 [expr_1 := a+b]$$

$$= (g'(a+b) [s2] = a+b)$$

$$R3 [expr_1 := x]$$

$$= (g'(x) [s2] = x)$$



C2 29/ABRIL/2022

TURMA C1 - MANHÃ

HOJE:

- ① TERMINAR O EXERCÍCIO?  
(E OS ANTERIORES)
- ② COMEÇAR A VER COMO  
VISUALIZAR SOMATÓRIOS

C2 5/MAIO/2022

TURMA C1 - MANHÃ

EXERCÍCIO 1

(OBS: ELE TÁ NO PDF NOVO!)

REPRESENTE COMO RETÂNGULOS  
CADA UMA DAS SOMAS

ABAIXO:

- a)  $\sum_{i=1}^8 f(x_i)(x_i - x_{i-1})$
- b)  $\sum_{i=1}^8 f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})$
- c)  $\sum_{i=1}^8 \max(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$
- d)  $\sum_{i=1}^8 \min(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$
- e)  $\sum_{i=1}^8 f\left(\frac{x_{i-1} + x_i}{2}\right)(x_i - x_{i-1})$
- f)  $\sum_{i=1}^8 \frac{f(x_{i-1}) + f(x_i)}{2}(x_i - x_{i-1})$

AVISO:

AS AULAS DAS SEXTAS

VÃO PASSAR A SER

NA SALA 2, QUE SÓ

TEM 16 (?) CADEIRAS,

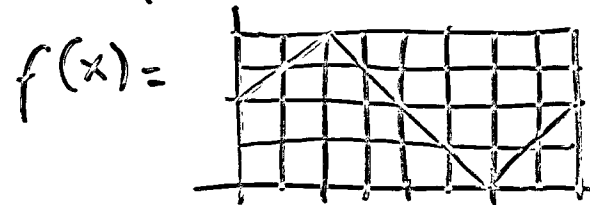
EXCETO NOS DIAS

EM QUE FOR TER

PROVAS OU TESTES.

EXERCÍCIO 2

SEJA  $f(x)$  ESTA FUNÇÃO:



CALCULE ESTAS IMAGENS  
DE INTERVALOS:

- a)  $f([0, 1])$
- b)  $f([1, 2])$
- c)  $f([0, 2])$
- d)  $f([2, 3])$

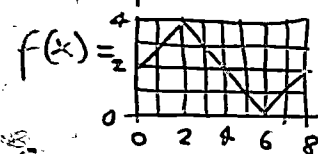
C2 6/MAIO/2022

TURMA C1-MANHÃ

HOJE: SUP INFORMAL E INF INFORMAL!  
MAS ANTES: IMAGENS DE CONJUNTOS EM CASOS SIMPLES!

EXERCÍCIO 2:

SEJA  $f(x)$  ESTA FUNÇÃO:



ALCULE ESTAS IMAGENS DE INTERVALOS:

- a)  $f([0,1])$
- b)  $f([1,2])$
- c)  $f([0,2])$
- d)  $f([2,3])$
- e)  $f([1,3])$
- f)  $f([0,3])$
- g)  $f([0,4])$
- h)  $f([4,2])$
- i)  $f([0,8])$
- j)  $f([1,7])$

SUP INFORMAL

EXEMPLOS:

$\text{supi}([2,4]) = 4$

$\text{supi}([-3,-1]) = -1$

O SUP INFORMAL RECEBE CONJUNTOS E RETORNA NÚMEROS, MAS ELE É ALGO DE DIFÍCIL QUE A GENTE VAI TROCAR POR UMA VERSÃO COBERTA DEPOIS.

$\text{supi}([a,b]) = b$

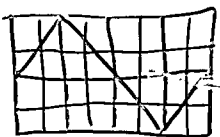
E SE  $C$  É UM CONJUNTO QUE NÃO É UM INTERVALO FECHADO,  $\text{sup}(C)$  DÁ CERTO.

O  $\text{infi}$  É PARECIDO MAS ELE RETORNA A "EXTREMIDADE INFERIOR" DO INTERVALO.

$\text{infi}([a,b]) = a.$

EXERCÍCIO 3

PARA CADA UM DOS ITENS DO EXERCÍCIO 2, FAÇA UMA CÓPIA DESSE DESENHO



E DESENHE SOBRE ELE OS RETÂNGULOS

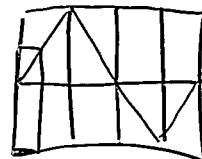
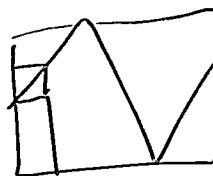
$\text{supi}(f([a,b]))(b-a)$   
E  $\text{infi}(f([a,b]))(b-a)$

EXEMPLO:

a)  $f([0,1])$

$\text{supi}(f([a,b]))(b-a)$

$\text{infi}(f([a,b]))(b-a)$

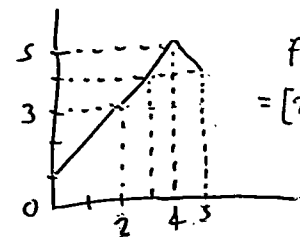
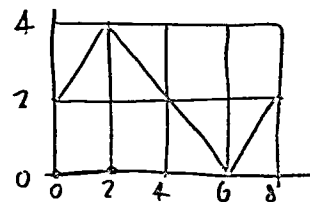


