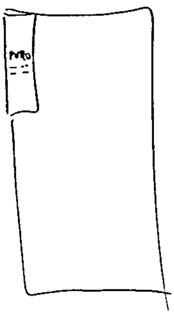
OPTATIVA - ESTATÍSTICA
(NÃO SEI O NOME OFICIAL)
EU: EDUARDO OCHS
PÁGINA DO CURSO:
http://angg.twu.net/

SE VOCÊS PROCURAREM POR "EDUARDO OCHS" NO GOOGLE VOCÊS CHEGAM AQUI

CLIQUE EM "BE" OU "ES" NA BARRA DE NAVEGAÇÃO À ESQUERDA.



IDÉIAS PRINCIPAIS DE ESTATÍSTICA:

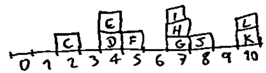
- REPRESENTAR DADOS GRAFICAMENTE
- ESQUECER OS DADOS TIPO "QUEM" PRA FICAR MAIS FÁCIL TRATAR PERGUNTAS TIPO "QUANTOS"
- "RESUMIR" DADOS

EXEMPLOS/EXERCÍCIOS:

NUMA TURMA COM 10 ALUNOS, TODOS FIZERAM DUAS PROVAS, "PROVA A" E "PROVA B", E TIRARAM NOTAS DE 0 A 10 EM CADA UMA...

| NOME | NOTA NA PROVA A | NOTA NA PROVA B |
|---|---|---|
| CARLOS | 2 | 6 |
| DANIELA | 4 | 1 |
| EDUARDO | 4 | 9 |
| FÁTIMA | 5 | 3 |
| GLEICE | 7 | 9 |
| HELENA | 7 | 9 |
| IGOR | 7 | 3 |
| JOÃO | 8 | 2 |
| KÁTIA | 10 | 10 |
| LIA | 10 | 10 |

UM HISTOGRAMA É UMA FIGURA COMO A ABAIXO, QUE REPRESENTA CADA PESSOA COMO UM QUADRADINHO E MOSTRA QUANTAS PESSOAS TIRARAM CADA NOTA...




ISTO É UM HISTOGRAMA NO QUAL CADA PESSOA ESTÁ IDENTIFICADA - PELA LETRA DENTRO DO QUADRADINHO.

ISTO É UM HISTOGRAMA DO TIPO MAIS COMUM:


A PARTIR DE UM HISTOGRAMA É FÁCIL RESPONDER PERGUNTAS DESTE TIPO:

- QUANTAS PESSOAS TIRARAM 7?
- QUANTAS TIRARAM 9?
- QUANTAS TIRARAM 5 OU MAIS?

E NÃO DÁ PRA RESPONDER PERGUNTAS COMO ESTAS:

- QUAIS PESSOAS TIRARAM 7?
- QUAIS TIRARAM 9?
- QUAIS TIRARAM 5 OU MAIS?

... MAS DÁ PRA RESPONDER AS 3 ÚLTIMAS PERGUNTAS COM O HISTOGRAMA COM AS PESSOAS IDENTIFICADAS.

O ESPAÇO AMOSTRAL NESTE EXEMPLO É O CONJUNTO DAS PESSOAS C, D, E, F, G, H, I, J, K, L.

UMA VARIÁVEL (EM ESTATÍSTICA) É ALGO QUE "VARIA DE ACORDO COM A PESSOA QUE A GENTE ESTÁ OLHANDO".

A VARIÁVEL A ⇐ LEMBREM QUE A GENTE USA NOMES CURTOS...

A NOTA NA PROVA A.

- QUANTAS PESSOAS TIRARAM 7?
- QUANTAS TIRARAM 9?
- QUANTAS TIRARAM 5 OU MAIS?

E NÃO DÁ PRA RESPONDER PERGUNTAS COMO ESTAS:

- QUAIS PESSOAS TIRARAM 7?
- QUAIS TIRARAM 9?
- QUAIS TIRARAM 5 OU MAIS?

... MAS DÁ PRA RESPONDER AS 3 ÚLTIMAS PERGUNTAS COM O HISTOGRAMA COM AS PESSOAS IDENTIFICADAS.

O ESPAÇO AMOSTRAL NESTE EXEMPLO É O CONJUNTO DAS PESSOAS C, D, E, F, G, H, I, J, K, L.

UMA VARIÁVEL (EM ESTATÍSTICA) É ALGO QUE "VARIA DE ACORDO COM A PESSOA QUE A GENTE ESTÁ OLHANDO".

A VARIÁVEL A ⇦ LEMBREM QUE A GENTE USA NOMES CURTOS...

⇧ A NOTA NA PROVA A.

ASSUME ESTES VALORES:

2, 4, 4, 5, 7, 7, 7, 8, 10, 10.

A DISTRIBUISÃO DA VARIÁVEL A É ESTA LISTA:

2, 4, 4, 5, 7, 7, 7, 8, 10, 10

(MAS "A ORDEM NÃO IMPORTA" (???))

UM HISTOGRAMA É UM MODO DE REPRESENTAR UMA DISTRIBUISÃO DE UMA VARIÁVEL...

EXERCÍCIO: ESCREVAM A DISTRIBUISÃO DA VARIÁVEL B E FASAM O HISTOGRAMA DELA.

IMPORTANTE

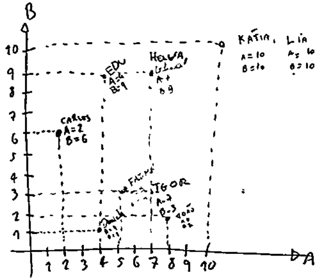
TIREM AS DÚVIDAS DURANTE A AULA

Um truque pra calcular certos somatórios visualizando o que está acontecendo:

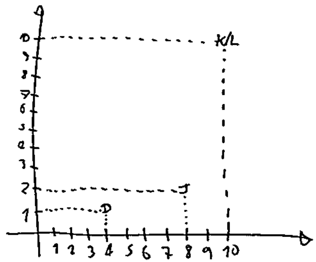

Histograma da variável A.

Se eu quero calcular $\sum_{i=1}^{N} A_i$ ⇦ Repare que isto conta todas as pessoas!

Calcule $\sum_{i=1}^{N} (A_i - 2)$ pelo histograma.




| Nome | Nota na prova A | Nota na prova B |
|---|---|---|
| Carlos | 2 | 6 |
| Daniela | 4 | 1 |
| Eduardo | 4 | 9 |
| Fátima | 5 | 3 |
| Gleice | 7 | 9 |
| Helena | 7 | 9 |
| Igor | 7 | 3 |
| João | 8 | 2 |
| Kátia | 10 | 10 |
| Lia | 10 | 10 |




- Quantas pessoas tiraram 7?
- Quantas tiraram 9?
- Quantas tiraram 5 ou mais?

E não dá pra responder perguntas como estas:

- Quais pessoas tiraram 7?
- Quais tiraram 9?
- Quais tiraram 5 ou mais?