EXERCÍCIO 4

CONSIDERE ESTES DOIS EXERCÍCIOS EXTRAS PRO EXERCÍCIO 9 E FAÇA ELES:

g)  $\sum_{i=1}^8 \text{supi}(f([x_{i-1}, x_i]))(x_i - x_{i-1})$

h)  $\sum_{i=1}^8 \text{infi}(f([x_{i-1}, x_i]))(x_i - x_{i-1})$



$f([2,5]) = [3,5]$

$\text{infi}([3,5])$

$3 \cdot (5-2)$

$f([0,2]) = [2,4]$   
 $f([0,2])(2-0) = [2,4] \cdot (2,0)$



⊙ | C2 12/MAIO/2022

HOJE: SOMAS DE  
RIEMANN!

O MATERIAL DE HOJE  
ESTÁ TUDO NO PDF  
"SOMAS DE RETÂNGULOS"...

REPARÉM QUE O ROTEIRO  
DELE DEZ "...-SOMAS-3".

ALGUNS EXERCÍCIOS DELE  
APONTAM PRO "SOMAS 1".

EU SÓ TROUXE UMA CÓPIA  
IMPRESSA DO "SOMAS 3" -

QUE EU VOU USAR - E

UM MONTE DE CÓPIAS

DA FOLHA COM AS

MONTANHAS -  $f(x) =$



C2 19/MAIO/2022

TURMA C1-MANHÃ

HOJE VOCÊS VÃO SER COBIADOS DO EXERCÍCIO 1 DO PDF SOBRE NFS E SUPS! ELE É UMA VERSÃO REORGANIZADA DO MATERIAL SOBRE COMO VISUALIZAR PROPOSIÇÕES DO SEMESTRE PASSADO.

LEMBREM QUE SE

$B = \{2, 3, 4\}$

$C = \{(2, f(2)), (3, f(3)), (4, f(4))\}$

$D = \{f(2), f(3), f(4)\}$

VOCÊS JÁ SABEM QUE FAZ MAIS SENTIDO DESENHAR O A NO EIXO X, O C EM  $\mathbb{R}^2$ , E O D NO EIXO Y... NOS PRÓXIMOS EXERCÍCIOS NÓS VAMOS USAR INDICAÇÕES COMO

3

em x

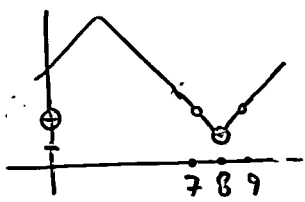
EM SUPRESSÕES DE EXPRESSÕES MAIORES, E

○ VOCÊS VÃO TER QUE

SEGUIR ESSAS INDICAÇÕES PARA REPRESENTAR TUDO GRAFICAMENTE... TEM EXTRA PRA EXERCÍCIO 1:  $OT P(1.5)$

EXEMPLO (VEJA O PDF!):

$P(2) =$



EXERCÍCIO 2

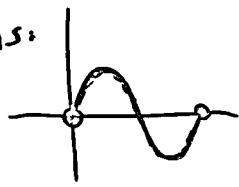
REPRESENTE GRAFICAMENTE OS SEGUINTES CONJUNTOS:

$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [1, 2], y \in [1, 2]\}$

$B = \{(x, 2x) \mid x \in [1, 2]\}$

$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \wedge x + y < 2\}$

DICAS:



$= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in (0, 2\pi], y = \sin x\}$

EXERCÍCIO 3:

AQUI AS DEFINIÇÕES SÃO AS MESMAS DO EXERCÍCIO 1, MAS VOCÊ SÓ VAI REPRESENTAR O RESULTADO DE CADA  $P(\alpha)$  EM  $(0, \alpha)$ ... NÃO DESENHE AS COISAS QUE FICAVAM SOBRE O EIXO X OU SOBRE O GRÁFICO DA f.

a) REPRESENTE GRAFICAMENTE  $P(y)$  PARA em  $(0, y)$

$y = 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, \dots, 4.$

b) REPRESENTE GRAFICAMENTE  $P(y)$  PARA  $y \in [0, 4]$ . em  $(0, y)$

c) REPRESENTE GRAFICAMENTE  $\{y \in [0, 4] \mid P(y)\}$

C2 20/MAIO/2022

TURMA C1 - MANHÃ

HOJE VAMOS FAZER MAIS EXERCÍCIOS DO PDF SOBRE INFS E

Exercício 2

REPRESENTAR GRÁFICAMENTE OS SEGUINTE CONJUNTOS:

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [1,2], y \in [1,2]\}$   
 $B = \{(x,2x) \mid x \in [1,2]\}$   
 $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \wedge x+y < 2\}$

DICA PRO EXERCÍCIO 2

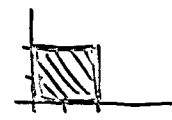
OU: COMO DEBUGAR REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS!

EM CASOS SIMPLES NÓS PODEMOS DEFINIR CONJUNTOS POR DESENHOS.