Normalmente as tabelas são assim:

| $i$ | Nome(i) | $A_i$ | $B_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | Carlos | 2 | 6 |
| 2 | Daniela | 4 | 1 |
| 3 | Eduardo | 4 | 9 |
| 4 | Fátima | 5 | 3 |
| 5 | Gleice | 7 | 9 |
| 6 | Helena | 7 | 9 |
| 7 | Igor | 7 | 3 |
| 8 | João | 8 | 2 |
| 9 | Kátia | 10 | 10 |
| 10 | Lia | 10 | 10 |

Definição: Média

$\bar{A}$

Com

Exe

Ca

(a)

(b)

(c)

- QUANTAS PESSOAS TIRARAM 7?
- QUANTAS TIRARAM 9?
- QUANTAS TIRARAM 5 OU MAIS?

E NÃO DÁ PRA RESPONDER PERGUNTAS COMO ESTAS:

- QUAIS PESSOAS TIRARAM 7?
- QUAIS TIRARAM 9?
- QUAIS TIRARAM 5 OU MAIS?

DEFINIÇÃO: MÉDIA DE A:

$$\bar{A} = \left(\sum_{i=1}^{N} A_i\right) / N$$

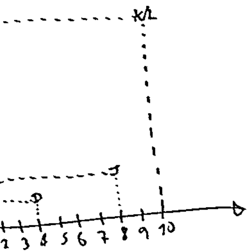
NOTAÇÃO NOVA

IM POR TAN TE

TIREM AS DÚVIDAS DURANTE A AULA

NORMALMENTE AS TABELAS SÃO ASSIM:

| $i$ | Nome(i) | $A_i$ | $B_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | CARLOS | 2 | 6 |
| 2 | DANIELA | 4 | 1 |
| 3 | EDUARDO | 4 | 9 |
| 4 | FÁTIMA | 5 | 3 |
| 5 | GLEICE | 7 | 9 |
| 6 | HELENA | 7 | 9 |
| 7 | IGOR | 7 | 3 |
| 8 | JOÃO | 8 | 2 |
| 9 | KÁTIA | 10 | 10 |
| 10 | LIA | 10 | 10 |



$\sum_{i=1}^{N} A_i$ - PRONÚNCIA: SOMATÓRIO DE $A_i$ COM $i$ VARIANDO DE 1 ATÉ N.

COMO SÃO 10 PESSOAS, $N=10$.

$$\sum_{i=1}^{10} A_i = A_1+A_2+A_3+A_4+A_5+A_6+A_7+A_8+A_9+A_{10}$$

$$= \underbrace{2+4+4}_{10} + \underbrace{5+7+7+7}_{26} + \underbrace{8+10+10}_{28}$$

$$= 64$$

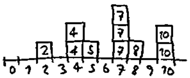
EXERCÍCIOS: CALCULEM:

(a) $\sum_{i=1}^{10} B_i$

(b) $\sum_{i=1}^{5} A_i$

(c) $\sum_{i=3}^{7} (A_i-2) = (A_3-2)+(A_4-2)+\ldots$

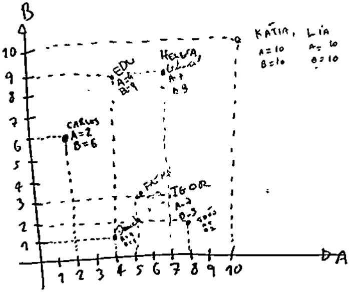
Um truque pra calcular certos somatórios visualizando o que está acontecendo:




Histograma da variável A.

Se eu quero calcular $\sum_{i=1}^{N} A_i$ ⇦ Repare que isto conta todas as pessoas!

Calcule $\sum_{i=1}^{N}(A_i-2)$ pelo histograma.




| Nome | Nota na prova A | Nota na prova B |
|---|---|---|
| Carlos | 2 | 6 |
| Daniela | 4 | 1 |
| Eduardo | 4 | 9 |
| Fátima | 5 | 3 |
| Gleice | 7 | 9 |
| Helena | 7 | 9 |
| Igor | 7 | 3 |
| João | 8 | 2 |
| Kátia | 10 | 10 |
| Lia | 10 | 10 |

Façam o histograma de C e calculem:

$$\overline{C}=\left(\sum_{i=1}^{N} C_i\right)/N$$

Agora vamos definir que para cada pessoa,

$$D_i = C_i-\overline{C}.$$

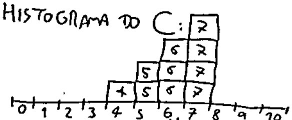
Completem a tabela com uma coluna pros "$D_i$"s e calculem, pelo histograma,

$$\overline{D}=\left(\sum_{i=1}^{N} D_i\right)/N$$

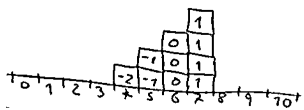
e

$$\sum_{i=1}^{N}(C_i-\overline{C}).$$

Histograma do C:




E pra calcular $\sum_{i=1}^{N} C_i-\overline{C}$,




ÚLTIMO CONCEITO DE HO

A QUANTIDADE $C_i-\overline{C}$ (G

UMA VARIÁVEL, JÁ QUE DE

DA PESSOA – E ATÉ INVENTA

NOME PRA ELA: $D_i$) DIZ, P

CADA PESSOA, SE ELA ES

OU ABAIXO DA MÉDIA, E

Normalmente as tabelas são assim:

| $i$ | Nome($i$) | $A_i$ | $B_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | Carlos | 2 | 6 |
| 2 | Daniela | 4 | 1 |
| 3 | Eduardo | 4 | 9 |
| 4 | Fátima | 5 | 3 |
| 5 | Gleice | 7 | 9 |
| 6 | Helena | 7 | 9 |
| 7 | Igor | 7 | 3 |
| 8 | João | 8 | 2 |
| 9 | Kátia | 10 | 10 |
| 10 | Lia | 10 | 10 |

HISTOGRAMA

CALCULEM:

$(\sum C_i)/N$

VAMOS DEFINIR

RA CADA PESSOA,

$C_i - \bar{C}$.

EM A TABELA

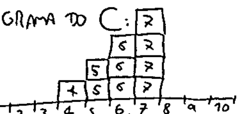
COLUNA PROS "$D_i$"s

CULEM, PELO HISTOGRAMA,

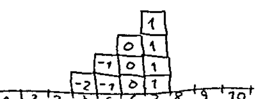
$(\sum_{i=1}^{N} D_i)/N$

$\sum_{i=1}^{N} (C_i - \bar{C})$.

GRAMA DO C:




A CALCULAR $\sum_{i=1}^{N} C_i - \bar{C}$,




ÚLTIMO CONCEITO DE HOJE:

A QUANTIDADE $C_i - \bar{C}$ (QUE É UMA VARIÁVEL, JÁ QUE DEPENDE DA PESSOA — E ATÉ INVENTAMOS UM NOME PRA ELA: $D_i$) DIZ, PRA CADA PESSOA, SE ELA ESTÁ ACIMA OU ABAIXO DA MÉDIA, E QUANTO.

NORMALMENTE AS TABELAS SÃO ASSIM:

| $i$ | Nome($i$) | $A_i$ | $B_i$ | $C_i$ | $D_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | CARLOS | 2 | 6 | 4 | -2 |
| 2 | DANIELA | 4 | 1 | 5 | -1 |
| 3 | EDUARDO | 4 | 9 | 5 | -1 |
| 4 | FÁTIMA | 5 | 3 | 6 | 0 |
| 5 | GLEICE | 7 | 9 | 6 | 0 |
| 6 | HELENA | 7 | 9 | 6 | 0 |
| 7 | IGOR | 7 | 3 | 7 | 1 |
| 8 | JOÃO | 8 | 2 | 7 | 1 |
| 9 | KÁTIA | 10 | 10 | 7 | 1 |
| 10 | LIA | 10 | 10 | 7 | 1 |

EXERCÍCIOS:
CALCULEM:

(a) $\sum_{i=1}^{10} B_i$

(b) $\sum_{i=1}^{5} A_i$

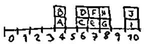
(c) $\sum_{i=3}^{7} (A_i - 2) = (A_3 - 2) + (A_4 - 2) + \ldots$

IMPORTANTE

TIREM AS DÚVIDAS DURANTE A AULA

HOJE:
- COMO SORTEAR NÚMEROS COM UMA MOEDA
- AMOSTRAGENS
- PROBABILIDADE?

VAMOS COMEÇAR COM ESTA DISTRIBUIÇÃO ("A"):




EXERCÍCIO

SEJAM $K, L, M, P$ DISTRIBUIÇÕES OBTIDAS A PARTIR DE $A$ ESCOLHENDO ALEATORIAMENTE 5 PESSOAS DIFERENTES DENTRE AS 10 DA DISTRIBUIÇÃO $A$.

ESCOLHER UM LADO DA MOEDA PRA VALER 0, OUTRO PRA VALER 1

1ª JOGADA VALE 8 OU 0
2ª JOGADA VALE 4 OU 0
3ª VALE 2 OU 0
4ª VALE 1 OU 0.

SOME OS NÚMEROS E ANOTE O RESULTADO.

FAÇA ISSO 5 VEZES PRA OBTER 5 NÚMEROS DIFERENTES ENTRE 0 E 9.

QUANDO DER UM NÚMERO RUIM – GRANDE DEMAIS, OU IGUAL A UM ANTERIOR – DESCARTE-O E JOGUE DE NOVO.

ESPAÇO AMOSTRAL DA DISTRIBUIÇÃO A:

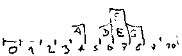
PESSOAS A, B, C, D, E, F, G, H, I, J
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

SE VOCÊ OBTEVE ~~10~~, ~~15~~, 0, 6, 3, ~~13~~, ~~14~~, 5, 4 (A, D, F, E)

ENTÃO O ESPAÇO AMOSTRAL DA DISTRIBUIÇÃO NOVA, $K$, É:

A, D, E, F, G.

FAÇA O HISTOGRAMA E A MÉDIA DESTA DISTRIBUIÇÃO NOVA




DEF: A MÉDIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO $A$, $\overline{A}$, É DEFINIDA POR:

$$\overline{A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i$$

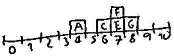


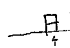

TABELA:

| $i$ | INICIAL | $K_i$ |
|---|---|---|
| 1 | A | 4 |
| 2 | D | 6 |
| 3 | E | 7 |
| 4 | F | 7 |
| 5 | G | 8 |

MÉDIA:

$$\overline{K} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} K_i = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} K_i = \frac{1}{5}(K_1+K_2+K_3+K_4+K_5) = \frac{1}{5}(4+6+7+7+8) = \frac{1}{5}\,32 = 6.4$$

A MÉDIA DA DISTRIBUIÇÃO ORIGINAL,




É 7.

VOCÊS CALCULARAM VÁRIAS MÉDIAS A PARTIR DE AMOSTRAS.

ALGUMAS DESSAS MÉDIAS NOVAS FORAM MAIS PERTO DA MÉDIA ORIGINAL, 7, OUTRAS FORAM MAIS LONGE.

TEM DUAS DISTRIBUIÇÕES COM A MENOR MÉDIA POSSÍVEL:

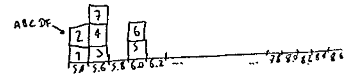
ABCDE → 5.4,
ABCDF → 5.4.

TEM DUAS DISTRIBUIÇÕES COM A MAIOR MÉDIA POSSÍVEL.

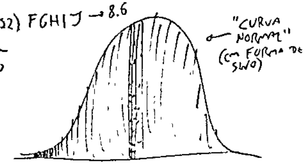
NESTE CASO – ESCOLHENDO 5 PESSOAS EM 10 – O NÚMERO DE ESCOLHAS POSSÍVEIS É SÓ MEIO GRANDE... ≈ VAI SER 252. (SE EU NÃO ERREI NA CONTA).

LISTA DE TODAS AS AMOSTRAS POSSÍVEIS DE 5 PESSOAS EM 10 (EM ORDEM ALFABÉTICA):

1) ABCDE → 5.4
2) ABCDF → 5.4
3) ABCDG → 5.6
4) ABCDH → 5.6
5) ABCDI → 6.0
6) ABCDJ → 6.0
7) ABCEF → 5.6



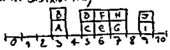

252) FGHIJ → 8.6



COMO É QUE A GENTE ESTIMA, POR EXEMPLO, AS INTENÇÕES DE VOTO DE 10 MILHÕES DE PESSOAS FAZENDO UMA PESQUISA COM POUCAS PESSOAS?

QUAL É A PRECISÃO DESTA ESTIMATIVA?

NA AULA PASSADA USAMOS ESTA DISTRIBUIÇÃO,

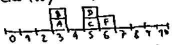



DE NOTAS NUMA PROVA,
CADA UM DOS DEZ ALUNOS COMEÇA COM UMA INICIAL DIFERENTE (ANA, BETO, CARLOS ...)
E VAMOS OLHAR PARA "AMOSTRAS" DE 5 PESSOAS ENTRE ESTAS 10.

JEITOS DE ESCOLHER 5 ALUNOS DIFERENTES NESTES 10:

1) ABCDE
2) ABCDF,
⋮
252) FGHIJ.