SEJA  $A' =$

PERGUNTA:  $(2,2) \in A'$ ?  
 RESPOSTA: NÃO DÁ PRA SABER, PORQUE A PESSOA QUE DESENHO O  $A'$  NÃO

DESENHOU O  $A'$  NEM COMO



USANDO LINHAS GROSSAS NA FRENTEIRA

NEM COMO



USANDO LINHAS FINES NA FRENTEIRA

ENTÃO " $(2,2) \in A'$ " "DA ERRO" E  $A \neq A'$

AGORA SEJA



TEMOS  $(2,2) \in A''$  E  $(2,2) \notin A$  ENTÃO  $A \neq A''$

$(1,3) \in B$ ?  
 $(1,3) \in B'$ ?

$(2,-1) \in C$ ?  
 $(2,-1) \in C''$ ?

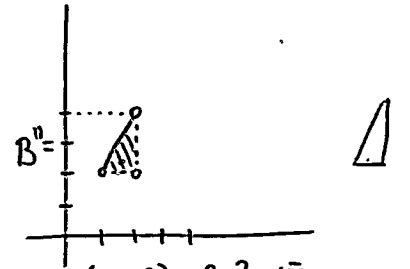
$(1.5, 2-1.5) \in B$ : SIM  
 $(1.5, 2-1.5) \in B'$ ?

$(3,-1) \in C$ ?  
 $(3,-1) \in C'''$ ?

$0 \leq x < 1$      $x+y < 2$   
 $\underbrace{\quad}_V$      $\underbrace{\quad}_V$   
 $\underbrace{\quad}_V$      $\underbrace{\quad}_V$

$(0,-1) \in C$ ? SIM  
 $(0,-1) \in C'$ ?  
 $(2,2) \in C$ ?  
 $(2,2) \in C'$ ?

$(0.5, 0) \in C$ ? SIM  
 $(0.5, 0) \in C'$ ? NÃO



$(1.5, 2) \in B$ ? NÃO  
 $(1.5, 2) \in B'$ ? SIM

$A = \{2, 3, 4\}$   
 $B = \{(2, f(2)), (3, f(3)), (4, f(4))\}$   
 $C = \{f(2), f(3), f(4)\}$

$(1.5, 0) \in C$ ?  
 $(1.5, 0) \in C''$ ?

$(0,-1) \in C$ ?  
 $(0,-1) \in C'$ ?

$x+y < 2$   
 $\underbrace{\quad}_V$      $\underbrace{\quad}_V$   
 $\underbrace{\quad}_V$      $\underbrace{\quad}_V$



$(1.5, 2.1) \in B$ ? NÃO  
 $(1.5, 2.1) \in B''$ ?

$A = \{1, 2, 3, 4\}$   
 $P: A \rightarrow \{F, V\}$   
 $a \mapsto a \in 2$   
 $B = \{a \in A \mid P(a) = \{1, 2\}\}$

$P = \{(1, P(1)), (2, P(2)), (3, P(3)), (4, P(4))\} = \{(1, V), (2, V), (3, F), (4, F)\}$

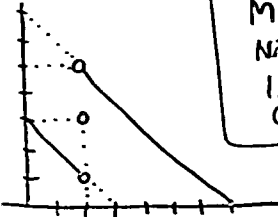
C2 26/MAIO/2022

TURMA C1 - MANHÃ

1) ACESSEM O PDF SOBRE INFS E SUPS - EU CONSEGUI ESCREVER DIREITO AS REGRAS DO JOGO DE ENCONTRAR AS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS CERTAS - E TERMINEM O EXERCÍCIO 2. DEPOIS FAZAM ISSO AQUI:

**EXERCÍCIO 1**

a) Sejam  $f(x) =$  e  $B = [1, 3]$ .



ENCONTRE AS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DOS CONJUNTOS  $C, D, D', L, U$  NA PÁGINA 3 DO PDF.

b) (OBS: FAÇA ESTE PRIMEIRO SE VOCÊ ACHAR O ITEM A DIFÍCIL REALIS)

OLHA, MAS COM  $f(x) = x+2$  e  $B = [1, 2]$ .

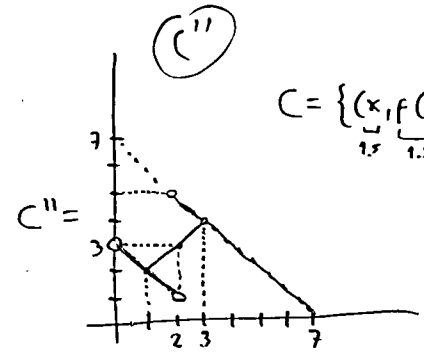
**AVISO SEM NADA A VER:**

EU VOU FAZER UMA OFICINA SOBRE EMACS, EMACS LISP E EV

EM ALGUM MOMENTO DESSE FIM DE SEMANA (INCLUINDO SEGUNDA E TERÇA).

MÍNIMO: UMA PESSOA. NÃO TEM PRÉ-REQUISITOS. INTERESSADOS FALEM COMIGO.