CADA UMA DESTAS ESCOLHAS GERA UMA DISTRIBUIÇÃO – POR EXEMPLO, ABCDF TEM ESTE HISTOGRAMA:




A MÉDIA DESTA DISTRIBUIÇÃO (COM AS PESSOAS A,B,C,D,F) É:

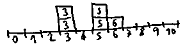
$$\overline{A}=\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}A_i\right)=\frac{1}{5}(A_1+A_2+A_3+A_4+A_5)=\frac{1}{5}(5+5+3+6+3)=22/5=4.4$$

REPRESENTANDO A DISTRIBUIÇÃO COMO UMA TABELA, TEMOS:

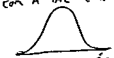
| i | INICIAL | $A_i$ |
|---|---|---|
| 1 | C | 5 |
| 2 | D | 5 |
| 3 | A | 3 |
| 4 | F | 6 |
| 5 | B | +3 |
| | | 22 ⇦ |

$A_1=5$
$A_2=5$
$A_3=3$
$A_4=6$
$A_5=3$

DÁ PRA FAZER ESTA SOMA, $\sum_{i=1}^{N}A_i$ (SEM O "$\frac{1}{N}$"), PELO HISTOGRAMA:




CADA UMA DESSAS AMOSTRAS DE 5 PESSOAS IA TER UMA MÉDIA...
E EU CONTEI QUE O HISTOGRAMA DESTAS MÉDIAS DAVA UMA CURVA PARECIDA COM A TAL "CURVA NORMAL"...



O HISTOGRAMA É:


AGORA VAMOS COMEÇAR A ENTENDER PROBABILIDADE.
PROBABILIDADE TEM A VER COM SORTEIO (E COM FRAÇÕES).

① SE A GENTE ESCOLHEU AO ACASO UMA DESTAS 252 AMOSTRAS DE 5 PESSOAS, QUAL A PROBABILIDADE DA MÉDIA DESTA AMOSTRA SER 6.6?

ESTAMOS FALANDO DE UM ESPAÇO AMOSTRAL COM 252 "EVENTOS INDIVIDUAIS"...
DÁ PRA REPRESENTÁ-LO COM UMA TABELA – $L_i$ VAI SER A SEQUÊNCIA DE LETRAS DO EVENTO INDIVIDUAL I.

MÉDIA DA AMOSTRA

| i | $L_i$ | $M_i$ | $M_i=6.6$ |
|---|---|---|---|
| 1 | ABCDE | 4.4 | 0 |
| 2 | ABCDF | 4.4 | 0 |
| 3 | ABCDG | 4.6 | 0 |
| 4 | ABCDH | 4.6 | 0 |
| ⋮ | | | ⋮ |
| 252 | FGHIJ | 7.6 | ⋮ |

NOTAÇÃO PRA PROBABILIDADE:

$P(E)$ ← NOTAÇÃO (ABSTRATA)

"EVENTO"

EXEMPLO CONCRETO:

$P(\underbrace{M_i=6.6}_{\text{EVENTO (V ou F, 1 ou 0)}})$

NA COLUNA "$M_i=6.6$" VAMOS TER 20 "1"S E 252-20 "0"S.

② CALCULE

$$P(M_i\leq 5.0)=\frac{22}{252}.$$

COMO REPRESENTAR ESTES EVENTOS NOS HISTOGRAMAS? E COMO CONJUNTOS?

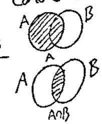
VOLTANDO PRO EXEMPLO MAIS SIMPLES... O DO ABCDF.


$P(A_i\leq 5)$ É A MÉDIA $\overline{(A_i\leq 5)}$... OU SEJA,

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(A_i\leq 5)=\frac{1}{5}4=\frac{4}{5}=0.8$$

| i | $A_i$ | $A_i\leq 5$ |
|---|---|---|
| 1 | 5 | 1 |
| 2 | 5 | 1 |
| 3 | 3 | 0 |
| 4 | 6 | 0 |
| 5 | 3 | +1 |
| | | 4 |

COMO CONJUNTO:

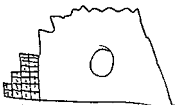




ISTO É O EVENTO "$A_i\leq 5$", REPRESENTADO COMO CONJUNTO.

VOLTANDO PRO EVENTO DAS 252 AMOSTRAS DE 5 PESSOAS,
ISTO AQUI REPRESENTA O EVENTO "$M_i \leq 5.0$":

REPARE QUE AGORA CADA BARRA REPRESENTA VÁRIAS AMOSTRAS DE 5 PESSOAS – CADA BARRA TEM UM "PESO" DIFERENTE



IDÉIA: AGORA ESTA SOMA É CALCULADA COMO:

Nº DE AMOSTRAS NA 1ª COLUNA ⟹ 2 1 ⟸ VALOR NA 1ª COLUNA
+ 4·1
+ 8 1
+ 8 1
+18 0
+20·0
+ ...
+ 2 0.

ESTA IDÉIA DAS COLUNAS TEREM "PESOS" VAI DAR O CONCEITO DE "MÉDIA PONDERADA", QUE VAMOS VER DEPOIS.

EXERCÍCIO (IMPORTANTE).
QUAL É A PROBABILIDADE DE $M_i$ ESTAR "PERTO" DE 6.0?

EXEMPLO:
CALCULE
a) $P(6.0 \leq M_i \leq 6.0) = 36/252 \approx 14\%$
b) $P(5.8 \leq M_i \leq 6.2) = 84/252 \approx 33\%$
c) $P(5.6 \leq M_i \leq 6.4) = 132/252 \approx 52\%$
d) $P(5.4 \leq M_i \leq 6.6) = 172/252 \approx 68\%$
e) $P(5.2 \leq M_i \leq 6.8) = 208/252 \approx 83\%$
f) $P(5.0 \leq M_i \leq 7.0) = 224/252 \approx 89\%$
g) $P(4.8 \leq M_i \leq 7.2) = 240/252 \approx 95\%$

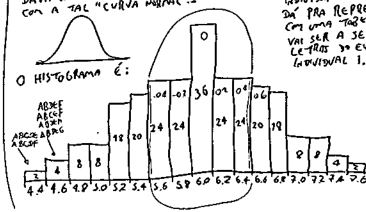
REPARE QUE SE ESCOLHERMOS UMA AMOSTRA DE 5 PESSOAS AO ACASO VAMOS TER 52% DE...

CHANCE DE TERMOS
$5.6 \leq M_i \leq 6.4$,
OU SEJA,
$5.6 - 6.0 \leq M_i - 6.0 \leq 6.4 - 6.0$,
OU SEJA,
$-0.4 \leq \underbrace{M_i - \overline{M}}_{\text{DESVIO}} \leq 0.4$

OU SEJA, TEM 52% DE CHANCE DA MÉDIA DA AMOSTRA ESTAR A UMA DISTÂNCIA ≤ 0.4 DA MÉDIA $\overline{M} = 6.0$.

CADA UMA DESSAS AMOSTRAS DE 5 PESSOAS IA TER UMA MÉDIA...
E EU CONTEI QUE O HISTOGRAMA DESTAS MÉDIAS DAVA UMA CURVA PARECIDA COM A TAL "CURVA NORMAL"...

O HISTOGRAMA É:




AGORA VAMOS COMEÇAR A ENTENDER PROBABILIDADE.
PROBABILIDADE TEM A VER COM SORTEIO (E COM FRAÇÕES).

① SE A GENTE ESCOLHEU AO ACASO UMA DESTAS 252 AMOSTRAS DE 5 PESSOAS, QUAL A PROBABILIDADE DA MÉDIA DESTA AMOSTRA SER 6.6?

ESTAMOS FALANDO DE UM ESPAÇO AMOSTRAL COM 252 "EVENTOS INDIVIDUAIS"...
DÁ PRA REPRESENTÁ-LO COM UMA TABELA – $L_i$ VAI SER A SEQÜÊNCIA DE LETRAS DO EVENTO INDIVIDUAL 1.

MÉDIA DA AMOSTRA

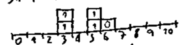
| $i$ | $L_i$ | $M_i$ | $M_i = 6.6$ |
|---|---|---|---|
| | | | 0 |
| 1 | ABCDE | 4.4 | 0 |
| 2 | ABCDF | 4.4 | 0 |
| 3 | ABDEG | 4.6 | 0 |
| 4 | ABCDH | 4.6 | |
| ⋮ | | | ⋮ |
| 252 | FGHIJ | 7.6 | |

NOTAÇÃO PRA PROBABILIDADE:
$P(E)$ ← NOTAÇÃO (ABSTRATA)
"EVENTO"
EXEMPLO CONCRETO:
$P(\underbrace{M_i = 6.6}_{\text{EVENTO}})$
(V ou F, 1 ou 0)
NA COLUNA "$M_i = 6.6$" VAMOS TER 20 "1"s E 252-20 "0"s.

② CALCULE
$P(M_i \leq 5.0) = \frac{22}{252}$.

COMO REPRESENTAR ESTES EVENTOS NOS HISTOGRAMAS? E COMO CONJUNTOS?

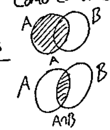
VOLTANDO PRO EXEMPLO MAIS SIMPLES... O DO ABCDF.

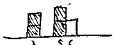



$P(A_i \leq 5)$ É A MÉDIA
$\overline{(A_i \leq 5)}$ ... OU SEJA,
$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(A_i \leq 5) = \frac{1}{5} 4 = \frac{4}{5} = 0.8$

| $i$ | $A_i$ | $A_i \leq 5$ |
|---|---|---|
| 1 | 5 | 1 |
| 2 | 5 | 1 |
| 3 | 3 | 0 |
| 4 | 6 | +1 |
| 5 | 3 | 4 |

COMO CONJUNTO:




ISTO É O EVENTO "$A_i \leq 5$", REPRESENTADO COMO CONJUNTO.

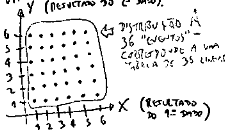
Um dos objetivos do curso é fazer vocês conseguirem ler trechos dos livros de estatística que seria muito difícil vocês lerem sozinhos...

Hoje vamos usar letras diferentes pra distribuições e pra variáveis, pra confundir menos...

$A, B, C, D, \ldots$ : distribuições
$X, Y, Z, W, \ldots$ : variáveis
$X(A)$ é uma variável,
$A|_{X \leq 4}$ é uma distribuição,
$Y(A|_{X \leq 4})$ é uma variável

Hoje vamos ver várias coisas sobre dados agrupados, e a notação de restrição vai ser importante.

Vamos começar com esta distribuição:




⇦ Distribuição A
36 "eventos" — corresponde a uma tabela de 36 linhas.

... e agora vamos construir esta outra distribuição:

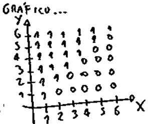
$$B = A|_{X \leq Y}$$

B: nome da nova distribuição; |: "tal que"; $X \leq Y$: condição

Uma tabela pro A:

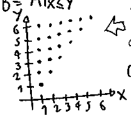
| i | X | Y | X≤Y | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | ⇦ "verdadeiro" |
| 2 | 1 | 2 | 1 | |
| 3 | 1 | 3 | 1 | |
| 4 | 1 | 4 | 1 | |
| 5 | 1 | 5 | 1 | |
| 6 | 1 | 6 | 1 | |
| 7 | 2 | 1 | 0 | ⇦ "falso" |
| 8 | 2 | 2 | 1 | |
| 9 | 2 | 3 | 1 | |
| 10 | 2 | 4 | 1 | |
| 11 | 2 | 5 | 1 | |
| 12 | 2 | 6 | 1 | |
| | 3 | | | |
| ⋮ | | | | |
| 31 | 6 | 1 | 0 | |
| 32 | 6 | 2 | 0 | |
| 33 | 6 | 3 | 0 | |
| 34 | 6 | 4 | 0 | |
| 35 | 6 | 5 | 0 | |
| 36 | 6 | 6 | 1 | |

Graficamente — podemos representar o valor de $X \leq Y$ sobre cada ponto do gráfico...



A notação $A|_{X \leq Y}$ constrói uma distribuição só com os pontos que obedecem a condição.

$B = A|_{X \leq Y}$ é esta distribuição:



⇦ Distribuição B
21 "eventos" — corresponde a uma tabela de 21 linhas (possivelmente numeradas de forma totalmente diferente da tabela do A).

## Dados agrupados

Exercício:

① Represente graficamente as distribuições:

$B|_{1 \leq X \leq 2}$,

$B|_{3 \leq X \leq 4}$,

$B|_{5 \leq X \leq 6}$.

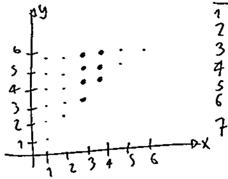
② As distribuições do exercício anterior são, em duas variáveis — cada evento tem "um valor de X e um valor de Y".

Represente graficamente as seguintes distribuições em uma variável:

$Y(B|_{1 \leq X \leq 2})$,

$Y(B|_{3 \leq X \leq 4})$,

$Y(B|_{5 \leq X \leq 6})$.

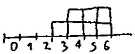


$B|_{3 \leq X \leq 4}$

| i | $X_i$ | $Y_i$ |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 6 |
| 2 | 4 | 6 |
| 3 | 3 | 5 |
| 4 | 4 | 5 |
| 5 | 3 | 4 |
| 6 | 4 | 4 |
| 7 | 3 | 3 |

$Y(B|_{3 \leq X \leq 4})$

| i | $Y_i$ |
|---|---|
| 1 | 6 |
| 2 | 6 |
| 3 | 5 |
| 4 | 5 |
| 5 | 4 |
| 6 | 4 |
| 7 | 3 |

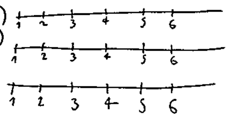


Num diagrama parecido com a p.82 do livro:

$Y(B|_{1 \leq X \leq 2})$

$Y(B|_{3 \leq X \leq 4})$

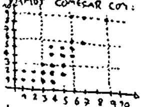
$Y(B|_{5 \leq X \leq 6})$



Hoje: dados agrupados (de novo), revisão das notações $X(A)$ e $A|_{2\leq x\leq 3}$, e umas coisas extras (do livro)!

Lembre que vamos usar as letras $A, B, C, \ldots$ para distribuições e $X, Y, Z, \ldots$ para variáveis.

Vamos começar com:



Isto é a distribuição $A$.