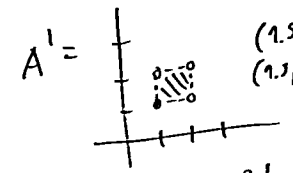
← OBS: VEJAM SE VOCÊS JÁ CONSEGUEM FAZER TANTO O PAPEL DO "P" GRÁTIS DO "O".



$$C = \{(x, f(x)) \mid x \in B\}$$

[1, 3]

$C'' =$   
 $(0, 2.5) \in C''?$  SIM  
 $(0, 5, 2.5) \in C?$  NÃO !!



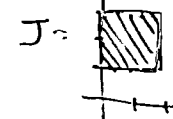
$(1, 5, 1) \in A?$  NÃO  
 $(1, 2, 1) \in A?$  SIM

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \underbrace{x}_{1.5} \in [1, 2] \wedge \underbrace{y}_{1}_{1.5} \in [1, 2]\}$$

P.C.  
 $\downarrow$   
 $\{2, 3\} \times \{4, 5\} =$   
 $\{(2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5)\}$

$$C = \{(x, f(x)) \mid x \in B\}$$

$$B = [1, 3]$$



$(0, 1) \in J?$  SIM  
 $(0, 1) \in C?$  NÃO  
 ENTÃO  $J \neq C$

$2.5 \in P?$  SIM  
 $2.5 \in \pi?$

$1 \in L''?$  NÃO  
 $1 \in L?$

$$\bigcup_{VAR} \underbrace{\dots}_{COND} \cdot \underbrace{\dots}_{PROP}$$

$$\sum_{i=2}^4 k^i = (k^i) [i=2] + (k^i) [i=3] + (k^i) [i=4] = k^2 + k^3 + k^4$$

$C'' =$   
 $(1, 5, 2.5) \in C''?$  SIM  
 $(1, 5, 2.5) \in C?$  NÃO

$$\forall x \in \{7, 8, 9\}. P(x) = P(7) \wedge P(8) \wedge P(9)$$

$$P(0) = (\forall x \in \{7, 8, 9\}. 0 \leq f(x))$$

$$(1, 5, 2) \in C'?$$
 SIM  
 $(1, 5, 2) \in C?$



$(0, 0) \in J?$



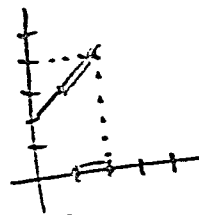
© C2 2/JUNHO/2022

TURMA C1 - MATEMÁTICA

HOJE: VAMOS CONTINUAR  
TIRANDO TODAS AS  
DÚVIDAS DO PDF SOBRE  
INF E SUP, E  
QUEM JÁ TIVER FEITO  
TODOS OS EXERCÍCIOS  
PODE DAR UMA OLHADA  
NO LINK QUE EU MANDEI  
PELO TELEGRAM. VOU  
DIGITAR UM EXERCÍCIO  
SOBRE ISSO AGORA!

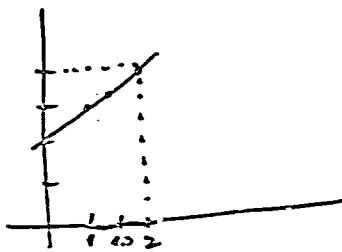
6)  $B = [1, 2]$

$f(x) = x + 2 =$



$C = \{(x, f(x)) \mid x \in B\}$

6')  $B = \{1, 1.5, 2\}$

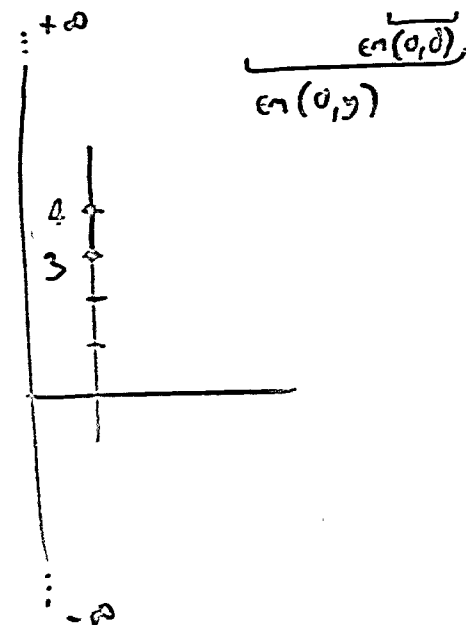


6'')  $B = \{1, 1.25, 1.5, 1.75, 2\}$



$D = [3, 4]$

$L = \{y \in \mathbb{R} \mid \forall d \in D, y \leq d\}$



© C2 3/JUN/2022

EU ACRESCENTEI ALGUMAS  
COISAS NO PDF...

MELHOREI O EXERCÍCIO  
1 E PUS DUAS PAGINAS

DE DICAS PRA ELE,  
PUS UM 'EXERCÍCIO 8''

LOGO DEPOIS DAS  
DEFINIÇÕES DOS

" - "  
∫ S,

QUE SÃO AS DIFERENÇAS  
ENTRE UMA APROXIMAÇÃO  
POR CIMA E UMA  
POR BAIXO, E AGORA  
TOU FAZENDO UMAS  
FIGURAS QUE FINGEM  
TER INFINITAS BOLINHAS.