Exercícios:

- Faça os histogramas de:

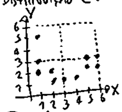
ⓐ $X(A)$

ⓑ $Y(A)$

ⓒ $X(A|_{x\geq 6})$

ⓓ $Y(A|_{x\geq 6})$

Distribuição $C$:

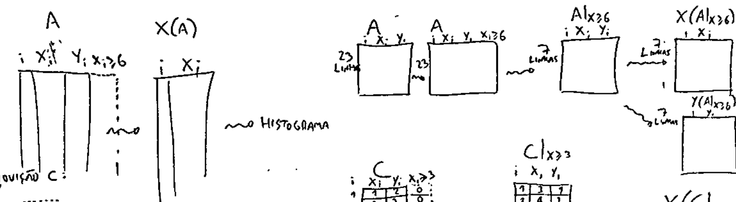


ⓐ' $X(C)$

ⓑ' $Y(C)$

ⓒ' $X(C|_{x\geq 3})$

ⓓ' $Y(C|_{x\geq 3})$




$A \rightsquigarrow X(A)$

$A|_{x\geq 6} \rightsquigarrow X(A|_{x\geq 6})$

$C$

| $i$ | $x_i$ | $y_i$ | $x_i\geq 3$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 0 |
| 2 | 1 | 3 | 0 |
| 3 | 1 | 5 | 0 |
| 4 | 2 | 1 | 0 |
| 5 | 2 | 2 | 0 |
| 6 | 3 | 1 | 1 |
| 7 | 4 | 1 | 1 |
| 8 | 5 | 2 | 1 |
| 9 | 5 | 3 | 1 |
| 10 | 6 | 2 | 1 |
| 11 | 6 | 3 | 1 |

$\rightsquigarrow$ $C|_{x\geq 3}$

| $i$ | $x_i$ | $y_i$ |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 1 |
| 2 | 4 | 1 |
| 3 | 5 | 2 |
| 4 | 5 | 3 |
| 5 | 6 | 2 |
| 6 | 6 | 3 |

$\rightsquigarrow$ $X(C|_{x\geq 3})$

| $i$ | $x_i$ |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 4 |
| 3 | 5 |
| 4 | 5 |
| 5 | 6 |
| 6 | 6 |

$\rightsquigarrow$ $Y(C|_{x\geq 3})$

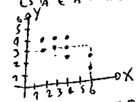
| $i$ | $y_i$ |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 1 |
| 3 | 2 |
| 4 | 3 |
| 5 | 2 |
| 6 | 3 |

$$\overbrace{X(A|_{\underbrace{x\geq 6}_{\substack{\text{condição/}\\ \text{variável}\\ \text{que vale}\\ 0 \text{ ou } 1}}})}^{\text{Distribuição em uma variável com 7 pontos}}$$

$\underbrace{\phantom{x\geq 6}}$ Subdistribuição – restrição da distribuição $A$, com só 7 pontos

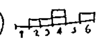
Exercício:

Esta é a distribuição $D$:



Faça os histogramas de:

ⓔ $Y(D)$.

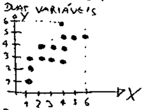
ⓕ $X(D|_{1<y<4})$ 


ⓖ $Y(D|_{1<y<4})$

ⓗ Represente graficamente $D|_{1<y<4}$.

Hoje:
Precisamos de bastante prática com as notações $X(A)$ e $A|_{\text{cond}}$, então vamos começar com exercícios..

Seja $A$ esta distribuição em duas variáveis



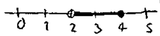
Represente graficamente:

① $A|_{x\le 2}$
② $A|_{x\le 4}$
③ $A|_{2<x\le 4}$
④ $A|_{4<x}$

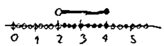
⑤ $A|_{y\le 2}$
⑥ $A|_{y\le 4}$
⑦ $A|_{2<y\le 4}$
⑧ $A|_{4<y}$

## Notação pra intervalos

Às vezes a gente representa graficamente coisas como $2<x\le 4$ desta forma:



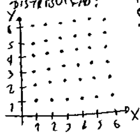
Podemos imaginar que pra cada valor de $x$ nós marcamos um "●" nele quando a resposta do $2<x\le 4$ é "sim", e um "o" quando a resposta é "não":



Represente graficamente (na "reta real", com a notação de intervalos)

⑨ $2<x\le 3$
⑩ $2<x<3$
⑪ $2\le x\le 3$
⑫ $0\le x<4$
⑬ $3<x$
⑭ $x<2$
⑮ $x<2.5$
⑯ $x\le 2.5$

Seja $B$ esta distribuição:



Vamos usá-la pra praticar visualizar regiões do plano.
Represente graficamente

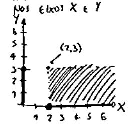
⑯ $B|_{x<3}$
⑰ $B|_{2\le x}$
⑱ $B|_{2\le x \text{ e } x<3}$
⑲ $B|_{y\le 3}$
⑳ $B|_{2\le x \text{ e } y\le 3}$

Agora vocês têm prática em usar expressões como "$2\le x$ e $y\le 3$" pra definir regiões do plano! !!

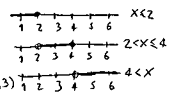
Ainda não vimos o que acontece com números fracionários

Será que o ponto $(2,3)$ pertence à região "$2\le x$ e $y\le 3$"?

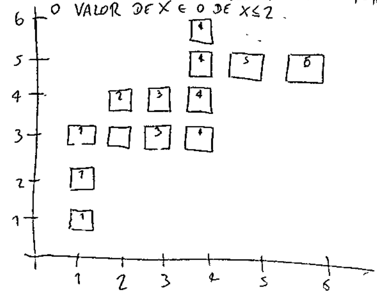
Não existe uma notação correspondente à "●—o" para regiões do plano, mas podemos começar representando intervalos nos eixos $x$ e $y$




Repare que nos exercícios ①, ③ e ④ nós dividimos o eixo $x$ em três regiões:




Agora dentro de cada quadrado nós vamos pôr o valor de $x$ e o de $x\le 2$.



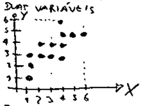
$x=2,\ y=3$

$$\underbrace{(\underbrace{2\le x}_{\text{verd}} \text{ e } \underbrace{y\le 3}_{\text{verd}})}_{\text{verd}}$$

Hoje.

Precisamos de bastante prática com as notações $X(A)$ e $A|_{cond}$, então vamos começar com exercícios..

Seja $A$ esta distribuição em duas variáveis



Represente graficamente.

① $A|_{X\leq 2}$

② $A|_{X\leq 4}$

③ $A|_{2\leq X\leq 4}$

④ $A|_{4<X}$

⑤ $A|_{Y\leq 2}$

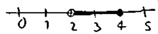
⑥ $A|_{Y\leq 4}$

⑦ $A|_{2<Y\leq 4}$

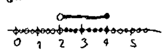
⑧ $A|_{4<Y}$

## Notação pra intervalos

Às vezes a gente representa graficamente coisas como $2<X\leq 4$ desta forma.



Podemos imaginar que pra cada valor de $X$ nós marcamos um "●" nele quando a resposta do $2<X\leq 4$ é "sim", e um "O" quando a resposta é "não":



Represente graficamente (na "reta real", com a notação de intervalos).

⑨ $2<X\leq 3$

⑩ $2<X<3$

⑪ $2\leq X\leq 3$

⑫ $0\leq X<4$

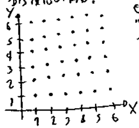
⑬ $3<X$

⑭ $X<2$

⑮ $X<2.5$

⑯ $X\leq 2.5$

Seja $B$ esta distribuição.



Vamos usá-la pra praticar visualizar regiões do plano

Represente graficamente

⑯ $B|_{X<3}$

⑰ $B|_{2\leq X}$

⑱ $B|_{2\leq X \text{ e } X<3}$

⑲ $B|_{Y\leq 3}$

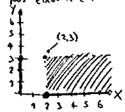
⑳ $B|_{2\leq X \text{ e } Y\leq 3}$

Agora vocês têm prática com usar expressões como "$2\leq X$ e $Y\leq 3$" pra definir regiões do plano!!

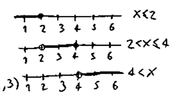
Ainda não vimos o que acontece com números fracionários

Será que o ponto $(2,3)$ pertence à região "$2\leq X$ e $Y<3$"?

Não existe uma notação correspondente à "●—O" para regiões do plano, mas podemos começar representando intervalos nos eixos $X$ e $Y$

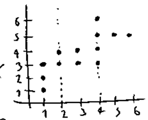


Repare que nos exercícios ①, ③ e ④ nós dividimos o eixo $X$ em três regiões:



No plano $(X,Y)$, essas regiões são

Na verdade.



Sejam.

$C = A|_{X\leq 2}$,

$D = A|_{2<X\leq 4}$,

$E = A|_{4<X}$

Faça os histogramas de

㉑ $Y(C)$

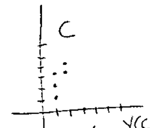
㉒ $Y(D)$

㉓ $Y(E)$

Calcule.

㉔ $\overline{Y(C)}$

㉕ $\min(Y(C))$



C

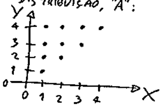
| i | X | Y |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 2 |
| 3 | 1 | 3 |
| 4 | 2 | 3 |
| 5 | 2 | 4 |

Y(C)

| i | Y |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 3 |
| 5 | 4 |

Hoje:
Porcentagem acumulada
(ou: probabilidade acumulada)
Mediana, quartis, percentis...

Vamos começar com esta distribuição, "A":



A gente viu na aula passada como visualizar e representar coisas como $A|_{x<2}$, $A|_{x\le2}$, $A|_{1<x\le3}$, etc.

Agora queremos pensar em eventos e probabilidades.

Def $F(x) = P(X \le x)$

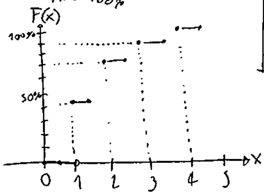
minúsculo

Então, por exemplo,
$F(1) = P(X \le 1)$,
$F(1.5) = P(X \le 1.5)$,
etc.

... e a gente vai traçar o gráfico da função $F(x)$.

Vamos começar com uma tabela:

| x | F(x) | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | = 0% |
| 0.5 | 0 | = 0% |
| 1 | 4/10 | = 40% |
| 1.5 | 4/10 | = 40% |
| 2 | 7/10 | = 70% |
| 2.5 | 7/10 | = 70% |
| 3 | 9/10 | = 90% |
| 3.5 | 9/10 | = 90% |
| 4 | 10/10 | = 100% |
| 4.5 | 10/10 | = 100% |

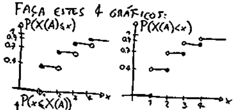


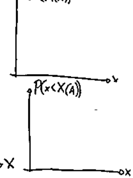
Dica:
Pensem em $A|_{x\le1}$, $A|_{x\le1.5}$, $A|_{x\le2}$, etc.

Pra que valores de x temos $P(X\le x) \ge 50\%$? e $P(x \le X) \ge 50\%$?

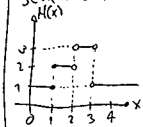
Vamos usar isto pra calcular a mediana (e algo parecido pra quartis e percentis).

Exercício:
Faça estes 4 gráficos:




Digamos que isto seja o gráfico de H(x):

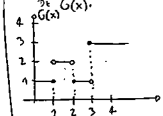


Então:

| x | H(x) | |
|---|---|---|
| 0.5 | 1 | |
| 1 | 1 ou 2 | !! |
| 1.5 | 2 | |
| 2 | ??? | |
| 2.5 | 3 | |
| 3 | ??? | !! |

Isto não é o gráfico de uma função!

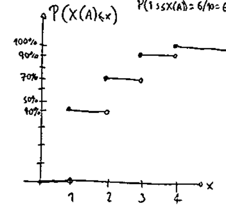
Este é o gráfico de G(x).

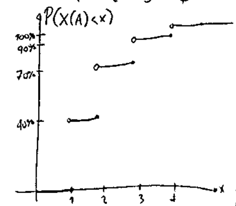


Então:
$G(0.5) = 1$
$G(1) = 1$
$G(1.5) = 2$
$G(2) = 1$
$G(2.999) = 1$
$G(3) = 3$

$A|_{1.5\le x} =$ 

$P(1.5 \le X(A)) = 6/10 = 60\%$



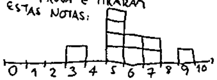



HOJE: COMO A GENTE USA A CURVA NORMAL - ISTO É, AQUELAS TABELAS COMPLICADAS?

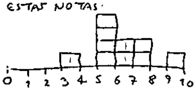
A CURVA NORMAL É UMA CURVA DE ÁREA 1 - ENTÃO VAMOS COMEÇAR APRENDENDO A USAR ÁREAS.

DUAS DISTRIBUIÇÕES:

A) 10 PESSOAS FIZERAM UMA PROVA E TIRARAM ESTAS NOTAS:

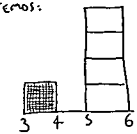



B) 1000 PESSOAS FIZERAM UMA PROVA E TIRARAM ESTAS NOTAS:




E AGORA CADA □ REPRESENTA 100 PESSOAS...

POR EXEMPLO, NA PARTE ENTRE 3 E 6 TEMOS:




E CADA QUADRADINHO DE 1mm x 1mm REPRESENTA UMA PESSOA...

ENTRE O 3 E O 4 TEMOS 100 PESSOAS; ENTRE O 3 E O 3.2 TEMOS 20 PESSOAS; ETC...

... AÍ AGORA A GENTE VAI FAZER O GRÁFICO DA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE ACUMULADA DA DISTRIBUIÇÃO B.

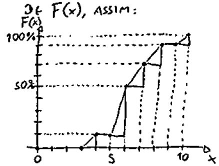
OBS: VAMOS CONSIDERAR QUE AS 10 PESSOAS ENTRE O 3.0 E O 3.1 TIRARAM ENTRE 3.0 E 3.1.