VOCÊS AINDA ESTÃO  
BEM MAIS ADIANTADOS  
NA MATÉRIA QUE A  
OUTRA TURMA, ENTÃO  
APROVEITEM PRA  
TIRAR DÚVIDAS  
DE TODOS OS

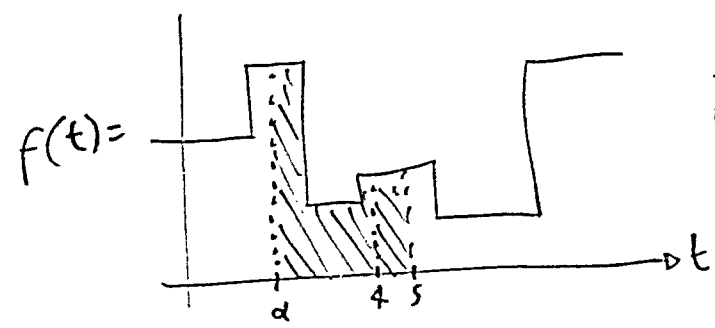
EXERCÍCIOS MAIS

© IMPORTANTES -

QUE SÃO TODOS MENOS O 4 ☺

C2 23/JUNHO/2022

HOJE: PREPARAÇÃO PRO MINI-TESTE DE AMANHÃ, QUE VAI SER PARECIDO COM O MTS DO SEMESTRE PASSADO! TUDO QUE A GENTE VAI FAZER HOJE ESTÁ NO PDF SOBRE O TFC1!

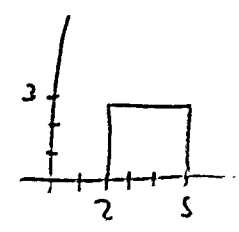
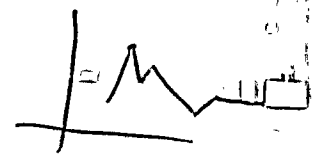
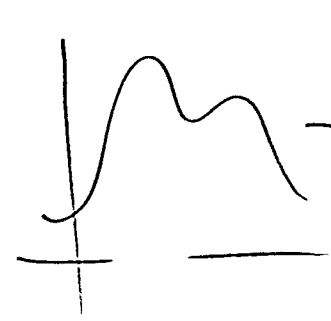
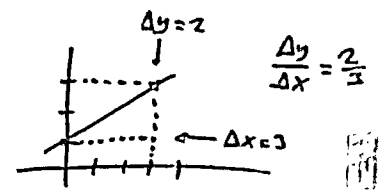


(\*) [x := 4]:

$$F(4) = \int_{t=a}^{t=4} f(t) dt$$

F(s)

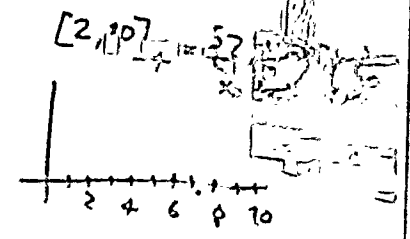
$$F(x) = \int_{t=a}^{t=x} f(t) dt \quad (*)$$



- $2^0 = 1$
- $2^1 = 2$
- $2^2 = 4$
- $2^3 = 8$

$$3 \cdot (5-2)$$

$$3 \cdot (2-5)$$





C2 24/JULHO/2022

TURMA C1

12:30 - 12:50:

MINI-TESTE 1!

ATÉ LÁ: DÚVIDAS!

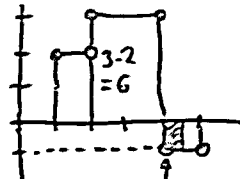
NA AULA QUE VEM

A GENTE VAI COMEÇAR  
A VER COMO ESCREVER  
CONTAS E DEMONSTRAÇÕES  
PASSO A PASSO - MAS

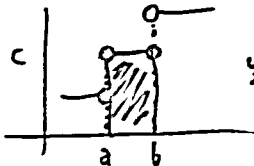
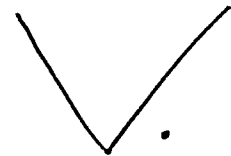
HOJE O MODO DE  
ESCREVER NÃO É IMPORTANTE.

UMA DAS COISAS QUE A  
GENTE VAI VER NA AULA  
QUE VEM É UM TIPO  
PARTECIDO COM O US  
REPRESENTAÇÕES DE  
CONJUNTOS, MAS PRA  
DEBECAR O EXERCÍCIO  
DO MINI-TESTE.

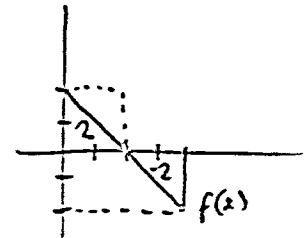
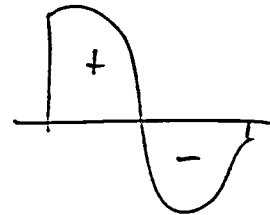
$f(4) = 3$



$-1 \cdot (4.5 - 4)$   
 $-0.5$   
 $6 + (-0.5)$



$\int_a^b f(x) dx = c \cdot (b-a)$



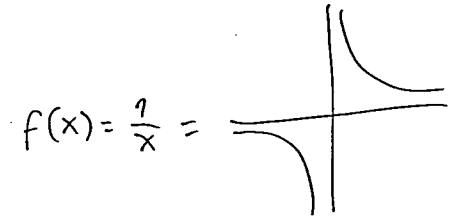
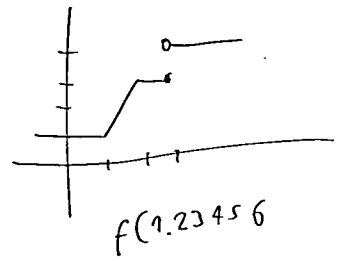
$\int_{x=0}^{x=4} f(x) dx = 2 + (-2) = 0$

C2 30/JUN/2022

TURMA C1

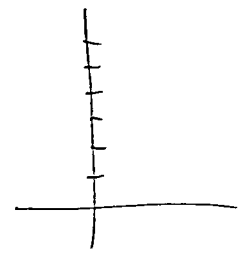
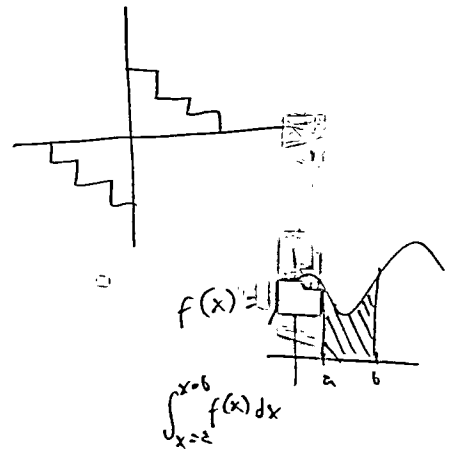
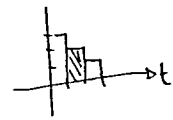
OS EXERCÍCIOS QUE EU ACABEI DE DISTRIBUIR VÃO SERVIR PRA VÁRIAS COISAS:

- COMO PREPARAÇÃO PRA GENTE ENTENDER ANTIDERIVADAS (OU "PRIMITIVAS")
- PRA GENTE ENTENDER PORQUE É COMO A FÓRMULA  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$  ESTÁ ERRADA
- PRA GENTE APRENDER A DEBUGAR REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DE FUNÇÕES - E ISSO VAI SER PREPARAÇÃO PRA GENTE APRENDER A DEBUGAR DEMONSTRAÇÕES



$$F(x) = \int_{x=\dots}^{x=\dots} \frac{1}{x} dx$$

$$F(2) = \dots = 3 + \int_{t=1}^{t=2} f(t) dt$$



$F(0.5)$   
 $F(0.0001) \leftarrow$   
 $F(1)$   
 $F(2)$   
 $F(0)$   
 $F(-0.5)$   
 ou  $F(-0.0001)$

C2 1º/JULHO/2022

TURMA C1  
LEIAM O PDF SOBRE  
DERIVADA DA FUNÇÃO  
INVERSA!

RECOMENDAÇÃO:  
FAZAM SÓ OS  
ITENS a e b  
DO EXERCÍCIO 1 -  
PULE OS  
OUTROS  
ITENS  
DELE.

$f(x) =$



$F(x) = \int f(x) dx$

$F(0.5)$

$[S1] = \begin{cases} f(x) := e^x \\ f'(x) := e^x \\ g(x) := \ln x \\ g'(x) := 1/x \end{cases}$

$(f(g(x))) [S1] = e^{\ln x} = x$

$(\text{se } f(g(x)) = x) [S1] = (\text{se } e^{\ln x} = x)$

$x [S1] = x$

$[DFI] \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = (\dots)$

$[DFI] [BLA] = (S21)$

$(S21) = BLA 2$

$[DFI] [BLA]$

$[DFI] = BLA 2$

$2 \cdot 3 = (S21)$

$(S21) = 6$

$2 = 6$

$(2+x=y) [x:=10] = (12=y)$

Se  $\frac{d}{dx} \ln(-x) = \ln'(-x) \cdot (-1)$   
ENTÃO  $\frac{d}{dx} \ln(-x) = \frac{1}{-x} \cdot (-1)$

- O: PORQUE  $\frac{1}{-x}$ ?
- P: POR  $\ln'(x) = 1/x$ .
- O: QUAL CASO PARTICULAR DISSO?
- P:  $(\ln'(x) = 1/x) [ ] = \dots$

$[DFI] \underbrace{\begin{cases} f(y) := e^y \\ f'(y) := e^y \\ g(x) := \ln x \\ g'(x) := 1/x \end{cases}}_{[S1]}$

$f(g(x)) [S1] = e^{\ln x}$

$\frac{d}{dx} f(g(x)) = \frac{d}{dx} (f \circ g)(x) = (f \circ g)'(x)$

$f'(g(x))$   
 $f(g'(x))$

C2 7/JULHO/2022

TURMA C1  
HOJE: ACESSEM O PDF "ALGUMAS TÉCNICAS DE INTEGRAÇÃO" E COMECEN FAZENDO OS PRIMEIROS EXERCÍCIOS DELE...

RESUMO: VÁRIAS TÉCNICAS DE INTEGRAÇÃO IMPORTANTES SÃO CONSEQUÊNCIA DE UMA GAMBIARRA DIFÍCIL DE FORMULAR, QUE A "MUDANÇA DE VARIÁVEIS". METADE DAS PESSOAS QUE FAZEM CÁLCULO 2 ACHAM ELA ÓBIVA E METADE NÃO ENTENDE DE JEITO NENHUM, ENTÃO A GENTE VAI VER COMO ENTENDER ELA DIREITO.  
OBS: EU FIZ C2 COM PROFESSORES QUE ACHAVAM ELA

ÓBIVA MAS EU SO FUI ENTENDER ELA 10 ANOS DEPOIS...

DICA PRA QUEM QUISE COMECAR VENDO PRA QUE ISSO VAI SERVIR:

SIGA O LINK DA PÁGINA 13 E VEJA A COMPARAÇÃO DA PÁGINA 14.

ENCONTRE  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  QUE OBEDECE  $f'(x) = \cos 2x$

$$F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\text{ou } f(x) = 99 + \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\text{ou } f(x) = 300 + \frac{1}{2} \sin 2x$$

FAÇA ESTA SUBSTITUIÇÃO:  
[MV3]  $\left[ \begin{matrix} f(x) := f'(x) \\ F(x) := f(x) \end{matrix} \right]$

$$\int \tan(2x) \cdot 2 dx$$

$$\leadsto \int \tan(u) du$$

$$[TFC2] \left[ \begin{matrix} F(x) := x^{42} \\ F'(x) := 42x^{41} \\ a := 3 \\ b := 200 \end{matrix} \right] \text{ c) } 2 \Big|_{x=4}^{x=5}$$

$$= \left( \int_{x=3}^{x=200} 42x^{41} dx = x^{42} \Big|_{x=3}^{x=200} \right)$$

$$\int \cos x dx$$

$$\int_{x=2}^{x=3} \cos x dx$$

$$\int_{x=1}^{x=2} x^2 dx = \text{[gráfico]}$$

$$\int_{u=1}^{u=2} u^2 dx = \text{[gráfico]}$$

$$\int_{x=0}^{x=\pi} \sin x dx = \text{[gráfico]}$$

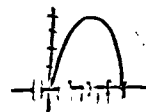
$$\int_{u=0}^{u=\pi/2} 2 \sin 2u dx = \text{[gráfico]}$$

$$[TFC2] = \left( \int_{x=a}^{x=b} f'(x) dx = F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$[TFC2] \left[ \begin{matrix} F(x) := 2x^2 - \frac{x^3}{3} \\ F'(x) := 4x - x^2 \\ a := 0 \\ b := 4 \end{matrix} \right] = \left( \int_{x=0}^{x=4} 4x - x^2 dx = \left( 2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{x=0}^{x=4} \right)$$

$$\left( t^2 \Big|_{t=4}^{t=5} \right) [t := x] = \left( x^2 \Big|_{x=4}^{x=5} \right)$$

$$[DEFDIF] = \left( F(x) \Big|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a) \right) \left[ \begin{matrix} F(u) := u^2 \\ a := 4 \\ b := 5 \\ x := t \end{matrix} \right]$$



$$2 [x := 4] = 2$$

$$x^2 [t := 99] = x^2$$

$$f(x) = 4x - x^2$$

$$I \cdot (4 - 0) \int_{x=0}^{x=4} 4x - x^2 dx =$$

$$u = x/2 \quad x=200 \quad u=100$$

C2 8/Julho/2022

TURMA C1

HOJE: MINI-TESTE!

O MELHOR MODO DE SE PREPARAR PRA

ELÉ É SEGUINDO

O LINK DA P. 12

DO PDF "ALGUMAS

TÉCNICAS DE INTEGRAÇÃO"

- QUE VAI PRA P. 190

DO MIRAÑA -

E TENTANDO JUSTIFICAR

O PRIMEIRO PASSO DO

EXEMPLO 1...

ESSE "JUSTIFICAR" É

COMO NO JOGO DAS

DEMONSTRAÇÕES -

O PRIMEIRO PASSO

É

$U = 3x + 1 \quad du = 3dx$

$\int (3x + 1)^6 \cdot 3 dx = \int u^6 du$

DICA: USE ESTES LIMITES

DE INTEGRAÇÃO:  $\int_{x=a}^{x=b} \dots dx$

USANDO  
[MV1] OU  
[MV3]

[MV1][?] = (?)

$$F'(u) = \frac{f(u)}{\tan(u)}$$

ENCONTRE  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  TAL QUE:

$$f'(x) = 2x$$

SOL 1:  $f(x) = x^2$   
 $f(x) = x^2 + 200$

$$F'(x) = \frac{f(x)}{2x}$$

ou  $F(x) = x^2$   
ou  $F(x) = x^2 + 200$

$$\int x dx \Downarrow$$

$$x dx \Downarrow$$

$$[S4] \begin{cases} F'(u) := 3du \\ u := 3x + 1 \\ g(x) := (3x + 1)^6 \\ f(g(x)) := f(u) du \end{cases}$$

(Se  $F'(u) = f(u)$  ENTÃO) [S4]  
 $= \int 3du = 3x + 1$  ENTÃO

$$[S5] = \begin{cases} u := x^2 \\ g(x) := 2x \\ h(u) := 3 \end{cases}$$

(Se  $F'(u) = f(u)$  ENTÃO) [S5]  
= (

$$[S1] \begin{cases} F(x) := \frac{x^7}{7} \\ f(x) := x^6 \\ g(x) := 3x + 1 \\ g'(x) := 3 \\ u := g(x) \end{cases}$$

(Se  $F'(u) = f(u)$  ENTÃO) [S1]  
 $= \int F'(u) = u^6$  ENTÃO

$$(F(u)) [S1] = \frac{(u[S1])^7}{7} = \frac{g(x)^7}{7}$$

$$[MV1] \begin{cases} f(x) := F(x) \\ f'(x) := f(x) \end{cases} = ?$$

$$[S2] = \begin{cases} F(x) := x^6 \\ F'(x) := 6x^5 \\ g(x) := 3x + 1 \\ g'(x) := 3 \end{cases}$$

(Se  $F'(u) = f(u)$  ENTÃO) [S2]  
 $= \int 6u^5 = f(u)$  ENTÃO

$$f(x) := \frac{x^7}{7} x$$

$$\frac{x^7}{7} x$$

$$\frac{x^7}{2x} = \frac{x^6}{7}$$

$$f(x) = \frac{x^6}{7}$$

$$f'(x) =$$

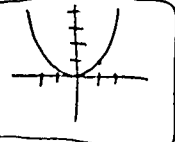
C2 14/JULHO/2022

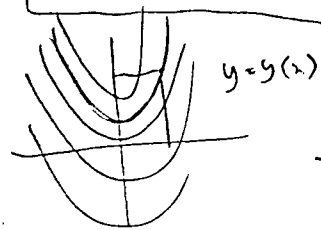
HOJE: ÚLTIMA AULA  
COM MATÉRIA!

$$f'(x) = \frac{x}{f(x)} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$$

$$y = y(x) = f(x)$$

EXEMPLO:

$y = x^2 \Rightarrow$  



NO MINUTOS 2  
EU PEDEI PRA VOCÊS  
JUSTIFICAREM ISTO AQUI:

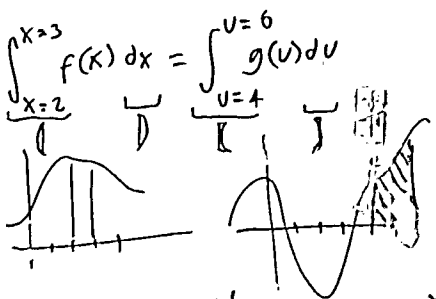
$$[MT2] = \left( \int (\sin 4x)^5 \cos 4x dx = \frac{1}{4} \int u^5 du \right)$$

$$(g(100)) [S1] = [MV2] = \left( \int_{x=a}^{x=b} f'(g(x))g'(x) dx = \int_{U=g(a)}^{U=g(b)} f(u) du \right)$$

$$\sin(4 \cdot 100) \int (\sin 4x)^5 \cos 4x dx = \frac{1}{4} \int u^5 du$$

$$[MV2] \left[ \begin{matrix} f(u) := u^5 \\ g(x) := \sin 4x \\ g'(x) := 4 \cos 4x \end{matrix} \right] = \left( \int_{x=a}^{x=b} (\sin 4x)^5 \cdot (4 \cos 4x) dx = \int_{u=\sin 4a}^{u=\sin 4b} u^5 du \right)$$

$$J = \left[ \begin{matrix} f(x) := u^5 \\ g(x) := \sin 4x \\ g'(x) := 4 \cos 4x \end{matrix} \right] \left( \int_{x=a}^{x=b} (\sin 4x)^5 \cdot \cos 4x dx = \frac{1}{4} \int_{u=\sin 4a}^{u=\sin 4b} u^5 du \right)$$



[ ]

[MV1][S1]

[MV2][S1] =

$$\int_{x=a}^{x=b} k f(x) dx = k \int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$

$$\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$$

$$\int 2 e^x dx = 2 \int e^x dx$$

$$[f(g(x))] \left[ \begin{matrix} f(x) := \sin x \\ g(x) := 42x \end{matrix} \right] = [\sin(g(x))]$$

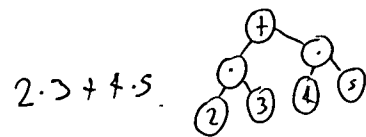
$$\frac{1}{4} \int u^6 du = \int \frac{1}{4} u^6 du$$

EDO:  $f'(x) = \frac{x}{f(x)}$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$$

No ponto (x,y) = (1,2) ISSO DÁ:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$$



$$\sin(10x)$$

$$4 \sin(10x)$$

$$x+2=70$$

$$(x+2=10) [x:=5] = (5+2=10)$$

$$(5+2=10) = F$$

[MV2][S1] =

$$g(x) = u$$

$$\frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx} u = 0$$