DEF: $F(x) = P(X(B) < x)$

EXEMPLOS.

$$F(6.0) = P(X(B) < 6.0) = \frac{500}{1000} = 50\%$$

EXERCÍCIO: FAÇAM O GRÁFICO DE $F(x)$, ASSIM:




| x | F(x) |
|---|---|
| 0 | |
| 0.5 | |
| 1.0 | |
| 1.5 | |
| 2.0 | |
| 2.5 | |
| 3.0 | |
| 3.5 | |
| 4.0 | 10% |
| 4.5 | |
| 5.0 | 10% |
| 5.5 | |
| 6.0 | |
| 6.5 | |
| 7.0 | |
| 7.5 | |
| 8.0 | |
| 8.5 | |
| 9.0 | |
| 9.5 | |
| 10.0 | |

| x | F(x) |
|---|---|
| 3.0 | |
| 3.1 | |
| 3.2 | |
| 3.3 | |
| 3.4 | |
| 3.5 | |
| 3.6 | |
| 3.7 | |
| 3.8 | |
| 3.9 | |
| 4.0 | |
| ⋮ | |
| 5.0 | |
| 5.1 | |
| 5.2 | |
| 5.3 | |
| 5.4 | |
| 5.5 | |
| 5.6 | |
| 5.7 | |
| 5.8 | |
| 5.9 | |
| 6.0 | |
| 6.1 | |
| 6.2 | |

O GRÁFICO  É UMA "FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE".

O GRÁFICO  É UMA "FUNÇÃO DE PROBABILIDADE ACUMULADA".

USANDO O GRÁFICO DA F.P.A. A GENTE CONSEGUE CALCULAR PROBABILIDADES COMO:

$$P(3.5 < X(B) < 6.5)$$

TRUQUE: ISTO É A MESMA COISA QUE

$$P(X(B) < 6.5) - P(X(B) < 3.5),$$

QUE É $F(6.5) - F(3.5)$,

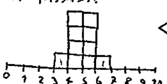
QUE É $60\% - 5\%$,

QUE É $55\%$.

Hoje:

Será que a gente consegue chegar até a curva normal?

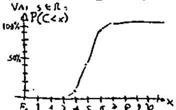
Seja $C$ esta distribuição de probabilidade — contínua, como as da aula passada:




Isto é o gráfico de uma "Função de Distribuição de Probabilidade"

Como na aula passada, cada quadrado representa 100 pessoas (de um total de 1000) e o quadrado [3 4] representa 100 pessoas que tiraram entre 3 e 4.

Agora queremos calcular a Função de Probabilidade Acumulada associada a $C$ — o gráfico dela vai ser:



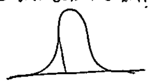

Acabamos de ver como a gente pega uma F.D.P. (!!!) e produz uma F.P.A.

Generalizando:

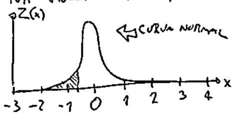
Começamos com uma curva que tenha "área 1" (mas isto não é tão importante...) e produzimos uma outra curva que dá:

$$\frac{\text{Área à esquerda}}{\text{Área total}}$$

A curva normal é uma curva curva!



Na tabela da p. 441,



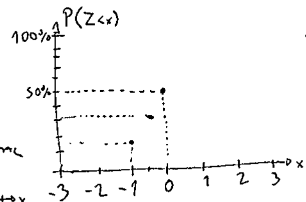

Exercício: usando a tabela, faça um gráfico da F.P.A. associada à curva normal.

Mediana, quartis e percentis

A mediana de uma distr. $C$ é um valor $x$ tal que $P(C<x)=50\%$.

O 1º quartil é um valor $x$ tal que $P(C<x)=25\%$

O 3º quartil: $P(C<x)=75\%$.




Na distribuição $C$, do exemplo do início da aula,

$P(4<C<6)=80\%$,

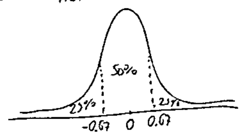
$P(3{,}5<C<6{,}5)=90\%$,

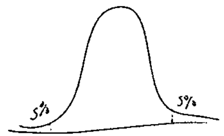
$P(3<C<7)=100\%$.

Na distribuição $Z$,

$P(-0.67<Z<0.67)=50\%$.

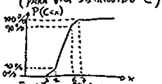
$P(-1.64<Z<1.64)=90\%$.



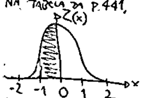
Lembrando:


⇑ Função de distribuição de probabilidade (para uma distribuição C)




Função de probabilidade acumulada (associada à distribuição C).

Curva normal:
Na tabela da p. 441,




Exercício: usando a tabela das pags 441 e 442, calcule:

$P(Z<0) = 50\%$

$P(-1<Z) = 100\% - 15.87\% = 84.13\%$

$P(-1<Z<0) = 34.13\%$

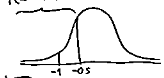
Esse Z que vocês acabaram de usar é a distribuição normal padrão.

A notação - vejam as pags 203-208 - é: $Z \sim N(0;1)$.

Exercício:
Calcule
ⓐ $P(-0.2<Z<0.2)$
ⓑ $P(-2<Z<1)$
ⓒ $P(-1<Z<2)$

Dica: façam sempre gráficos como este:

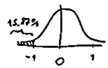
$P(Z<0.5) = 30.85\%$



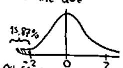

$P(Z<-1) = 15.87\%$ $P(-1<Z<0.5) = 14.98\%$

Distribuições normais não-padrão

$N(0;1)$ é uma curva normal centrada no zero e tal que:

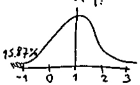



$N(0;2)$ é uma curva normal centrada no zero e tal que



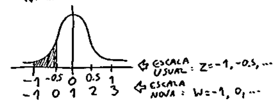

ou seja, "mais espalhada".

$N(1;2)$ é $N(0;2)$ centrada em 1:




Exercício:
Seja $W \sim N(1;2)$.
Calcule:
ⓓ $P(-1<W<0)$
ⓔ $P(0<W<1)$
ⓕ $P(W<1)$

Usando o truque de escrever dois índices embaixo de cada tracinho...




(Porquê: porque aqui
$W = 2Z+1$,
$Z = \frac{W-1}{2}$ ...
Repare que o 1 e o 2 vêm daqui: $W \sim N(1;2)$).

(Obs: no livro esse 1 é o "$\mu$" da distribuição - a média - e o 2 é o "$\sigma$" - o desvio padrão da distribuição).

Na aula que vem:
Avaliação, em duas partes - a primeira em grupo valendo 50% da nota, a outra individual valendo os outros 50%.

Vou distribuir uma folha com alguns conteúdos mais fáceis que já vimos.

$\mu$ mu (minúsculo)

$\Sigma$ sigma (maiúsculo)
$\sigma$ (minúsculo)

Dica: use esta figura pra calcular $P(2<W<3)$: